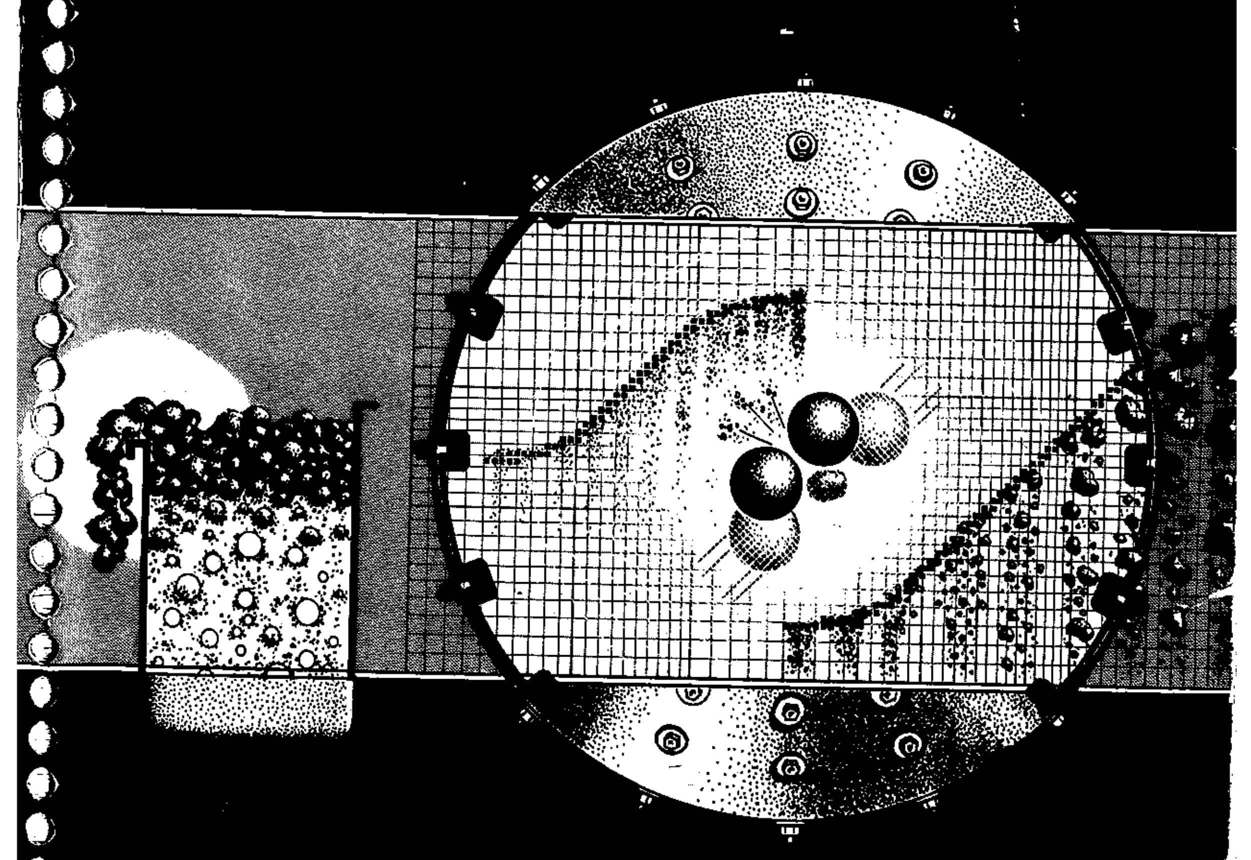
CIMM

CENTRO DE INVESTIGACION
MINERA Y METALURGICA

DIMENSIONAMIENTO Y OPTIMIZACION DE PLANTAS CONCENTRADORAS MEDIANTE TECNICAS DE MODELACION MATEMATICA

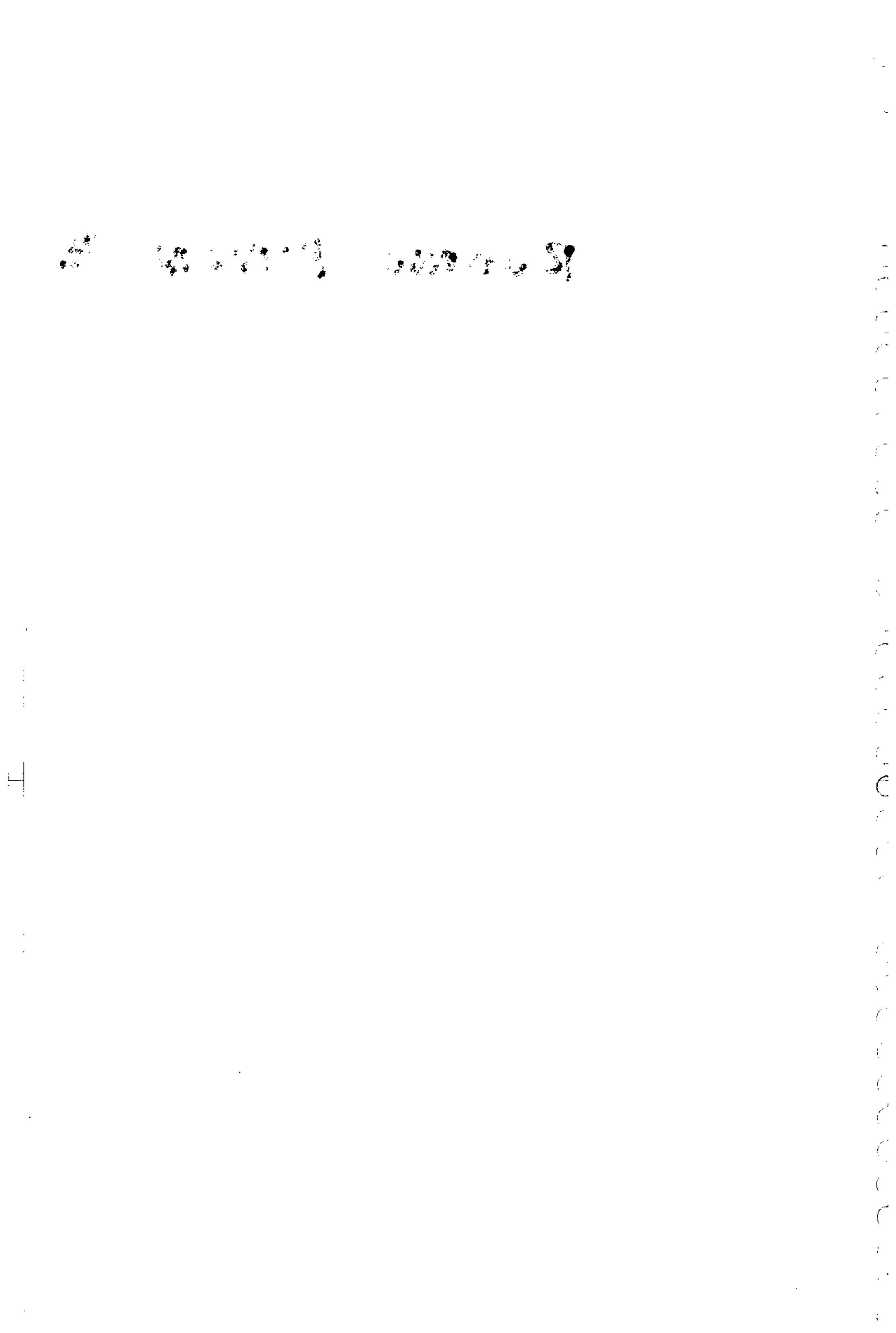


LEONEL GUTIERREZ R.-JAIME E. SEPULVEDA

Jm.

RODRIGO MURANDA B.

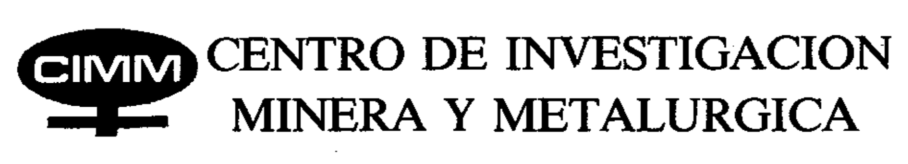
R. MURANDA B



DR. JAIME E. SEPULVEDA
ING. LEONEL GUTIERREZ R.
Jefes de Proyectos, División Mineralurgia CIMM

DIMENSIONAMIENTO Y OPTIMIZACION DE PLANTAS CONCENTRADORAS MEDIANTE TECNICAS DE MODELACION MATEMATICA





Inscripción Registro de Propiedad Intelectual Nº 64.228

Diseño portada: Ricardo Peña y Lillo
Dibujos: María Eugenia Montoto

Impreso por
Impresos Verman
Pedro Subercaseaux 3118, fono 519255
Santiago, Chile

PROLOGO

El Centro de Investigación Minera y Metalúrgica se enorgullece en poner a disposición de los profesionales del área esta primera edición del libro "Dimensionamiento y Optimización de Plantas Concentradoras mediante Técnicas de Modelación Matemática".

El material aquí presentado pretende crear un nexo riguroso, y a la vez prágmático, entre los aspectos teóricos de los distintos procesos unitarios de conminución y concentración de minerales, su caracterización en la forma de modelos matemáticos realistas y su aplicación a la resolución de problemas prácticos de relevancia, tales como la evaluación metalúrgica de diversos minerales, el diseño de nuevas plantas concentradoras o también el estudio de diferentes alternativas de procesamiento tendientes a la optimización global del sistema, entre otras numerosas aplicaciones.

Los desarrollos teóricos son ilustrados y fundamentados con variados ejemplos de aplicación a escalas laboratorio, piloto o industrial, según corresponda, con el objeto de que el lector interesado pueda alcanzar un dominio acabado y permanente de estas metodologías y obtener así el máximo provecho llegado el momento de abordar problemas específicos de su interés.

Conscientes de que esta primera edición podrá ser ciertamente mejorada en un futuro cercano, CIMM ha decidido adelantar su publicación dada la urgente necesidad actual de un texto con estos alcances.

LOS AUTORES

INDICE DE MATERIAS

CAPITULO 1

INTRODUCCION GENERAL

1.1. Relevancia de las Técnicas de Modelación Matemática

Los modelos matemáticos (empíricos, fenomenológicos y semiempíricos) constituyen una herramienta de cálculo poderosa para la evaluación, optimización y control de procesos metalúrgicos existentes, además del dimensionamiento óptimo de nuevas plantas concentradoras. Es posible así mejorar eficiencias de circuitos industriales instalados e implementar métodos confiables de diseño de nuevas instalaciones, basándose en información experimental previa obtenida a menor escala (laboratorio y/o planta piloto), o bien en la planta misma (caso típico de proyectos de expansión).

Durante estos últimos años, debido al bajo precio del cobre y al costo creciente de los insumos, fundamentalmente energía, la industria minera se ha visto enfrentada a la imperiosa necesidad de mejorar la eficiencia de sus operaciones. Dentro de este contexto, los procesos de conminución juegan un rol preponderante, tanto en el costo total de operación como en la eficiencia global del proceso (esencialmente la molienda), y por ello se ha desplegado un gran esfuerzo en tratar de optimizar la eficiencia técnico-económica de esta importante operación unitaria, considerando la acción conjunta de los equipos industriales de conminución (chancadores, molinos) y sus respectivas unidades de clasificación (harneros, hidrociclones), de acuerdo con la práctica industrial imperante al respecto.

Por otra parte, el diseño completo de una moderna planta de beneficio de minerales, generalmente involucra conocimientos teórico-prácticos y esfuerzos considerables de un grupo calificado de ingenieros especialistas en diversas áreas, debiendo para ello seguirse un plan sistemático de actividades, tal como el que se detalla a continuación:

(1) Realización de una caracterización físico-química y mineralógica detallada del mineral, a objeto de determinar su composición, grado de dureza, tamaños de mineralización de las especies valiosas, asociaciones típicas existentes entre los componentes útiles y la ganga, grado de liberación de las distintas especies, etc.

(2) Basándose en los resultados anteriores, se debería definir un programa experimental adecuado de pruebas a escala de laboratorio (pruebas batch, en circuito abierto); tendiente a investigar la "respuesta metalúrgica" del mineral frente al proceso y variables de operación investigadas, estableciendo entonces las condiciones óptimas de trabajo. En esta segunda fase, se deberá evaluar la influencia individual y conjunta de las principales variables de operación y diseño asociadas al proceso, sobre una o más respuestas (variables dependientes) de interés. A modo de ejemplo, en un proceso típico de concentración por flotación, se podría analizar los efectos producidos por las siguientes variables independientes: tipo de celda, pH de flotación, % de sólidos en la molienda y flotación, grados de molienda primaria y remolienda (fineza granulométrica del respectivo producto alimentado a la subsecuente etapa de flotación), tipo y dosificación de reactivos, efecto de aireación, etc., sobre la relación "Recuperación versus Ley de Concentrado" para cada etapa individual del proceso y sobre este último considerado en forma global. En esta fase, se recomienda además realizar un estudio cinético de flotación del mineral durante cada etapa del proceso (flotaciones Rougher, Cleaner, Scavenger, Recleaner,

etc.), a objeto de determinar los tiempos óptimos de flotación batch asociados a cada etapa y estimar los correspondientes parámetros cinéticos de flotación del mineral (por especie y en cada etapa del proceso). Así, la determinación de algunos parámetros operacionales y de diseño, característicos del mineral y de cada etapa de flotación, servirá como una primera aproximación para el posterior dimensionamiento de la planta industrial.

(3) En una tercera fase, se deberá realizar una Simulación Matemática a escala de laboratorio (Técnica de los Split Factors; Ver Capítulo 5) sobre diversas configuraciones de circuitos, a objeto de seleccionar el mejor flowsheet de operación y las mejores condiciones de flotación asociadas a cada etapa (incluyendo los respectivos tiempos de flotación). Esta fase deberá ser entonces complementada con la realización experimental de uno (o más) test(s) de ciclos a escala de laboratorio, utilizando las mejores condiciones experimentales seleccionadas a través de la técnica de simulación matemática, a objeto de ratificar la validez predictiva de dicha técnica y simular experimentalmente (nivel de laboratorio) el flowsheet de tratamiento propuesto utilizar a escala industrial (es decir; se deberá evaluar el efecto de recircular productos intermedios a ciertas etapas claves del proceso, sobre la curva "Recuperación versus Ley Final de Concentrado", mencionada en el punto 2). En esta fase, se deberá asimismo recalcular los parámetros cinéticos de flotación, estimados inicialmente en el punto 2.

(4) En una cuarta fase, se deberá estudiar la respuesta del mineral a escala piloto (pruebas continuas de flotación), a objeto de verificar, complementar y/o extrapolar los resultados metalúrgicos obtenidos en las etapas 2 y 3, de laboratorio. En general, se deberá determinar los factores apropiados de escalamiento, correlacionando empíricamente la información obtenida en el laboratorio y planta piloto, incluyendo la determinación de parámetros operacionales y de diseño característicos de cada etapa del proceso y restante información básica requerida (pruebas de espesamiento-filtración, índices de dureza de productos intermedios, etc.).

(5) En una quinta fase, se deberá proceder al diseño de equipos e instalaciones industriales requeridas, basándose en la información experimental acumulada en las cuatro etapas anteriores. Para dicho efecto, se utilizarán factores apropiados de escalamiento, permitiendo extrapolar resultados desde planta piloto hacia nivel industrial, empleando factores apropiados de seguridad basados en el propio criterio y experiencia del (de los) ingeniero(s) proyectista(s). En esta fase, se deberá también seleccionar toda la instrumentación requerida en la estrategia global de control seleccionada para el proceso.

De la discusión anterior, resulta evidente que la extrapolación de resultados metalúrgicos desde la fase 3 a la 4, y desde la 4 a la 5, involucra utilizar ciertos factores apropiados de escalamiento (lab./p. piloto y p. piloto/planta industrial), los que a su vez dependen de ciertas variables operacionales y de diseño, tales como: (a) geometría de los equipos (molinos, celdas de flotación, acondicionadores de reactivos; etc.); (b) factores hidrodinámicos de relevancia (distribución de tiempos de residencia y propiedades de transporte de las partículas en cada equipo, etc.) y (c) propiedades físico-químicas y metalúrgicas del mineral y medio ambiente en que se desarrolla el proceso de beneficio; etc.

No obstante las limitaciones anteriores, durante estos últimos años se ha venido desplegando un gran esfuerzo en la formulación de correlaciones matemáticas semiempíricas que permitan describir en forma independiente las operaciones de conminución, clasificación y flotación; habiéndose alcanzado un nivel de precisión y detalle satisfactorios para una gran variedad de aplicaciones industriales, entre las que podemos destacar:

(a) Evaluación de circuitos alternativos de procesamiento;
(b) Dimensionamiento óptimo de circuitos de conminución/clasificación y flotación.

(c) Optimización de instalaciones industriales existentes; y
(d) Utilización de técnicas de modelación matemática para el desarrollo de estrategias de control computarizado.

La metodología desarrollada a la fecha no sólo permite dimensionar en forma óptima los tamaños y cantidades de equipos de conminución/clasificación y flotación, requeridos en cada instalación industrial específica, sino que también es capaz de predecir los efectos que determinadas modificaciones operacionales y/o variaciones en las características propias del mineral, pueden causar sobre las características finales requeridas tanto en las etapas de molienda/clasificación como flotación del proceso global de beneficio. Ello llevará finalmente a optimizar las variables más relevantes de operación, estableciendo simultáneamente el esquema de control más apropiado para cada situación en particular.

En los Capítulos 2 a 5 de este Libro, se entregan los fundamentos relativos a teorías clásicas de conminución, teorías modernas de conminución/clasificación y flotación, mientras que en el Capítulo 6 se ilustran algunos ejemplos prácticos de aplicación a sistemas industriales.

1.2 Terminología y Conceptos Básicos. Circuitos Alternativos de Procesamiento

A continuación se definen algunos conceptos básicos empleados a través del Texto.

Tamaño de Partícula

En las diversas etapas de conminución/clasificación y concentración de minerales, el tamaño de partícula constituye una de las variables de mayor relevancia operacional. El comportamiento del mineral a través de las etapas de chancado/harnero, molienda/clasificación, flotación y separación sólido/líquido (espesamiento y filtración), depende en gran medida del tamaño de las partículas tratadas en cada una de estas fases del proceso. De allí la necesidad entonces de definir y cuantificar apropiadamente esta variable.

El tamaño de una partícula es una medida representativa de su extensión en el espacio. Esta puede ser caracterizada por una dimensión lineal, tal como, por ejemplo, la longitud de una cuerda que cruza la sección proyectada de la partícula desde una posición predeterminada. Dependiendo de la técnica de medición empleada, se puede también caracterizar el tamaño de una partícula en función de su área superficial, su volumen a su masa, siendo posible definir asimismo relaciones matemáticas de equivalencia entre las distintas metodologías.

En las faenas mineras, la técnica predominantemente utilizada consiste en el uso de Mallas o Tamices con Abertura Standard calibrada (Ej.: Serie de Tamices Tyler, con razón constante de aberturas; $\sqrt{2}$).

En este caso, el "tamaño de partícula" queda caracterizado por la Máxima Abertura de Malla sobre la cual la partícula queda retenida.

Distribución Granulométrica

En las diversas etapas de conminución del mineral tendientes a liberar las especies valiosas de la ganga, se producen partículas de variados tamaños. A objeto de caracterizar el comportamiento metalúrgico del material en cada operación individual, surge entonces la ne

TABLA 1.1. Ejemplo Típico de Análisis Granulométrico de una Muestra y Simbología respectiva utilizada

Intervalo de Tamaño	Malla Tyler	Abertura; μ m	Peso Retenido; g	% Retenido Parcial	% Retenido Acumulado	% Pasante Acumulado
(i)	(i)	(d_i)	(m_i)	$(f_i; \%)$	$R_i; \%)$	$(F_i; \%)$
(0)	(0)	(d_0)	(0)	(0)	(0)	(100)
1	28 (1)	600 (d_1)	14,2 (m_1)	3,30 (f_1)	3,30 (R_1)	96,70 (F_1)
2	35 (2)	425 (d_2)	27,8 (m_2)	6,45 (f_2)	9,75 (R_2)	90,25 (F_2)
3	48 (3)	300 (d_3)	37,7 (m_3)	8,74 (f_3)	18,49 (R_3)	81,51 (F_3)
4	65 (4)	212 (d_4)	47,3 (m_4)	10,96 (f_4)	29,45 (R_4)	70,55 (F_4)
5	100 (5)	150 (d_5)	40,6 (m_5)	9,41 (f_5)	38,86 (R_5)	61,14 (F_5)
.	150 (.)	106 (.)	38,2 (.)	8,86 (.)	47,72 (.)	52,28 (.)
.	200 (.)	74 (.)	33,4 (.)	7,75 (.)	55,47 (.)	44,53 (.)
.	270 (.)	53 (.)	26,7 (.)	6,20 (.)	61,67 (.)	38,33 (.)
n	400 (n)	37 (d_n)	16,3 (m_n)	3,77 (f_n)	65,44 (R_n)	34,56 (F_n)
n+1	-400 (n+1)	< 37 $(d_n + 1)$	149,1 (m_{n+1})	34,56 (f_{n+1})	100,00 (R_{n+1})	– (F_{n+1})
TOTAL	–	–	431,3 (M)	100,00	–	–

NOTA: (1) $d_{n+1} = 0$; (2) $M = \sum_{i=1}^{n+1} m_i$; (3) $f_i = 100\left(\frac{m_i}{M}\right)$;

(4) $\sum_{i=1}^{n+1} f_i = 100$; (5) $F_i = \sum_{j=i+1}^{n+1} f_j = f_{i+1} + f_{i+2} + \cdots + f_{n+1} = 100 - R_i$

(6) $i = 1, 2, 3, ..., n, n+1$; o bien $i = \overline{1,n+1}$ (7) $R_i = \sum_{j=1}^{i} f_j = f_1 + f_2 + ... + f_i$

(8) $R_{n+1} = 100$

cesidad de cuantificar la cantidad de partículas de un tamaño dado con respecto al total de partículas en la muestra, propiedad comunmente denominada "distribución granulométrica" o simplemente "granulometría" del material.

La metodología normalmente utilizada en las plantas concentradoras de minerales consiste en hacer pasar la muestra a ensayar por una serie de tamices ordenados secuencialmente de mayor a menor abertura, en forma descendente, haciendo pasar posteriormente el "bajo tamaño" del último tamiz (muestra representativa del material –200# ó -325#) a través de un "ciclosizer" (serie de cinco ciclones invertidos, operando en serie, con tamaño de corte decreciente en cada uno de ellos), a objeto de completar el análisis granulométrico de la muestra.

En la Tabla 1.1, se presenta un ejemplo típico de análisis granulométrico de una muestra, efectuado en una Serie Standard de Tamices Tyler, ilustrando además la simbología matemática utilizada en el presente Curso para representar algunas variables de interés.

Se acostumbra además graficar, en papel logarítmico (log-log), el porcentaje pasante acumulado (columna extrema derecha de la Tabla 1.1) versus la abertura de la malla en micrones, lo que normalmente se denomina "perfil granulométrico" (Ver Figura 1.1).

En la curva del perfil granulométrico del material, se acostumbra además definir el "tamaño d_{80}" como aquella abertura de malla a través de la cual pasará el 80% del peso del material (Bond utiliza la simbología F_{80} y P_{80}, en vez de d_{80}). El "tamaño máximo" de partícula se acostumbra definirlo como d_{100}, P_{100} ó d_0 (esta última notación se refiere a la ordenación de las mallas, en sentido decreciente del tamaño; ver Tabla 1.1).

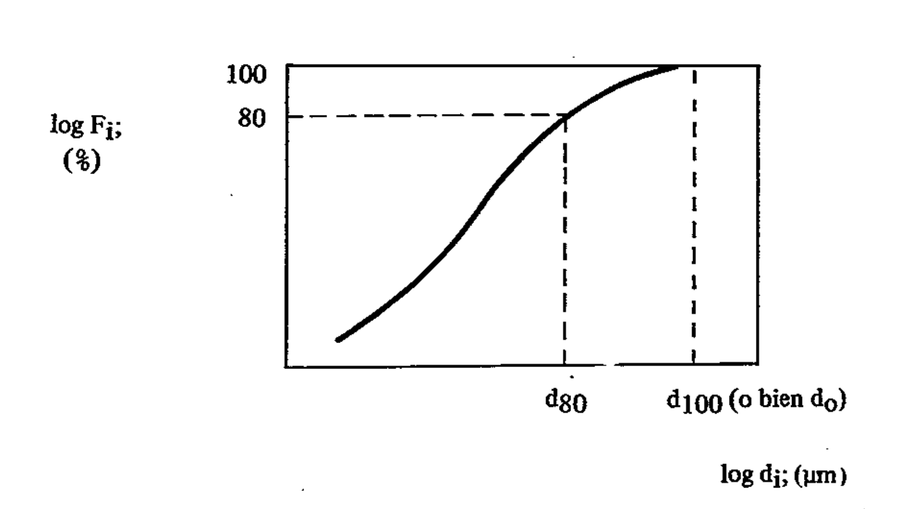


FIGURA 1.1 Representación Gráfica de un Perfil Típico.

Ley, Recuperación, Contenido de Fino y Distribución de Fino de un Material

El concepto de "Ley" de un material se refiere al porcentaje en peso del componente valioso referido al total de la muestra. Así por ejemplo, si decimos que un mineral de Cu porfídico tiene un 1% de cobre total, con ello indicaremos que por cada 100 grs. de muestra, se tendrá un gramo de Cu total (es decir, la cantidad total de especies de cobre expresadas en función del elemento Cu_T).

El concepto de "recuperación" de un cierto componente valioso (Cu, Mo, etc.) en un proceso de concentración determinado, se refiere al porcentaje de "contenido de fino" (grs. de Cu, Mo, etc.) recuperado en dicho proceso (o etapa) de concentración, con respecto al "contenido de fino" inicialmente alimentado al proceso (o etapa) en cuestión.

El concepto de "contenido de fino" normalmente se refiere al peso del componente valioso en la muestra (expresado en gramos; o bien; multiplicando simplemente el peso de la muestra por la respectiva ley de componente valioso).

La "distribución de fino" de un material se refiere al contenido de fino existente en una cierta fracción granulométrica (distribución de finos por tamaño) con respecto al contenido total de fino en la muestra (expresado como % parcial o acumulado); o bien, puede indicar el contenido de fino existente en un cierto flujo (o producto del proceso de concentración) con respecto al contenido de fino originalmente presente en la muestra de cabeza (normalmente la distribución de finos por flujo se expresa como % parcial, asignando el valor 100% al flujo de cabeza del circuito).

Al igual que en el caso de una distribución granulométrica, podemos hablar también de un "perfil de distribución de finos" por tamaños, etc.

Concepto de Nodos y Flujos

Todo proceso extractivo puede ser representado mediante Nodos y Flujos.

Un nodo es una ubicación específica dentro del proceso, en torno al cual se pueden establecer ecuaciones de balance del tipo:

$$\text{ACUMULACION} = \text{ENTRADA} - \text{SALIDA} \quad (1.1)$$

Como ejemplos típicos de Nodos, podríamos citar los siguientes:

(a) Un chancador; un molino (donde las características granulométricas del flujo de entrada son "transformadas" por el equipo de conminución, generando un producto más fino en el flujo de salida).

(b) El cajón de una bomba; un nodo de mezcla (donde en este último caso se habla también de una Unión de Flujos de entrada, para generar un flujo compósito de salida); y

(c) Un banco de celdas de flotación (donde las propiedades físico-químicas y mineralógicas de los 2 flujos de salida; concentrado y relave, normalmente difieren del flujo de alimentación total al banco de flotación. En este caso se habla también de un Nodo Separador); etc.

Un Flujo representa la cantidad de material alimentada al proceso, traspasada entre dos Nodos del proceso u obtenida como producto del proceso.

Ejemplos: Alimentación Fresca a un circuito de molienda (flujo de entrada); el Rebalse de los Hidrociclones (flujo de traspaso entre molienda y flotación); el Relave de flotación Rougher (normalmente un flujo de salida); etc.

Caracterización de los Flujos

Para los efectos de modelaje matemático de las diversas etapas en circuitos de conminución y concentración, resulta suficiente caracterizar los flujos en términos de:

TABLA 1.2. Ejemplo de Caracterización de un Flujo (*).

* Dados: Tonelaje Seco. $M_s = 160{,}0$ tph Porcentaje Sólidos, $P_s = 75{,}0\%$ Dens. Sólido, $\rho_s = 2{,}7$ g/cm^3 * Resulta: Tonelaje Pulpa, $M_p = 100 \dfrac{M_s}{P_s} = 214{,}1$ tph Caudal Agua, $M_W = M_p - M_s = 53{,}5$ m^3/h Caudal Pulpa, $Q_p = \dfrac{M_s}{\rho_s} + M_W = 113{,}0$ m^3/h % Sólidos, en volumen, $P_{sv} = \dfrac{M_s/\rho_s}{Q_p} \cdot 100 = 52{,}6\ \%$ Densidad de Pulpa, $\rho_p = \dfrac{M_p}{Q_p} = 1{,}895$ g/cm^3
(*) Granulometría: idem Tabla 1.1

(a) su tonelaje seco;
(b) su porcentaje de sólidos en peso;
(c) densidad del sólido;
(d) su distribución granulométrica; y
(e) su composición química.

A partir de esta información, es posible evaluar también:

(f) el caudal de pulpa;
(g) el % de sólidos en volumen;
(h) densidad de pulpa;
(i) caudal de agua; y
(j) distribución de fino (Ej.: Cu, Mo, Fe) en cada flujo, con respecto al flujo de cabeza.

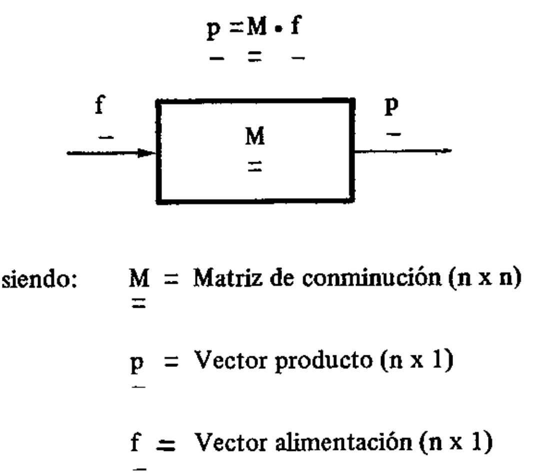
Ocasionalmente, resulta ser de interés conocer además la composición química y mineralógica por fracción granulométrica y/o total de ciertos puntos claves del proceso.

La Tabla 1.2, presenta un ejemplo típico de caracterización de un cierto flujo en particular, para un circuito dado de conminución/clasificación.

Representación Matemática de los Nodos

A objeto de poder modelar matemáticamente un proceso global de tratamiento de un cierto mineral, se requiere representar las distintas etapas de transformación de los flujos

alimentados a cada nodo del proceso. Dichas representaciones matemáticas constituyen los "modelos" de cada operación unitaria, siendo posteriormente necesario "armar el circuito". ligando los modelos mencionados a través de un balance de materiales efectuado para cada Nodo del circuito. Normalmente el balance resultante debe resolverse en forma iterativa. obedeciendo a la no-linearidad de los modelos empleados; sin embargo, en ciertos casos específicos es posible llegar a una estructura matemática de carácter lineal, que facilita enormemente el tratamiento matemático del problema (resolución analítica directa del sistema matricial de ecuaciones obtenido). La complejidad del modelo dependerá de la operación misma, y variará desde una simple ecuación de balance másico para un nodo de mezcla hasta un sistema matricial de ecuaciones diferenciales para el caso de un molino y/o banco de celdas de flotación operando en régimen transiente (en el estado estacionario, todas las derivadas del modelo con respecto al tiempo se anulan, y por lo tanto se llega a un sistema simple de ecuaciones algebraicas en el modelo, factibles de resolver mediantes técnicas matriciales de tipo standard).



siendo: $\underline{\underline{M}}$ = Matriz de conminución (n x n)

$\underline{p}$ = Vector producto (n x 1)

$\underline{f}$ = Vector alimentación (n x 1)

FIGURA 1.2 Representación Matemática de un Proceso de Conminución

En otras palabras, los modelos proporcionan el nexo necesario entre los flujos de entrada y salida de un nodo, que posibilita posteriormente la simulación digital del proceso global. La Figura 1.2 ilustra este concepto, para el supuesto caso de querer simular la granulometría de salida de un equipo de conminución, en función de la granulometría de entrada y del proceso de reducción de tamaño que sufre el material dentro del equipo.

Circuitos Alternativos de Procesamiento

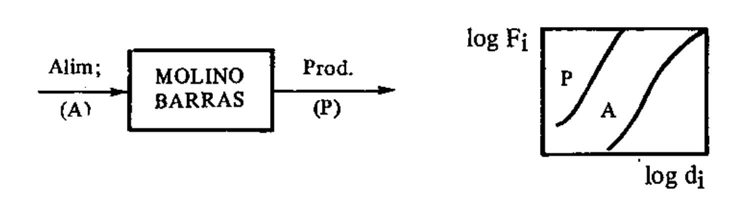
En la práctica, existe una infinidad de combinaciones posibles a efectuar entre las distintas etapas de conminución/clasificación y flotación, aplicables a un proceso global de beneficio de minerales.

Para el caso específico de circuitos de conminución, nos interesa por ahora definir los siguientes conceptos importantes: (a) Circuito Abierto; (b) Circuito Cerrado; (c) Circuito Cerrado Directo y (d) Circuito Cerrado Inverso. Estos conceptos se ilustran gráficamente en la Figura 1.3, para el caso de molinos de barras y bolas; mostrando además la tendencia de los respectivos perfiles granulométricos observados en la práctica para cada uno de estos procesos.

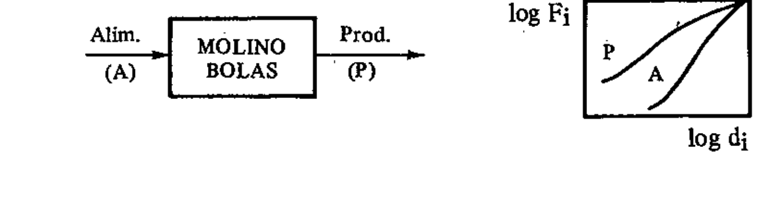
Con respecto a los circuitos de flotación, también existe una gran variedad de con-

FIGURA 1.3.

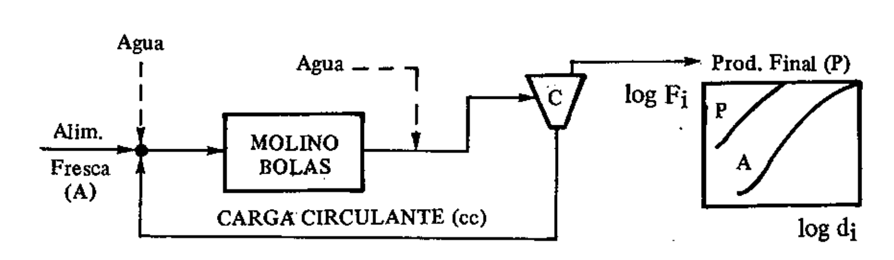
a) CIRCUITO ABIERTO-MOLINO DE BARRAS*



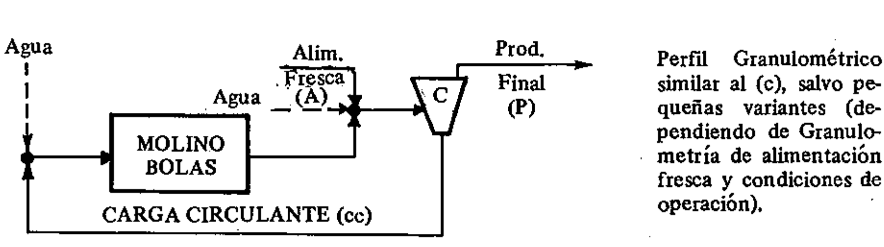
b) CIRCUITO ABIERTO-MOLINO DE BOLAS*



c) CIRCUITO CERRADO DIRECTO-MOLINO DE BOLAS



d) CIRCUITO CERRADO INVERSO-MOLINO DE BOLAS



Perfil Granulométrico similar al (c), salvo pequeñas variantes (dependiendo de Granulometría de alimentación fresca y condiciones de operación).

*NOTA: (a): Obsérvese que el perfil granulométrico del producto del molino de barras se mantiene sensiblemente paralelo al de la alimentación al molino. Esto ocurre por el efecto de molienda preferencial de las partículas gruesas con respecto al material fino (clasificación interna).

(b): El perfil granulométrico de la descarga del molino de bolas en circuito abierto, tiene bastante similitud con el producto de molienda batch de laboratorio, que también se separa de la alimentación en forma de abanico.

figuraciones factibles de implementar en la práctica, empleando para ello las etapas usuales de flotación Rougher, flotación Scavenger, flotaciones Cleaner y Recleaner, flotación Cleaner-Scavenger, Remoliendas intermedias (una o más etapas), etc. En los Capítulos 5 y 6 de este Curso se describe en detalle la metodología óptima de diseño de circuitos de flotación y las técnicas más usuales de escalamiento, para extrapolar información desde el laboratorio y/o planta piloto hacia escala industrial.

CAPITULO 2

TEORIAS CLASICAS DE CONMINUCION

2.1. Introducción

Desde los primeros años de aplicación industrial de los procesos de conminución al campo de beneficio de minerales (es decir, hace aproximadamente un siglo atrás), se pudo constatar la relevancia del consumo de energía específica como parámetro controlante de la reducción de tamaño y granulometría final del producto, en cada etapa de conminución.

En términos generales, la energía consumida en los procesos de chancado, molienda/clasificación y remolienda, se encuentra estrechamente relacionada con el grado de reducción de tamaño alcanzado por las partículas en la correspondiente etapa de conminución, aún cuando la eficiencia energética de estos procesos raras veces supera el 10% del total de energía mecánica suministrada a los mismos.

A manera de ejemplo, los investigadores Rose y Sullivan(1) demostraron que en las etapas de chancado y molienda convencional la energía mecánica transferida a las partículas de un mineral supera entre 100 a 1.000 veces el consumo teórico de energía requerida para crear nuevas superficies; es decir, menos del 1% del total de la energía entregada al equipo de conminución, es efectivamente empleada en la fragmentación de las partículas. En general, se ha logrado establecer que gran parte de la energía mecánica suministrada a un proceso de conminución se consume en vencer resistencias nocivas de diversos tipos, tales como:

1. Deformaciones elásticas de las partículas antes de romperse.
2. Deformaciones plásticas de las partículas, que originan posteriormente la fragmentación de las mismas.
3. Fricción entre las partículas.
4. Vencer la inercia de las piezas de la máquina.
5. Deformaciones elásticas de la máquina.
6. Producción de ruido, calor y vibraciones de la instalación.
7. Generación de electricidad.
8. Roce entre partículas y piezas de la máquina.
9. Pérdidas de eficiencia en la transmisión de la energía eléctrica y mecánica.

La breve discusión anterior pone en relieve la necesidad de establecer correlaciones confiables entre la energía específica (kwh/ton) consumida en un proceso de conminución y la correspondiente reducción de tamaño alcanzada en dicho proceso, a objeto de determinar la eficiencia energética de los respectivos equipos, facilitar su apropiada elección y proyectar su correcto dimensionamiento a escala industrial. En este sentido, existen diversas teorías que serán brevemente analizadas en la Sección 2.2 de este Capítulo.

Conviene enfatizar, además, la creciente importancia económica de los procesos de conminución dentro del conjunto de etapas asociadas a la extracción y concentración de las especies mineralógicas de valor contenidas en los distintos yacimientos. En efecto, la conminución contribuye en forma significativa al costo total de operación de una planta concentradora y, por ende, cualquier alternativa de proceso que posibilite un mejor aprovechamiento de la energía suministrada a las diversas etapas de conminución, deberá necesariamente ser eva-

luada en su real dimensión. Esta afirmación resulta ser cada vez más evidente, a medida que crecen el costo de la energía y de otros insumos básicos asociados al nivel de producción. En el Capítulo 3 de este Libro, se discute la metodología de simular matemáticamente algunas configuraciones típicas de chancado, molienda y clasificación, lo que generalmente proporciona niveles de precisión y detalle satisfactorios para la mayoría de las aplicaciones industriales existentes (ver Capítulo 6). Dicha metodología permite no sólo dimensionar en forma óptima los tamaños y cantidades de equipos de conminución/clasificación, requeridos para cada instalación industrial específica, sino que también permite predecir los efectos que determinadas modificaciones operacionales pueden causar sobre las características finales del producto molido. Toda esta información permitirá finalmente optimizar los procesos de conminución/clasificación, y/o establecer los esquemas de control más apropiados para cada situación en particular, superando así con creces las limitaciones inherentes a las teorías clásicas de conminución que se discuten a continuación.

2.2 Correlaciones Empíricas entre Consumo de Energía y Tamaño de las Partículas

A. Postulado de Rittinger (1867)

Cronológicamente, fue Von Rittinger[2], en 1867, quien por primera vez postuló una relación entre la energía específica consumida (E/Masa) y el incremento de superficie específica generado en las partículas durante la conminución.

El postulado de Rittinger (1ª Ley de la Conminución) establece lo siguiente:

"La energía específica consumida en la reducción de tamaño de un sólido es directamente proporcional a la nueva superficie específica creada".

Este postulado considera solamente la energía necesaria para producir la ruptura de cuerpos sólidos ideales (homogéneos, isotrópicos y sin fallas), una vez que el material ha alcanzado su deformación crítica o límite de ruptura. Podemos entonces escribir:

$$\hat{E}_R = C_R\,(\hat{S}_P - \hat{S}_F) \tag{2.1}$$

Donde:
- $\hat{E}_R$ = consumo de energía específica (L^2/T^2) de acuerdo al postulado de Rittinger.
- C_R = constante de proporcionalidad (el subíndice R se refiere a Rittinger); (M/T^2).
- $\hat{S}_P$ = superficie específica del producto (L^2/M).
- $\hat{S}_F$ = superficie específica de la alimentación (L^2/M).

La superficie específica (L^2/M) está dada por:

$$\hat{S} = \frac{S}{M} = \frac{S}{\rho_s V} = \frac{\alpha_s \cdot \bar{d}^2}{\rho_s \cdot \alpha_V \cdot \bar{d}^3} = \left(\frac{\alpha_s}{\rho_s \cdot \alpha_V}\right) \cdot \left(\frac{1}{\bar{d}}\right) \tag{2.2}$$

Definiendo: $$K_R = \left(\frac{\alpha_s}{\rho_s \cdot \alpha_v}\right) \cdot C_R \tag{2.3}$$

Obtendremos finalmente:

$$\boxed{\hat{E}_R = K_R \left[\left(\frac{1}{\bar{d}_p}\right) - \left(\frac{1}{\bar{d}_f}\right)\right]} \qquad (2.4)$$

Donde:
- $\hat{S}$ = superficie específica (L^2/M)
- S = superficie (L^2)
- M = masa del sólido (M)
- ρ_s = gravedad específica del sólido (M/L^3)
- V = volumen del sólido (L^3)
- α_s = factor de forma superficial
- α_v = factor de forma volumétrico
- $\bar{d}$ = tamaño promedio característico (L)*
- p, f = subíndices relativos al producto y alimentación, respectivamente.
- $\hat{E}_R$ = consumo de energía específica (L^2/T^2)
- K_R = constante de Rittinger (L^3/T^2).

La ecuación (2.4) constituye la formulación matemática de la Primera Ley de la Conminución (postulado de Rittinger).

Aun cuando el postulado de Rittinger carece de suficiente respaldo experimental, se ha demostrado en la práctica que dicha teoría funciona mejor para la fracturación de partículas gruesas, es decir, en la etapa de trituración o chancado del material.

B. Postulado de Kick (1885)

En el año 1874, Kirpichev[3] y posteriormente en 1885, Kick[4], propusieron independientemente una segunda teoría, conocida como postulado de Kick. En ella se establece lo siguiente:

"La energía requerida para producir cambios análogos en el tamaño de cuerpos geométricamente similares es proporcional al volumen de estos cuerpos". Esto significa que "iguales cantidades de energía producirán iguales cambios geométricos en el tamaño de un sólido".

Kick consideró que la energía utilizada en la fractura de un cuerpo sólido ideal (homogéneo, isotrópico y sin fallas) era sólo aquella necesaria para deformar el sólido hasta su límite de ruptura, despreciando la energía adicional para producir la ruptura del mismo.

Así por ejemplo, si para romper un cuerpo en dos partes equivalentes necesitamos una unidad de energía, entonces, para quebrar estas dos unidades en cuatro se necesitará otra unidad más de energía y así sucesivamente.

De esta manera, de acuerdo al postulado de Kick, cada evento de fractura consumirá una unidad de energía. Si colocamos en serie las partes equivalentes en las cuales se divide un cuerpo, y en otra sucesión las unidades de energía requeridas para efectuar tal división, obtendremos la siguiente tabla:

(*) NOTA: $\bar{d}$,corresponde al tamaño promedio volumétrico superficial (L).

Evento de Fractura Nº	0	1	2	----	n-1	n
Número de Partículas	1	2	4	----	2^{n-1}	2^n
	2^0	2^1	2^2		2^{n-1}	2^n
Tamaño de Partícula	d_0	$d_1 = \frac{d_o}{2}$	$d_2 = \frac{d_1}{2}$	----	$d_{n-1} = \frac{d_{n-2}}{2}$	$d_n = \frac{d_{n-1}}{2}$
	$d_0 = \frac{d_0}{2^o}$	$d_1 = \frac{d_0}{2^1}$	$d_2 = \frac{d_0}{2^2}$		$d_{n-1} = \frac{d_0}{2^{n-1}}$	$d_n = \frac{d_0}{2^n}$
Nº de Unidades de Energía ($\hat{E}_K$)	0	1	2	----	n-1	n

De la tabla anterior, se observa que "el número de unidades de energía empleadas equivale al número de eventos de fractura producidos". Además:

$$d_n = \frac{d_o}{2^n} \tag{2.5}$$

$$2^n = \frac{d_0}{d_n} \tag{2.6}$$

Tomando logaritmo natural (base e) a ambos miembros de la ecuación (2.6):

$$n \ln 2 = \ln \frac{d_0}{d_n} \tag{2.7}$$

O sea:

$$n = \hat{E}_K = \frac{1}{\ln 2} \cdot \ln \left(\frac{d_0}{d_n}\right) \tag{2.8}$$

Definiendo finalmente:

$\hat{E}_K$ = consumo de energía específica (L^2/T^2).

$K_K = \frac{1}{\ln 2}$ = constante de Kick

$\bar{d}_F = d_0$ = tamaño promedio volumétrico inicial, característico de la alimentación (L).

$\bar{d}_P = d_n$ = tamaño promedio volumétrico final, característico del producto (L)

se tiene:

$$\hat{E}_K = K_K \cdot \ell n\ (\bar{d}_F/\bar{d}_p) \tag{2.9}$$

La ecuación (2.9) constituye la formulación matemática de la Segunda Ley de la Conminución (postulado de Kick).

Aun cuando el postulado de Kick (al igual que el de Rittinger) carece de suficiente respaldo experimental, se ha demostrado en la práctica que su aplicación funciona mejor para el caso de la Molienda de partículas finas.

C. *Postulado de Bond (1952)*[5]

Como los postulados de Kick y Rittinger no satisfacían todos los resultados experimentales observados en la práctica, y como se necesitaba en la industria de una norma estándar para clasificar los materiales según sus respuestas a la conminución, Bond postuló en 1952 una ley empírica que se denominó la "Tercera Ley de la Cominución". Dicha teoría puede enunciarse como sigue:

"La energía consumida para reducir el tamaño 80% de un material, es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del tamaño 80%; siendo este último igual a la abertura del tamiz (en micrones) que deja pasar el 80% en peso de las partículas". Es decir:

$$\hat{E}_B = K_B \left(\frac{1}{\sqrt{d_p}} - \frac{1}{\sqrt{d_F}}\right) \tag{2.10}$$

Donde:

$\hat{E}_B$ = consumo de energía específica (kwh/ton. corta), de acuerdo a la teoría de Bond.
K_B = parámetro de Bond
d_p = tamaño 80% pasante del producto (µm)
d_F = tamaño 80% pasante de la alimentación (µm)

F. Bond[5] definió el parámetro K_B en función del Work Index, W_I (Indice de Trabajo del material), que corresponde al trabajo total (expresado en kwh/ton corta) necesario para reducir una tonelada corta de material desde un tamaño teóricamente infinito ($d_F \to \infty$) hasta partículas que en un 80% sean inferiores a 100 micrones (d_p = 100 µm; o sea, aproximadamente 67% - 200 mallas). Entonces:

$$W_I = K_B \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{100}} - \frac{1}{\sqrt{\infty}}\right) = \frac{K_B}{10} \tag{2.11}$$

De donde: $K_B = 10\,W_I$ (2.12)

y, finalmente, al reemplazar (2.12) en (2.10):

$$W = W_I \cdot \left(\frac{10}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{F_{80}}}\right) \tag{2.13}$$

Donde:

$P_{80} = d_p$ = tamaño 80% pasante del producto (μm)

$F_{80} = d_F$ = tamaño 80% pasante de la alimentación (μm)

W_I = Indice de Trabajo del Material (kwh/ton corta)

$W = \hat{E}_B$ = consumo de energía específica (kwh/ton corta), para reducir un material desde un tamaño inicial F_{80} a un tamaño final P_{80}.

Definiendo ahora la razón de reducción del 80% (R_r) como la razón entre las aberturas de los tamices por las cuales pasarían el 80% del material de alimentación y producto de conminución, respectivamente, se tendrá:

$$R_r = F_{80}/P_{80} \tag{2.14}$$

De donde: $F_{80} = R_r \cdot P_{80}$ (2.15)

Reemplazando (2.15) en (2.13):

$$W = W_I \cdot \left(\frac{10}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{R_r \cdot P_{80}}}\right) =$$

$$= \frac{10 W_I}{\sqrt{P_{80}}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{R_r}}\right) =$$

$$= W_I \cdot \sqrt{\frac{100}{P_{80}}} \cdot \left(\frac{\sqrt{R_r} - 1}{\sqrt{R_r}}\right) \tag{2.16}$$

O sea:

$$\boxed{W = W_I \sqrt{\frac{100}{P_{80}}} \cdot \left(\frac{\sqrt{R_r} - 1}{\sqrt{R_r}}\right)} \tag{2.17}$$

Las ecuaciones (2.13) y (2.17) constituyen las formulaciones matemáticas alternativas de la Tercera Ley de la Conminución (Teoría de Bond).

El parámetro W_I (Indice de Trabajo de Bond) depende tanto del material (resistencia a la conminución) como del equipo de conminución utilizado (incluyendo la malla de corte empleada en el clasificador, para circuitos cerrados de conminución/clasificación), debiendo ser determinado experimentalmente (a escala estándar de laboratorio) para cada aplicación requerida.

Durante el desarrollo de su Tercera Teoría de la Conminución, Fred Bond consideró que no existían rocas ideales ni iguales en forma, y que la energía consumida era proporcional a la longitud de las nuevas grietas creadas. La correlación empírica efectuada por F. Bond, de varios miles de pruebas estándar de laboratorio con datos operacionales de Planta, le permitió ganar ventaja con respecto a la controversia Kick-Rittinger, haciendo que su teoría funcionara tanto para chancado como Molienda, con un error promedio de estimación del ± 20% para la mayoría de los casos estudiados por el autor.

Bond basó su Tercera Ley de la Conminución en tres principios fundamentales, los que a su vez se basan en mecanismos observados durante la reducción de tamaño de las partículas. Dichos principios son(6):

(a) **Primer Principio**: Dado que una partícula de tamaño finito ha debido obtenerse por fractura de una partícula de tamaño mayor, todas ellas han debido consumir una cierta cantidad de energía para llegar al tamaño actual. Se puede considerar, entonces, que todo sistema de partículas tiene un cierto "registro energético" o nivel de energía, correspondiente a toda la energía consumida para llevar las partículas al tamaño señalado. Solamente una partícula de tamaño infinito tendría un registro energético igual a Cero (valor de referencia inicial usado por Bond, en el desarrollo de su Tercera Ley de la Conminución).
De aquí resulta que el consumo de energía en la conminución es la diferencia entre el registro energético del producto y el correspondiente al de la alimentación:

$$\begin{bmatrix} \text{Consumo} \\ \text{de} \\ \text{Energía} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Registro de} \\ \text{Energía del} \\ \text{Producto} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \text{Registro de} \\ \text{Energía de la} \\ \text{Alimentación} \end{bmatrix} \qquad (2.18)$$

(b) **Segundo Principio**: El consumo de energía para la reducción de tamaño es proporcional a la longitud de las nuevas grietas producidas. Como la longitud exterior de una grieta es proporcional a la raíz cuadrada de su superficie, se puede concluir que la energía consumida es proporcional a la diferencia entre la raíz cuadrada de la superficie específica obtenida después y antes de la conminución. Esto es:

$$\hat{E}_B = C_B \cdot (\hat{S}_p{}^{1/2} - \hat{S}_F{}^{1/2}) \qquad (2.19)$$

Reemplazando la superficie específica en términos del tamaño promedio volumétrico-superficial ($\bar{d}$) y de los factores de forma superficial (α_s) y volumétrico (α_v), resulta:

$$\hat{E}_B = K_B \cdot \left[\left(\frac{1}{\bar{d}_p{}^{1/2}}\right) - \left(\frac{1}{\bar{d}_f{}^{1/2}}\right) \right] \qquad (2.20)$$

Donde:

$$K_B = \left(\frac{\alpha_s}{\rho_s \cdot \alpha_v}\right)^{1/2} \cdot C_B \qquad (2.21)$$

En su deducción teórica, Bond no utilizó el tamaño promedio volumétrico-superficial, sino que hizo uso del tamaño 80% pasante (d_{80}), denominado P_{80} al tamaño 80% pasante del producto (μm) y F_{80} al tamaño 80% pasante de la alimentación (μm). Entonces:

$$\hat{E}_B = K_B \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}}\right) \qquad (2.22)$$

que corresponde a la forma matemática equivalente (ecuación (2.10), desarrollada anteriormente, donde se demostró además que $K_B = 10\ W_I$ (ecuación 2.12), obteniéndose finalmente las expresiones (2.13) y 2.17), que constituyen las fórmulas matemáticas alternativas de la Tercera Ley de la Conminución (Teoría de Bond).

De acuerdo a lo estipulado por Bond, el parámetro W_I (Indice de Trabajo) es una función del material, del equipo de conminución y de las condiciones de operación. Por esta razón, para ser útil debe determinarse bajo condiciones experimentales estándar de laboratorio.

— *Determinación del Indice de Trabajo* (7,8,9,10,11)

El índice de trabajo W_I, es un parámetro que depende del material y del equipo de conminución, por lo que es conveniente que en su obtención se utilice un mecanismo de ruptura similar al de la máquina para la cual se efectúa la determinación. Así, por ejemplo, se puede hacer ensayos de impacto (simulando etapas de trituración del material), ensayos en molinos de barras y ensayos en molinos de bolas, según se describe a continuación.

Test Standard de Chancabilidad(7)

El procedimiento experimental standard de laboratorio, para determinar el índice de trabajo en la etapa de chancado, básicamente consiste en lo siguiente:

- Preparar el material a un tamaño comprendido entre 2 y 3 pulgadas.
- Colocar parte de dicho material entre 2 péndulos opuestos e iguales (30 lbs de peso cada uno), que pueden levantarse controladamente a distintas alturas de caída.
- Efectuar un test de impacto sobre el material, colocando la dimensión menor de la roca en la dirección del impacto a producir por ambos péndulos, los cuales se levantarán progresivamente, hasta producir la fractura requerida del material.
- El índice de trabajo (W_I; kwh/ton. corta) se calculará de un promedio de 10 tests exitosos, mediante la fórmula:

$$W_I = \frac{2{,}59}{\rho_s} \cdot C \qquad (2.23)$$

Donde:

W_I = índice de trabajo del material, aplicable a chancado (kwh/ton corta)
ρ_s = gravedad específica del sólido
C = esfuerzo del impacto aplicado, necesario para fracturar el material (lb-pie/pulg de espesor de la roca).

Test Standard de Moliendabilidad para Molinos de Barras(7)

El índice de trabajo del material, aplicable a la molienda gruesa en molinos de barras, se determina en un molino standard de laboratorio de 12 pulgadas de diámetro y 24 pulgadas de largo, conteniendo:

- 6 barras de 1 1/4 pulg. de diámetro x 21 pulg. de largo
- 2 barras de 1 3/4 pulg. de diámetro x 21 pulg. de largo

cuyo peso total es de 33.380 gramos.

La alimentación al molino corresponde a material triturado controladamente a

100% – 1/2", ocupando un volumen aparente de 1250 cm^3 dentro de un recipiente cilíndrico apropiado. Este material se pesa, se tamiza (análisis granulométrico de la muestra de alimentación) y se muele en seco en el molino de barras (que dispone de revestimiento tipo ondulatorio, de un contador de revoluciones y gira a una velocidad constante de rotación de 46 RPM), simulando una operación en circuito cerrado con 100% de carga circulante (usando mallas de corte entre 4 y 65 mesh, para simular la etapa de clasificación del circuito cerrado de molienda operando bajo diferentes tamaños de corte).

A objeto de equiparar la segregación del material en ambos bordes del molino, se hará girar éste en su posición horizontal normal por ocho revoluciones, inclinándolo entonces 5º hacia arriba y girándolo por una revolución, 5º hacia abajo (dándole otra revolución), devolviéndole entonces su posición horizontal normal, para hacerlo girar durante ocho revoluciones adicionales. Este procedimiento se repetirá en forma continua durante cada ciclo de molienda.

Los tests de molienda se efectuarán en seco, variando la malla de corte entre 4 y 65 mallas Tyler. Al final de cada período (ciclo) de molienda, se descargará el molino inclinándolo 45º hacia abajo haciéndolo rotar durante 30 revoluciones, tamizando entonces el producto de molienda en el harnero seleccionado como malla de corte del circuito. Se pesará el bajotamaño del harnero (undersize), dejándolo aparte, y se agregará una porción equivalente de alimentación fresca no-segregada al sobretamaño del harnero (oversize), a objeto de reconstituir la carga inicial de sólidos alimentada al molino en cada ciclo (completando el volumen aparente de 1.250 cm^3 de material, en cada período de molienda). Todo este material será entonces retornado al molino, moliéndolo durante un tiempo equivalente al número de revoluciones calculado para dar una carga circulante igual al peso de alimentación fresca agregada (o sea, un 100% de carga circulante). Los ciclos de molienda continuarán entonces, hasta que los gramos netos de undersize producidos por revolución alcancen el equilibrio; invirtiéndose comunmente la dirección de crecimiento o disminución del índice de moliendabilidad (g/rev) calculado durante los tres últimos ciclos. Una vez alcanzado el equilibrio, se analizará en detalle la distribución granulométrica del undersize del harnero (producto final del circuito de molienda), a objeto de calcular el tamaño 80% pasante de dicho producto (P_{80}; µm) y se calculará el índice de moliendabilidad en molino de barras (Grp; g/rev), promediando los tres últimos valores de gramos netos de undersize producidos por revolución del molino.

El índice de trabajo del material, válido para molienda en molinos de barras, se calculará según la expresión[10]:

$$W_I = \frac{62}{P_{100}^{0,23} \cdot Grp^{0,625} \cdot \left(\frac{10}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{F_{80}}}\right)} \qquad (2.24)$$

Donde:

- P_{100} = abertura en micrones de la malla de corte utilizada para cerrar el circuito (tamaño 100% pasante del producto)
- Grp = gramos de undersize (producto final del circuito) producido por revolución del molino de barras, bajo condiciones de equilibrio (100% carga circulante)
- F_{80} = tamaño 80% pasante de la alimentación fresca al circuito de molienda (µm)
- P_{80} = tamaño 80% pasante del producto final del circuito de molienda (µm)
- W_I = índice de trabajo del material (kwh/ton corta)

El valor del índice de trabajo calculado según la expresión (2.24), es consistente con la potencia mecánica de salida de un motor capaz de accionar un molino de barras del tipo descarga por rebalse, de 8 pies de diámetro interno (medido entre revestimientos), moliendo en húmedo y en circuito abierto. Para el caso de molienda en seco, el consumo de energía base deberá ser multiplicado por 1,30. Como la eficiencia en la molienda varía según el diámetro interno del molino (D; pies), el consumo base de energía deberá ser multiplicado por el factor $(8/D)^{0,2}$, considerando un valor de 0,9146 como cota inferior de dicho factor para $D \geqslant 12,5$ pies. Bond propone además utilizar factores correctores específicos para los supuestos casos en que se tenga una alimentación demasiado gruesa, una baja o alta razón de reducción en el molino, y otra corrección aplicable al grado de uniformidad del material alimentado al molino. La metodología de dimensionamiento de molinos de barras se discute en detalle en la sección 2.4 del presente capítulo.

Test Standard de Moliendabilidad para Molinos de Bolas[7]

El índice de trabajo del material, aplicable a la molienda fina en molinos de bolas, se determina en un molino standard de laboratorio de 12" diám. x 12" largo, que gira a 70 RPM, posee esquinas redondeadas y revestimiento liso (exceptuando la puerta de carguío del material; de 4" x 8"), conteniendo además la siguiente carga balanceada de bolas de acero:

Diámetro de la Bola (pulg)	Nº aprox. de Bolas	Peso Bolas (g)	Area Superficial ($pulg^2$)
1,45	43	8.803	285
1,17	67	7.206	289
1,00	10	672	32
0,75	71	2.011	126
0,61	94	1.433	110
Total	285	20.125	842

cuyo peso total es de 20.125 gramos.

La alimentación al molino corresponde a material triturado controladamente a 100% - 6 mallas Tyler (pudiendo utilizarse una alimentación más fina en caso necesario); con un volumen aparente de 700 cm^3 (medido en una probeta cilíndrica graduada). Este material se pesa, se tamiza (análisis granulométrico de la muestra de alimentación) y se muele en seco en el molino de bolas (que cuenta además con un contador de revoluciones), simulando entonces una operación en circuito cerrado con 250% de carga circulante (utilizando la malla de corte requerida, de acuerdo a lo esperado en el circuito industrial). Para cerrar el circuito, se podrá utilizar tamices entre 28 y 325 mallas Tyler, dependiendo del tamaño de corte que se requiera simular.

El test de Bond se inicia moliendo el material por 100 revoluciones; se vacia el molino con la carga de bolas, y se tamizan los 700 cm^3 de material sobre el harnero seleccionado como malla de corte del circuito (usando mallas protectoras más gruesas, en caso necesario). Se pesa el bajotamaño del harnero (undersize), dejándolo aparte; agregando carga fresca no-segregada al sobretamaño del harnero (oversize) para reconstituir la carga inicial de sólidos alimentada al molino en cada ciclo (se completa el volumen aparente de 700 cm^3 de carga del material al molino). Todo este material se retorna al molino, junto con la carga de bolas, siendo dicho material molido por el número de revoluciones calculado para producir un 250%

de carga circulante, repitiendo dicho procedimiento hasta alcanzar las condiciones requeridas de equilibrio. El número de revoluciones requeridas, se calculará en base a los resultados del ciclo precedente (g. de fino producido por cada revolución del molino), y considerando el bajotamaño requerido producir bajo condiciones de equilibrio (250% c.c.), equivalente en este caso a 1/3,5 veces la carga total de material sólido seco alimentado al molino en cada período.

Se continúa con los ciclos de molienda, hasta que los gramos netos de undersize producidos por revolución alcancen el equilibrio; invirtiéndose comunmente la dirección de crecimiento o disminución del índice de moliendabilidad (g/rev.) calculado durante los tres últimos ciclos. Una vez alcanzado el equilibrio, se analizará en detalle la distribución granulométrica del undersize del harnero (producto final del circuito de molienda), a objeto de calcular el valor de P_{80} (μm), y se calculará el índice de moliendabilidad en molino de bolas (Gbp; g/rev.), promediando los 3 últimos valores de gramos netos de undersize producidos por revolución del molino.

El índice de trabajo del material, válido para molienda en molinos de bolas, se calculará según la siguiente expresión empírica desarrollada por Bond para materiales heterogéneos[8]:

$$W_I = \frac{44{,}5}{P_{100}^{0,23} \cdot Gbp^{0,82} \cdot \left(\frac{10}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{F_{80}}}\right)} \qquad (2.25)$$

Donde:

W_I = índice de trabajo del material (kwh/ton corta)
P_{100} = abertura en micrones de la malla de corte utilizada para cerrar el circuito (tamaño 100% pasante del producto)
Gbp = índice de moliendabilidad del material en molinos de bolas (g/rev.)
F_{80} = tamaño 80% pasante de la alimentación fresca al circuito (μm).
P_{80} = tamaño 80% pasante del producto final del circuito (μm).

El valor del índice de trabajo calculado según la expresión (2.25) es consistente con la potencia mecánica de salida de un motor capaz de accionar un molino de bolas del tipo descarga por rebalse, de 8 pies de diámetro interno (medido entre revestimientos), moliendo en húmedo y en circuito cerrado con un clasificador. Para el caso de molienda en seco, el consumo base de energía se deberá multiplicar normalmente por un factor 1,30. Como la eficiencia en la molienda varía según el diámetro interno del molino (D; pies), se deberá multiplicar el consumo base de energía por el factor $(8/D)^{0,2}$, considerando no obstante un valor mínimo de 0,9146 para dicho factor, en el supuesto caso que D $\geqslant$ 12,5 pies. Fred Bond propone utilizar además otros factores correctores aplicables a los casos de molienda en circuito abierto, alimentación demasiado gruesa, sobremolienda excesiva de finos y baja razón de reducción en el molino. La metodología de dimensionamiento de molinos de bolas se discute en la sección 2.4 de este capítulo.

Bond también señala que en aquellos casos en que el valor de P_{80} no puede ser determinado experimentalmente, se podrán adoptar los siguientes valores promedios, como primera aproximación:

	MALLA TYLER DE CORTE			
	100	150	200	325
Abertura de la Malla de Corte; P_{100} (μm)	150	106	75	44
Tamaño P_{80} (μm)	114	76	50	26,7

Obsérvese de la tabla anterior que la relación aproximada entre P_{80} (μm) y P_{100} (μm) es como sigue:

$$P_{80} = 0{,}3 \cdot (P_{100})^{1{,}186} \tag{2.26}$$

Una ecuación simplificada propuesta anteriormente por Bond para materiales homogéneos[9] y que, según algunos investigadores, proporciona mejores resultados, es la siguiente:

$$W_I = \frac{1{,}6 \cdot \sqrt{P_{100}}}{(Gbp)^{0{,}82}} \tag{2.27}$$

(c) **Tercer Principio**: La falla más débil del material determina el esfuerzo de ruptura, pero la energía total consumida está controlada por la distribución de fallas en todo el rango de tamaños involucrado, correspondiendo al promedio de ellas.

Aun cuando Bond extrajo parte de sus ideas de trabajos de investigación desarrollados en el área de fractura de sólidos, tales como el de Griffith en 1920, su análisis relativo a la conminución debe ser considerado como de carácter netamente empírico. El objetivo de los trabajos desarrollados por Bond fue llegar a establecer una metodología confiable para dimensionar equipos y circuitos de conminución, y en este sentido, el método de Bond ha dominado el campo por casi 25 años. Solamente en la última década, han aparecido métodos alternativos que prometen desplazar definitivamente el procedimiento standard de Bond, situación que todavía no se ha concretado en forma generalizada. En realidad, el método de Bond proporciona una primera estimación (error promedio de ± 20%) del consumo real de energía necesario para triturar y/o moler un material determinado en un equipo de conminución a escala industrial. No obstante y debido a su extrema simplicidad, el procedimiento standard de Bond continúa aún siendo utilizado en la industria minera para dimensionar chancadoras, molinos de barras y bolas a escalas piloto, semiindustrial e industrial.

De acuerdo a los resultados de innumerables pruebas standard de Bond a escala de laboratorio, el índice de trabajo promedio para cobres porfídicos es del orden de 12,73 kwh/ton corta, mientras que para menas porfídicas de molibdeno es de 12,80; confirmando así la gran similitud en tipos de rocas de estos minerales. Contrario a esto, la roca andesítica dura presenta un índice de trabajo de 18,25; la roca diorítica, de 20,90; granito, 15,13; y los minerales blandos tales como bauxita, de 8,78; barita, 4,73; arcillas, 6,30; y fosfatos, 9,92.

D. *Postulado de Charles-Walker*[12, 13]

La definición del índice de trabajo fue establecida por Bond en el año 1952, y ya en 1957, Charles[12] propuso una relación generalizada de "energía vs. tamaño" que engloba las tres leyes anteriores de la conminución (Rittinger, Kick y Bond). Previo a dicha publicación (1937), Walker[13] había propuesto una ecuación diferencial empírica similar a la de Charles, recibiendo así esta nueva teoría el nombre de "Postulado de Charles-Walker".

De acuerdo con dichos autores, la ley general que relaciona el consumo de energía específica en la conminución con la reducción de tamaño de las partículas, puede expresarse a través de la siguiente ecuación diferencial empírica:

$$\boxed{d\hat{E} = -C \cdot \frac{d(d)}{d^n}} \qquad (2.28)$$

que establece que el consumo diferencial de energía específica ($d\hat{E}$) requerido para producir un cambio infinitesimal [d(d)] en el tamaño (d) de una partícula, es directamente proporcional a dicha variación infinitesimal de tamaño [d(d)] e inversamente proporcional al tamaño de la partícula elevada a un exponente empírico "n". El segundo miembro (lado derecho) de la ecuación (2.28) tiene signo negativo, porque representa la energía de resistencia a la fractura ofrecida por las partículas, frente a un esfuerzo externo. Las constantes "C" y "n" de la ecuación (2.28), dependen tanto del material como del equipo de conminución.

Charles demostró que las tres leyes de la conminución (Rittinger, Kick y Bond), anteriormente propuestas, eran casos particulares de la ecuación (2.28) para valores de "n" equivalentes a 2, 1 y 1,5 respectivamente. De igual forma, demostró que el parámetro "n" era función tanto del material como del equipo de conminución (es decir, de la forma como se realiza el proceso de reducción de tamaño).

- En esta forma, la ley de Rittinger puede obtenerse mediante integración de la ecuación (2.28), considerando n =2:

$$\int_0^{\hat{E}} d\hat{E} = -C \cdot \int_{\bar{d}_F}^{\bar{d}_P} \frac{d(d)}{d^2} \qquad (2.29)$$

$$\boxed{\hat{E}_R = K_R \cdot [(1/\bar{d}_p) - (1/\bar{d}_F)]} \qquad (2.30)$$

donde; $K_R = C$

- En forma análoga, la ley de Kick se obtiene con n = 1:

$$\int_0^{\hat{E}} d\hat{E} = -C \cdot \int_{\bar{d}_F}^{\bar{d}_P} \frac{d(d)}{d} \qquad (2.31)$$

$$E_K = K_K \cdot \ell n\,(\bar{d}_F / \bar{d}_p) \tag{2.32}$$

donde; $K_K = C$

— Mientras que la ecuación de Bond se obtiene para $n = 1{,}5$:

$$\int_0^{\hat{E}} d\hat{E} = -C \int_{\bar{d}_F}^{\bar{d}_p} \frac{d(\bar{d})}{\bar{d}^{1,5}} = -C \left[\frac{\bar{d}^{-0,5}}{-0,5} \right]_{\bar{d}_F}^{\bar{d}_p} =$$

$$= 2\,C \cdot \left[\frac{1}{\bar{d}_p^{\;1/2}} - \frac{1}{\bar{d}_F^{\;1/2}} \right] \Rightarrow$$

$$\hat{E}_B = K_B \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{\bar{d}_p}} - \frac{1}{\sqrt{\bar{d}_F}} \right] \tag{2.33}$$

Donde: $K_B = 2C = 10\,W_I$

$\bar{d}_p = P_{80}$ (μm); tamaño 80% pasante del producto

$\bar{d}_F = F_{80}$ (μm); tamaño 80% pasante de la alimentación

En esencia, la teoría de Charles establece que "n" no es constante, sino que más bien constituye un parámetro variable, que puede fluctuar para distintos materiales en el rango de 1,32 a 2,40, dependiendo también del equipo de conminución. Con ello, podría esperarse que muchos materiales en la práctica sigan mejor la ley de Rittinger ($n = 2$) y Bond ($n = 1{,}5$), que la ley de Kick ($n = 1$).

La generalización de Charles permitió simplificar considerablemente (al menos en términos prácticos), el cálculo de la energía consumida versus el tamaño de partícula, ya que todo lo que se requería determinar eran los valores de "n" y "C" en la ecuación (2.28). Particularmente el autor demostró que el valor de "n" podía obtenerse aproximadamente como sigue:

$$n \simeq m + 1 \tag{2.34}$$

Donde: n = parámetro desconocido de la ecuación empírica (2.28)

m = módulo de distribución de Schumann del material (fluctúa entre 0,32 y 1,40 para la mayoría de los minerales).

El valor de "m" corresponde entonces a la pendiente de la recta "log F(d) versus log d"; donde "d" representa el tamaño de partícula (en micrones) y F(d) corresponde al % acumulado pasante bajo dicho tamaño de partícula (Gráfico de Schumann en escala log-log).

– Si integramos la ecuación diferencial empírica (2.28) para un valor general de "n" distinto de 1, obtendremos la siguiente expresión general:

$$\hat{E} = K_{CH} \cdot \left[(1/\bar{d}_p)^{n-1} - (1/\bar{d}_F)^{n-1} \right] \quad (2.35)$$

Donde: $K_{CH} = C/(n-1)$

La ecuación (2.35) representa entonces una expresión generalizada de las leyes de Bond (n = 1,5), Rittinger (n = 2) y cualquier otra situación en que n ≠ 1).

Si definimos ahora (de acuerdo a la simbología usada por Bond) los siguientes términos:

$W = \hat{E}$ (kwh/ton corta);

$\bar{d}_p = P_{80}$ (μm);

$\bar{d}_F = F_{80}$ (μm);

W_I = valor de $\hat{E}$ para ir desde $F_{80} \to \infty$ a $P_{80} = 100$ μm

Reemplazando en (2.35), se obtendrá:

$$W = K_{CH} \cdot \left[(1/P_{80})^{n-1} - (1/F_{80})^{n-1} \right] \quad (2.36)$$

Además:

$$W_I = K_{CH} \left[(1/100)^{n-1} - (1/\infty)^{n-1} \right] =$$

$$= \frac{K_{CH}}{100^{n-1}} \quad (2.37)$$

De donde:

$$K_{CH} = 100^{n-1} \cdot W_I \quad (2.38)$$

Reemplazando (2.38) en (2.36) y definiendo $\alpha = n-1$; se obtiene finalmente[14]:

$$W = W_I \cdot \left[\left(\frac{100}{P_{80}}\right)^{\alpha} - \left(\frac{100}{F_{80}}\right)^{\alpha} \right] \quad (2.39)$$

La ecuación (2.39) corresponde a la fórmula general de Charles, utilizando la misma simbología empleada por Bond en su Tercera Teoría de la Conminución (Si $\alpha = 0{,}5$; se obtiene la fórmula standard de Bond). De acuerdo a esta expresión: el consumo de energía específica (W; kwh/ton corta), depende tanto del índice de trabajo del material (W_I; kwh/ton corta), como del parámetro α (característico del material y equipo de conminución), además de los tamaños 80% pasante de la alimentación (F_{80}; µm) y producto final de la conminución (P_{80}; µm). En una sección posterior, veremos cómo aplicar esta ecuación para chequear la validez del método de Bond en el caso particular de la conminución efectuada en molinos de bolas[14, 27].

E. *Métodos Indirectos de Determinación del Indice de Trabajo (W_I).*

Tal como se mencionara en la sección 2.2.C, el índice de trabajo para un material en particular se determina en el laboratorio mediante el respectivo test standard de chancabilidad o moliendabilidad (molinos de barras y bolas) descrito por Bond, quien desarrolló una metodología separada para cada situación en particular. Los métodos simplificados descritos en esta sección para calcular el índice de trabajo de un material en molinos de bolas, proporcionan una aproximación razonable del respectivo valor obtenido en el test standard de Bond, siendo apropiado su uso en aquellos casos en que no exista ya sea el equipo standard disponible, la cantidad total de material requerida en dicho test standard, o bien, cuando no se dispone del tiempo o personal apropiado para ejecutar dicho test, sirviendo muchas veces un valor aproximado de W_I como mera referencia.

Existen ciertas dificultades e inconvenientes al utilizar el método standard de Bond para determinar el índice de moliendabilidad W_I de una muestra. Una de ellas es la necesidad de disponer de un molino de bolas tipo Bond, el cual puede no estar inmediatamente disponible en el laboratorio, especialmente cuando este último se encuentra ubicado en la propia Planta. Otra desventaja es el requerimiento de aproximadamente 10 kg de muestra de alimentación, la que necesita de una preparación especial. Finalmente, la ejecución del test consume bastante tiempo, ya que un solo test standard de Bond requiere de un día completo de trabajo (8 horas) de un técnico especializado.

Cuando el índice de trabajo de un material deba emplearse para dimensionar un circuito industrial de molienda, es evidente la necesidad de obtener la mejor estimación posible de dicho valor, lo cual requerirá necesariamente de la ejecución completa de uno (o más) test(s) standard de Bond. Sin embargo, si los datos de moliendabilidad de un material son utilizados solamente con fines de control metalúrgico de la operación, será factible sacrificar un poco de precisión, a cambio de la significativa cantidad de tiempo que se ganará a través de un método de cálculo más simplificado.

En el pasado, se han realizado algunos intentos para determinar el índice de trabajo de Bond mediante diversas técnicas simplificadas, las que se revisan brevemente a continuación.

– *Método de Berry y Bruce*[15]

En 1966, los investigadores Berry y Bruce desarrollaron un método indirecto de laboratorio para estimar el índice de Bond en molinos de bolas, comparando las respectivas distribuciones granulométricas de alimentación fresca y producto final de dos muestras distintas (muestra de referencia y muestra-test), molidas bajo idénticas condiciones operacionales en un molino standard de laboratorio. La muestra de referencia corresponde a un material cualquiera seleccionado, cuyo W_I es conocido; mientras que la muestra-test corresponde a aquella cuyo W_I se requiere estimar (i.e.; con un valor desconocido de W_I). El equipo utilizado por los autores corresponde a un molino standard Paul-Abbe de 12 pulgadas de diámetro interno, y la alimentación se prepara en forma controlada a una granulometría inicial de 100% – 10 ma-

llas Tyler (no obstante lo anterior, el tamaño del molino, carga de bolas, etc., no son restrictivos en la práctica, pudiendo utilizarse otras condiciones operacionales standard previamente definidas por el usuario para tales efectos). El procedimiento experimental sugerido por los autores es como sigue:

Se molerán 2000 gramos de la muestra-test (con W_I desconocido) en el molino de bolas standard, bajo condiciones de molienda húmeda, por un período de tiempo suficiente para alcanzar el grado de fineza deseado en el producto final (ejemplo: x % –200 #, u otro valor de referencia). La misma cantidad de muestra de referencia (cuyo W_I se conoce a priori) se molerá por el mismo tiempo de molienda y bajo condiciones operacionales idénticas a las de la muestra test. Se analizarán granulométricamente la alimentación y descarga del molino en ambos casos (muestra-test y muestra de referencia), a objeto de determinar los respectivos valores de F_{80} y P_{80}.

Como el test de molienda se efectúa con cantidades idénticas de material sólido en ambos casos y bajo las mismas condiciones operacionales (% de sólidos, carga de bolas, RPM del molino, tiempo de molienda, etc.), la cantidad de energía consumida al moler la muestra-test será aproximadamente igual a aquella utilizada en moler la muestra de referencia. Así, utilizando la expresión general de Bond, podremos escribir la siguiente relación:

$$\left[W_I \cdot \left(\frac{10}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{F_{80}}}\right)\right]_t = \left[W_I \cdot \left(\frac{10}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{F_{80}}}\right)\right]_r \qquad (2.40)$$

De donde:

$$W_{I_t} = W_{I_r} \cdot \frac{(P_{80}^{-0,5} - F_{80}^{0,5})_r}{(P_{80}^{-0,5} - F_{80}^{-0,5})_t} \qquad (2.41)$$

Siendo:

W_{I_t} = índice de trabajo de la muestra-test (kwh/ton corta)

W_{I_r} = índice de trabajo de la muestra de referencia (kwh/ton corta)

F_{80} = tamaño 80% pasante de la alimentación (μm)

P_{80} = tamaño 80% pasante del producto (μm)

Los subíndices t y r se refieren a la muestra-test y muestra de referencia, respectivamente.

La ecuación (2.41) permite estimar el índice de trabajo de la muestra-test en función del índice de trabajo de la muestra de referencia.

El método en sí es bastante simple, rápido de llevar a cabo y requiere de un molino de bolas convencional de laboratorio, el cual generalmente se puede adaptar convenientemente para la ejecución del test. Todo lo que se requiere es un stock apropiado de muestra de referencia, cuyo índice de trabajo haya sido previamente determinado en un molino standard de Bond. La principal restricción del método se encuentra en su nivel de precisión, ya que la eficiencia de molienda normalmente varía con las características físicas y reológicas de la pul-

pa en el molino, las que en gran medida son afectadas por la proporción de finos presente en la alimentación y por el porcentaje de sólidos de la pulpa alimentada al molino. Aun cuando el % de sólidos se mantenga constante para ambas muestras (test y de referencia), la distribución granulométrica inicial de dichas muestras debería ser idéntica a objeto de garantizar la validez de la ecuación (2.41), en todos los casos. Así, el hecho de mantener constante la carga de sólidos en el molino, el mismo input de energía en la molienda y las mismas condiciones operacionales durante la ejecución del test con ambos tipos de muestras, no garantiza siempre la validez teórica y/o práctica de la ecuación (2.41) en todos los casos, a menos que se satisfaga la condición adicional de utilizar la misma distribución granulométrica inicial en la muestra-test y la de referencia.

— *Método Berry & Bruce Modificado*[16]

No obstante las limitaciones mencionadas, y considerando la necesidad práctica de determinar el índice de trabajo de muestras de concentrados, relaves y otros productos intermedios de circuitos de flotación, a objeto de dimensionar las correspondientes unidades industriales (tales como molinos de remolienda y otros), la empresa INCO Metals of Canada (J. Roy Gordon Research Laboratory)[16] introdujo en 1975 una leve variación a la metodología originalmente propuesta por Berry & Bruce en 1966, la cual demostró ser bastante efectiva en la mayor parte de los casos analizados, según se discute brevemente a continuación.

Tal como se señalara anteriormente, la mayor restricción del método de Berry & Bruce consiste en la imposibilidad física de comenzar el test con la misma distribución granulométrica inicial en la muestra-test y la muestra de referencia (esto es particularmente crítico cuando se desea por ejemplo determinar el W_I de un concentrado de cobre cuya granulometría inicial es de ≃ 100% – 65 mallas, lo que viola de inmediato la primera condición del test standard de Bond en molinos de bolas (P_{100} = 6 #Tyler; ver sección 2.2.C, item (b), disponiéndose por lo general de un material de referencia con granulometría inicial más gruesa, del orden de 100% – 6 # Tyler). Para obviar este problema y, considerando además que los tamaños característicos que realmente influyen en el cálculo de W_I (según Bond) son los valores de F_{80} (μm) y P_{80} (μm), se recomienda utilizar la siguiente metodología, que ha demostrado ser bastante efectiva en la determinación indirecta de índices de trabajo para una gran variedad de materiales[16]:

1. Determinación del Work Index del Material de Referencia (W_{Ir})

Primeramente, se determinará el índice de trabajo del material de referencia (W_{Ir}), empleando la metodología y equipo standard de laboratorio propuestos por Bond. Para ello, se seleccionará a priori el tamaño de corte (P_{100}) que se requiere obtener en el circuito industrial con la muestra-test, efectuando entonces el correspondiente test standard de moliendabilidad sobre la muestra de referencia. A modo de ejemplo, si la muestra-test corresponde a un concentrado primario de cobre cuya granulometría inicial es de 100% – 65 mallas, y si se requiere remoler esta muestra a una granulometría final de 90% – 325 #, convendrá seleccionar una malla Tyler 270 como tamaño de corte (P_{100} = 53 μm), para la ejecución del test standard de Bond sobre la muestra de referencia (que podría ser, por ejemplo, un mineral de cobre con granulometría inicial de 100% – 6 # Tyler). A objeto de mejorar la eficiencia del tamizaje, se podría efectuar dicho tamizado en húmedo, aun cuando el Test standard de Bond deba realizarse en seco. Previamente, se prepararán unos 20 kg de material de referencia a 100% – 6 # Tyler (mediante trituración controlada), efectuándose un análisis granulométrico completo de la alimentación fresca al molino de Bond (a objeto de calcular el valor de F_{80} (μm) y el % de bajotamaño presente en dicha muestra). Una vez completado el test standard de Bond, se determinarán los valores

de Gbp (g/rev.) y tamaño P_{80} (µm) para el circuito en equilibrio (250% de carga circulante), procediendo a calcular el valor de W_{Ir} (kwh/ton corta) según la fórmula (2.25). En dicha expresión (ec. 2.25), el valor de P_{100} corresponde a la abertura del tamiz en micrones de la malla de corte seleccionada para cerrar el circuito.

2. **Análisis Granulométrico Completo de la Muestra-Test**

Se realizará un análisis granulométrico detallado de la muestra-test (tamizaje y ciclosizer, hasta aprox. 10 µm), a objeto de determinar su granulometría completa y calcular el tamaño 80% pasante original de dicha muestra (valor de $F_{80,t}$ expresado en micrones).

3. **Preparación del Material de Referencia a la Granulometría Original de la Muestra-Test**

Con el material de referencia remanente del Test Standard de Bond (unos 10 kg de material ya preparado bajo 6 mallas), se realizarán 4 moliendas de calibración (usando aprox. 1 kg de muestra por test) bajo condiciones pre-establecidas, en un molino de bolas rutinario de laboratorio (Ejemplo: D x L = 17 x 22 cm; 70% velocidad crítica; 67% sólidos en peso; carga de bolas balanceada prefijada; etc.), determinando la distribución granulométrica del producto molido al término de cada una de estas pruebas. A partir de los resultados granulométricos obtenidos (incluyendo el valor de F_{80} calculado en el punto 1), se procederá a determinar el valor de P_{80} (µm) para cada tiempo de molienda (min.). Se graficarán los valores de $P_{80}(t)$ versus t (incluyendo t = 0); determinando de dicho gráfico el tiempo de molienda requerido para obtener en la muestra de referencia el mismo valor de F_{80}(µm) previamente calculado en el punto 2, para la muestra-test.
Empleando el tiempo de molienda seleccionado anteriormente, se realizarán 2 pruebas de molienda batch con el material de referencia (ej.: mineral de Cu), a objeto de alcanzar la granulometría original de la muestra-test (ej.: concentrado de cobre) y juntar 2 cargas del material de referencia molido, para la posterior ejecución de pruebas comparativas de molienda con este material y la muestra-test.

4. **Determinación del Tiempo de Molienda (o Remolienda) Requerido para la Muestra-Test**

Se establecerán nuevas condiciones experimentales de molienda (o bien, se mantendrán las del punto 3, dependiendo de cada caso) para moler la muestra-test hasta la granulometría final requerida (por ejemplo, si se trata de una muestra de concentrado de Cu. que se debe remoler a 90% –325 #, se deberá definir la nueva carga de bolas, % de sólidos, etc., a usar en los test de remolienda de dicho concentrado). Para ello, se harán 4 moliendas de calibración (a distintos tiempos) bajo condiciones experimentales pre-establecidas en el molino de bolas de laboratorio, determinando la distribución granulométrica del producto molido al término de cada una de estas pruebas de calibración. A partir de los resultados granulométricos obtenidos (incluyendo los valores de $F_{80,t}$ y % –325 #, determinados en el punto 2), se procederá a calcular los valores de P_{80} (µm) y % – 325 # (u otra malla de referencia) versus tiempo de molienda (incluyendo resultados para t = 0). Se graficarán los valores de % – 325 mallas versus tiempo, determinado de dicho gráfico el tiempo de molienda requerido para obtener la granulometría deseada de la muestra-test (ej.: 90% – 325 #).
Separadamente se graficarán los valores de P_{80} (t) versus t, determinado de dicho

gráfico el valor de $P_{80,t}$ que se alcanzaría al término del tiempo de molienda seleccionado para la muestra-test.

5. **Pruebas Comparativas de Molienda**

Se harán 2 pruebas comparativas de molienda con la muestra-test y el material de referencia (tests en duplicado), a objeto de calcular el valor de W_{It}. Para ello, se usarán las mismas condiciones operacionales y tiempo de molienda seleccionado en el punto 4, para los dos tipos de muestras, analizando granulométricamente los respectivos productos de molienda, a objeto de determinar los valores de P_{80} de cada una de estas muestras (se calculará el valor promedio del P_{80} de cada muestra, a partir de los respectivos análisis granulométricos efectuados en duplicado). Con los valores de $P_{80,r}$ y $P_{80,t}$ (determinados desde las distribuciones granulométricas de ambos productos molidos) y de los valores de $F_{80,r} = F_{80,t}$ (calculados de la alimentación a la molienda en ambos casos) y ya conocido el valor de $W_{I\,r}$ (punto 1), se procederá a calcular el índice de trabajo de la muestra-test ($W_{I\,t}$), utilizando la ecuación (2.41) para tales efectos.
El método Berry & Bruce modificado por INCO Metals of Canada permite obtener estimaciones bastante confiables (error promedio de ± 5%) del índice de trabajo de una muestra-test a partir del W_I conocido de una muestra de referencia, siempre que se sigan correctamente todas las especificaciones entregadas en los puntos 1 a 5 de esta sección. Este método ha sido chequeado experimentalmente para no menos de 50 muestras distintas y variando el tamaño de corte entre 48 # y 270 # Tyler, obteniéndose estimaciones suficientemente precisas para la mayoría de las aplicaciones prácticas.

— ***Método de Smith y Lee***[17]

La ecuación empírica original de Bond para calcular el índice de trabajo a partir de los resultados de un test standard de moliendabilidad para molinos de bolas, es como sigue (Bond, 1952 y 1960):

$$W_I = \frac{16}{G_{b_p}^{\;0,82}} \cdot \sqrt{P_{100}/100} \qquad (2.42)$$

Donde P_{100} (abertura en micrones de la malla de corte) se especifica normalmente para cada test, siendo G_{bp} (índice de moliendabilidad del mineral en g/rev.) el único parámetro que se requiere para estimar el índice de trabajo del mineral.

Smith and Lee, en 1968[17], determinaron el índice de moliendabilidad de 8 materiales distintos a diferentes mallas de corte, siguiendo el procedimiento standard de Bond para molinos de bolas. Además, usando el mismo molino de Bond y las mismas condiciones de molienda, determinaron los correspondientes índices de moliendabilidad batch para diferentes mallas de corte, encontrando una relación directa entre ambos índices de moliendabilidad (batch y test de Bond) para las mallas más finas y para tiempos cortos de molienda (menos de 300 revoluciones del molino Bond; o sea, para t $\leqslant$ 4 minutos de molienda). Usando este tipo de correlación, es posible estimar el valor de $G_{b\,p}$ mediante el correspondiente índice de moliendabilidad batch del mineral. A su vez, el índice de trabajo puede estimarse mediante la ecuación (2.42). Obviamente, la curva de correlación establecida será aplicable solamente

para un tipo particular de material, cuyas características se asemejen a aquel utilizado en la obtención de la respectiva curva de calibración. Si la muestra-test tiene una diferente composición mineralógica y/o distribución granulométrica, se podría requerir de una nueva curva de referencia. Esta limitación, además del requerimiento de utilizar un molino tipo Bond y de la necesidad de preparar la muestra de alimentación en la misma forma requerida en un test de Bond standard, hacen que el método de Smith y Lee no sea de mucha utilidad práctica.

— *Método de Horst y Bassarear*[18]

Otro método simplificado para calcular el índice de Bond a partir de pruebas batch de molienda, fue propuesto por los investigadores Horst y Bassarear en 1976[18]. No obstante, este método se basa en los mismos criterios adoptados por Berry & Bruce en 1966[15], no utiliza las distribuciones granulométricas reales de la muestra-test en la alimentación y descarga del molino, para estimar el índice de trabajo de dicha muestra. En lugar de ello, el método propone calcular la distribución granulométrica del producto de molienda de la muestra-test usando como base la distribución granulométrica de alimentación de la muestra de referencia, considerando un comportamiento cinético de primer orden para el proceso de molienda. Esta información es utilizada en conjunto con la ecuación (2.41) para calcular el índice de trabajo de la muestra-test. La aplicación del método requiere de un molino de bolas convencional de laboratorio y de material preparado bajo 10 mallas como muestra de alimentación. El procedimiento experimental y de cálculo sugerido por los autores es como sigue:

Se molerán 1.000 gramos de muestra representativa del material de referencia, por un período de tiempo necesario para alcanzar el grado requerido de molienda. Por otra parte, se molerán tres muestras representativas del material-test, cada una de 1.000 gramos, en el mismo molino y bajo idénticas condiciones operacionales, por tres períodos distintos de tiempo que encierren el tiempo de molienda empleado para la muestra de referencia. Los resultados granulométricos de los tres tests de molienda efectuados con la muestra-test, se correlacionarán con el tiempo de molienda de acuerdo a la siguiente expresión simplificada del modelo cinético general de molienda batch:

$$\ln R_i(t) = \ln R_i(0) - k_i t \qquad (2.43)$$

Donde:

$R_i(t)$	=	fracción en peso acumulada, retenida sobre la i-ésima malla en el instante t (o/1)
$R_i(0)$	=	valor de $R_i(t)$, en el instante $t = 0$
t	=	tiempo de molienda (min)
k_i	=	coeficiente de conminución para la fracción en peso acumulada sobre la i-ésima malla (min^{-1}).

Graficando los valores de "$\ln R_i(t)$ versus t" en papel semi-log, se calculan los respectivos valores de k_i para cada fracción de tamaño. Dichos valores de k_i están representados por las pendientes de las correspondientes líneas rectas graficadas.

La distribución granulométrica hipotética del producto de molienda de la muestra-test se calcula a partir de la ecuación (2.43) usando los valores de k_i para cada malla, el tiempo de molienda empleado para producir el grado de fineza deseado en la muestra de referencia y la distribución granulométrica real de la muestra de referencia. A partir de la distribución granulométrica predicha del producto de molienda de la muestra-test, se calcula el tamaño 80% pasante de dicho producto ($P_{80,t}$). Finalmente, el índice de trabajo de la nuestra-test ($W_{I\,t}$) se estima por comparación con la muestra de referencia ($W_{I\,r}$) usando la ecuación (2.41).

Conviene hacer notar que en el método de Horst & Bassarear se utiliza el mismo valor de F_{80} para la muestra-test y la muestra de referencia; esto es, $F_{80,t} = F_{80,r}$ en la ecuación (2.41), debiendo por tanto atribuirse cualquier diferencia en los valores de $W_{I\,t}$ y $W_{I\,r}$ a las posibles variaciones que experimente $P_{80,t}$ con respecto a $P_{80,r}$, al término del tiempo de molienda seleccionado.

En la Tabla 2.1 (Horst & Bassarear, 1976); se presentan algunos resultados obtenidos con diferentes muestras de cobre, de acuerdo a este método. Para efecto de comparación, se presentan también los resultados obtenidos de acuerdo al método sugerido por Berry & Bruce (1966), y aquellos obtenidos mediante el test standard de Bond.

Para un material en particular cuyas características de molienda obedezcan a una cinética de primer orden, el método de Horst & Bassarear pareciera ser más reproducible que el método de Berry y Bruce (1966). Esto se debe fundamentalmente al hecho de utilizar la misma distribución granulométrica para la muestra-test y el material de referencia. El desplazamiento relativo de los valores P_{80} en los dos tipos de muestras reflejará así la dureza relativa de ambos minerales; i.e., los índices de trabajo en forma comparativa. Otras ventajas del método son la utilización de un molino de bolas convencional de laboratorio, una cantidad menor de material requerida con respecto al test standard de Bond, y un material de alimentación preparado bajo 10 mallas que puede utilizarse posteriormente en pruebas standard de flotación a escala de laboratorio.

TABLA 2.1. Resultados Comparativos obtenidos mediante los Métodos de Bond (Standard), Berry & Bruce y Horst & Bassarear[18]

Material	Indice de Trabajo Experimental; según Bond (kwh/ton)	Indice de Trabajo Estimado			
		Método de Berry & Bruce		Método de Horst & Bassasear	
		W_I (kwh/ton)	% Error	W_I (kwh/ton)	% Error
Cu Ore 1	10,0	9,6	4,00	9,9	1,00
Cu Ore 2	14,7	14,9	-1,36	15,0	-2,04
Cu Ore 3	19,9	20,7	-4,02	20,3	-2,01
Pima Ore 1	13,9	14,7	-5,76	13,6	2,16
Pima Ore 2	17,8	15,7	11,80	18,1	-1,69
Pima Ore 3	19,7	16,9	14,21	19,5	1,02
% Error Relativo Promedio		–	8,25	–	1,72

La principal desventaja del método de Horst & Bassarear es que no todos los procesos cinéticos de fractura de los materiales pueden representarse adecuadamente mediante la ecuación (2.43). Así, cualquier desviación del comportamiento cinético en la molienda de un material, con respecto al descrito en la ecuación (2.43), introducirá ambigüedad en el cálculo de los coeficientes de conminución (k_i). Además de ello, el tiempo requerido en efectuar el test y evaluar los resultados, es casi el mismo que realizar el test de Bond completo. Finalmente, el método requiere de la participación de un técnico altamente especializado, que sea capaz de realizar todos los cálculos analíticos pertinentes.

– ***Método de Kapur, P.C.*** [19]

En 1970, el investigador Prakash C. Kapur desarrolló un algoritmo general de cálculo para simular el test standard de Bond, basado en el comportamiento cinético lineal de los materiales en la molienda.

De acuerdo a lo señalado por el autor, el test de Bond se inicia moliendo una cantidad estipulada de material de alimentación (M_1; g) por un número arbitrario de revoluciones previamente seleccionado (n_1; rev.). Al término del primer ciclo, la cantidad 0_1 (g) de material retenida sobre la malla de separación, que se recircula como parte de la alimentación total al molino en el segundo ciclo, está dada por:

$$0_1 = r_o \, M_1 \, \phi(n_1) \qquad (2.44)$$

donde; r_o es la fracción en peso acumulada de la alimentación original (M_1), retenida sobre la malla de corte y ϕ (n_1) es una función dependiente del número de revoluciones del molino, de los parámetros cinéticos de molienda batch (B y S) y de la distribución granulométrica inicial de alimentación al molino. Para el análisis del test de Bond, ϕ puede representarse por una función matemática empírica, cuyo valor decrece exponencialmente con el número de revoluciones (siendo: $\phi(0) = 1$). Obsérvese además que M_1 corresponde a la carga total de material alimentado al molino, durante cada ciclo del test standard de Bond.

El peso de bajo tamaño (undersize) producido en el primer ciclo se obtiene de la expresión:

$$U_1 = r_o M_1 - 0_1 = $$
$$= r_o \cdot M_1 \cdot [1 - \phi(n_1)] \qquad (2.45)$$

y el índice de moliendabilidad del material (g_1; g/rev), estimado a partir del primer ciclo, se calcula según:

$$g_1 = U_1/n_1 \qquad (2.46)$$

Como la carga total del material en el molino se mantiene constante ciclo a ciclo, el peso de alimentación fresca agregada al segundo ciclo está dado por la suma del peso de undersize presente en la alimentación fresca del primer ciclo más el peso equivalente al undersize producido en el primer ciclo (o sea, el peso total de undersize que sale del molino en el primer ciclo, el cual es reemplazado por una cantidad equivalente de alimentación fresca al inicio del 2º ciclo). Así:

$$M_2 = U_1 + [1 - r_o] M_1 =$$
$$= [1 - r_o \; \phi(n_1)] \; M_1 \qquad (2.47)$$

Ahora, el peso de undersize presente en la carga del molino al comienzo del segundo ciclo, está dado por $[1\text{-}r_o] \; M_2$.

Si designamos por U_e al peso total de undersize obtenido en el equilibrio (250% C. Circulante), la cantidad de fino requerida producir en el segundo ciclo es: $U_e - [1\text{-}r_o] M_2$. Luego, siguiendo la recomendación de Bond, el número de revoluciones requeridas en el 2º ciclo está dado por:

$$n_2 = \frac{1}{g_1} \left[U_e - \left(1\text{-}r_o\right) \; M_2\right] \qquad (2.48)$$

y la cantidad de oversize (material retenido sobre la malla de separación) presente en el producto del molino al término del 2º ciclo, queda dada por:

$$0_2 = \underbrace{r_o \cdot M_1 \ \phi \ (n_1 + n_2)}_{\text{proviene de la carga Circulante}} + \underbrace{r_o \cdot M_2 \ \phi \ (n_2)}_{\text{proviene de la Alimentación Fresca}} \tag{2.49}$$

En general, después de N ciclos:

$$0_N = \sum_{k=1}^{N} 0_N^K = (0_{N-1} + r_o \ M_N) \phi (n_N) \tag{2.50}$$

donde 0_N^K representa al peso de material oversize proveniente de la alimentación fresca del k-ésimo ciclo, y que todavía no logra pasar bajo la malla de corte al término de N-ésimo ciclo.

Substituyendo la ecuación (2.44) en 2.50), resulta:

$$0_N = \sum_{K=1}^{N} \left[r_o M_K \ \phi \left(\sum_{j=K}^{N} n_j \right) \right] \tag{2.51}$$

En forma similar:

$$\underbrace{U_N}_{\substack{\text{U'size} \\ \text{Ciclo N}}} = \underbrace{0_{N-1}}_{\substack{\text{O'size} \\ \text{Ciclo (N-1)}}} + \underbrace{r_o M_N}_{\substack{\text{O'size} \\ \text{A. Fresca}}} - \underbrace{0_N}_{\substack{\text{O'size} \\ \text{Ciclo N}}} \tag{2.52}$$

$$g_N = U_N / n_N \qquad \text{(g/rev)} \tag{2.53}$$

$$M_{N+1} = M_1 - 0_N = U_N + (1 - r_o) \ M_N \tag{2.54}$$

y, finalmente:

$$n_{N+1} = \frac{1}{g_N} \left[U_e - (1 - r_o) M_{N+1} \right] \tag{2.55}$$

Las ecuaciones (2.51) a (2.55) proporcionan el algoritmo de cálculo deseado para simular ciclo a ciclo un test standard de Bond, suponiendo que la naturaleza de la función ϕ es conocida a priori. El procedimiento involucra cálculos sucesivos de g_N, N=1, 2, 3, ... hasta que la secuencia converja al índice de moliendabilidad de Bond. La función $\phi(n)$ propuesta por Kapur es la siguiente:

$$\phi(n) = \boxed{\phi (0) \exp [Gn]} \tag{2.56}$$

Donde: $\phi(0)$ = 1 (por definición)
n = N° de revoluciones del molino (rev.)
G = parámetro cinético de molienda batch (rev^{-1})

no obstante, Kapur indica que el algoritmo desarrollado no se restringe a la expresión de ϕ propuesta en la ecuación (2.56), siendo de carácter completamente general; e incluso, su utilidad podría ser mayor al usar expresiones más complicadas para ϕ. En general, el autor señala la imposibilidad de encontrar una relación explícita entre el índice de moliendabilidad de Bond y el parámetro cinético G(rev^{-1}), según se demuestra a continuación.

Relación entre el Indice de Moliendabilidad de Bond ($G_{b\,p}$; g/rev) y el Parámetro Cinético de Molienda Batch (G; rev^{-1})

Si utilizamos el subíndice "e" para designar los valores alcanzados en el equilibrio, de un test de Bond simulado, se obtendrán las siguientes expresiones matemáticas de interés:

— Oversize del Producto del Molino, en el equilibrio (U_e; g)

$$0_e = \frac{2,5}{3,5} M_1 \tag{2.57}$$

— Alimentación Fresca en el equilibrio (M_e; g)

$$M_e = M_1 - 0_e = M_1/3,5 \tag{2.58}$$

— Oversize en la Alimentación al Molino, en el equilibrio (g)

$$0_e + r_o M_e = \frac{(r_o + 2,5) M_1}{3,5} \tag{2.59}$$

— Cantidad de Finos producida en el equilibrio (U_e; g)

$$U_e = 0_e + r_o M_e - 0_e = r_o M_e = r_o M_1/3,5 \tag{2.60}$$

— Indice de Moliendabilidad de Bond en el equilibrio (G_{b_p}; g/rev)

$$G_{b_p} = \frac{r_o M_e}{n_e} = \frac{r_o M_1}{3,5\, n_e} \tag{2.61}$$

Donde n_e, el número de revoluciones requeridas en el equilibrio, debe satisfacer la ecuación:

$$0_e = 0_e\, \phi'(n_e) + r_o M_e\, \phi\,(n_e) \tag{2.62}$$

Siendo ϕ' una función dependiente de la distribución granulométrica de la carga circulante al molino (oversize del harnero), y además: $\phi' \neq \phi$.

Aun cuando ϕ y ϕ' sean funciones conocidas, no es posible obtener una solución analítica para n_e, a menos que se cumpla lo siguiente:

$$\left.\begin{aligned} \phi'(n_e) &= \exp(G' n_e) \\ y: \quad \phi(n_e) &= \exp(G n_e) \end{aligned}\right\} \qquad (2.63)$$

Reemplazando (2.63) en (2.62), resulta:

$0_e = 0_e \exp(G' n_e) + r_o (M_1/3,5) \exp(G n_e)$; o bien:

$$\frac{2,5}{3,5} M_1 = \frac{2,5}{3,5} M_1 \exp(G' n_e) + r_o \frac{M_1}{3,5} \exp(G n_e); \text{ luego:}$$

$$2,5 = \underbrace{2,5 \exp(G' n_e)}_{\substack{\text{proveniente de la} \\ \text{carga circulante}}} + \underbrace{r_o \exp(G n_e)}_{\substack{\text{proveniente de la} \\ \text{alimentación fresca}}} \qquad (2.64)$$

La resolución de la ecuación (2.64) para calcular "n_e" puede obtenerse mediante los siguientes métodos alternativos:

(a) **Solución propuesta por Kapur, P.** (19):

Para valores suficientemente pequeños de $(G' n_e)$ y $(G n_e)$:

$$2,5 \simeq 2,5(1 + G' n_e) + r_o(1 + G n_e) \qquad (2.65)$$

De donde:

$$n_e \simeq - \frac{r_o}{2,5 G' + r_o G} \qquad (2.66)$$

Reemplazando (2.66) en (2.61):

$$\begin{aligned} G_{b_p} &\simeq -\left(\frac{2,5}{3,5} M_1\right) G' - \left(\frac{r_o}{3,5} M_1\right) G \\ &\simeq -0_e G' - U_e G \end{aligned} \qquad (2.67)$$

Definiendo ahora: $\lambda = G'/G$ (siendo normalmente $\lambda < 1$); y

$$A = \frac{2,5}{3,5} \left[\frac{\lambda}{r_o} - 1 \right] + 1 \qquad (2.68)$$

se obtiene finalmente:

$$\boxed{G_{b_p} \simeq -r_o M_1 G A} \qquad (2.69)$$

Ahora, como: $0(n) = r_o M_1 \exp(G n)$ (2.70)

la velocidad inicial de producción de finos en un test de molienda batch (o sea, el índice de moliendabilidad batch para tiempos cortos de molienda, suponiendo $n \to 0$), estará dada por:

$$Y = \lim_{n \to 0} \left[- \frac{d0(n)}{dn} \right] = -r_o M_1 G \qquad (2.71)$$

Combinando (2.71) con (2.69), se obtiene finalmente la siguiente relación simplificada entre $G_{b\,p}$ (índice de moliendabilidad del material para el test de Bond en equilibrio) y el respectivo índice de moliendabilidad batch del material (Y):

$$\boxed{G_{bp} = Y A} \qquad (2.72)$$

Donde, para efectos prácticos, el valor de A se puede suponer aproximadamente igual a 1.

Obsérvese que el término G' en las ecuaciones (2.64) a (2.68) corresponde al parámetro cinético de molienda de la carga circulante del test de Bond, mientras que el parámetro G se refiere a la alimentación fresca. Como G' se relaciona con las partículas gruesas recirculadas al molino, cuyo tamaño promedio es normalmente menor que el de la alimentación fresca, y como las partículas más pequeñas generalmente se muelen a una velocidad menor que la del material grueso, es claro que la razón $\lambda = G'/G$, debería ser normalmente inferior a 1. Es razonable suponer además que el valor de λ no debería ser muy diferente a la unidad, en vista del 250% de carga circulante estipulada en el test de Bond, de modo que la distribución granulométrica de la carga circulante se asemejaría a la del respectivo sobretamaño proveniente de la alimentación fresca. Todo ello hace presuponer que el valor de A en la ecuación (2.72) debería ser aproximadamente igual a 1 (requiriéndose para ello que: $\lambda \simeq r_{o1} < 1$).

A objeto de evaluar el valor de $G_{b\,p}$ mediante la ecuación (2.69), Kapur sugiere utilizar el valor G_2 de G, determinado en el 2º ciclo de un test standard de Bond. Esto es, se reemplazará G por G_2 en (2.69), previo a estimar el índice de moliendabilidad del material mediante dicha expresión. El mismo criterio adopta Kapur en el cálculo de W_I, utilizando una nueva fórmula empírica propuesta por el autor para tales efectos (según se discute más adelante).

(b) Solución propuesta por Gutiérrez, L. et. al.[16]:

La expresión aproximada (2.69) propuesta por Kapur para determinar el índice de moliendabilidad de un material, usando una malla de corte previamente seleccionada en un test standard de Bond, puede escribirse como sigue:

$$\boxed{G_{b_p} = - r_o M_1 G_o A} \qquad (2.73)$$

Donde:

G_{b_p} = índice de moliendabilidad del material, para la malla de corte seleccionada en el test de Bond (g/rev)

r_o = fracción en peso acumulada (o/1) retenida sobre la malla de corte (oversize), en la alimentación fresca al molino (alimentación total del molino para el 1er ciclo del test de Bond).

M_1 = peso total de la carga de sólidos en el molino, para cada ciclo de molienda (g)

G_o = constante cinética de producción de finos bajo la malla de separación, para la alimentación fresca al molino (rev^{-1})

A = constante de proporcionalidad (aproximadamente igual a 1, de acuerdo al análisis efectuado por Kapur).

Ahora, de acuerdo a la ecuación (2.61), el índice de moliendabilidad de Bond bajo condiciones de equilibrio (250% C.C.) está dado por:

$$G_{b_p} = \frac{r_o M_1}{3{,}5\, n_e} \quad (2.61)$$

Donde n_e representa el número de revoluciones requeridas en el equilibrio, y (r_o $M_1/3{,}5$) corresponde a la cantidad de finos (undersize) producida en el equilibrio, bajo condiciones de clasificación ideal del harnero y suponiendo un 250% de carga circulante.

El valor de n_e puede determinarse como sigue:

— De la ecuación (2.50), para el N-ésimo ciclo del test de Bond, tendremos:

$$O_N = (O_{N-1} + r_o M_N)\, \phi(n_N) \quad (2.50)$$

Donde:

O_N = peso del material retenido sobre la malla de separación, en la descarga del molino del N-ésimo ciclo, que se recircula como parte de la alimentación total que entra al molino en el (N+1)-ésimo ciclo; (g)

O_{N-1} = idem que O_N, pero referido al (N-1)-ésimo ciclo (g)

M_N = peso de alimentación fresca agregada durante el N-ésimo ciclo (g)

$\phi(n_N)$= exp [$G_N n_N$] = una función de la constante cinética de producción de finos bajo la malla de corte, para el total de material alimentado el molino en la N-ésimo ciclo (G_N; rev^{-1}) y del número de revoluciones del molino en el N-ésimo ciclo (n_N).

Bajo condiciones de equilibrio del test de Bond, se tendrá:

$$O_N = O_{N-1} = O_e = \frac{2{,}5}{3{,}5} M_1 \quad \text{(ver ecuación 2.57)}$$

$$M_N = M_e = M_1/3{,}5 \quad \text{(ver ecuación 2.58)}$$

$$\phi(n_N) = \phi(n_e) = \exp[G_e n_e]$$

Siendo G_e = constante cinética de producción de finos bajo la malla de corte, para el total de material (alim. fresca + carga circulante) alimentado al molino bajo condiciones de equilibrio; (rev^{-1}).

donde, el subíndice "e" se refiere a condiciones de equilibrio.

Reemplazando los valores anteriores en (2.50), se obtiene:

$$0_e = (0_e + r_o M_e)\,\phi(n_e)$$

$$\frac{2,5}{3,5} M_1 = \left(\frac{2,5}{3,5} M_1 + r_o \frac{M_1}{3,5}\right) \exp(G_e n_e)\text{; de donde:}$$

$$2,5 = (2,5 + r_o) \exp(G_e n_e) \qquad (2.74)$$

y finalmente:

$$\boxed{n_e = \frac{1}{G_e} \ell n \left(\frac{2,5}{2,5 + r_o}\right)} \qquad (2.75)$$

que nos permite determinar el valor buscado de "n_e". Obsérvese además que G_e depende tanto de G' (carga circulante) como de Go (alim. fresca), de acuerdo a la notación anterior empleada en la ecuación (2.64), que constituye una ecuación equivalente a la expresión (2.74) presentada en esta oportunidad (o sea, G_e sería un parámetro cinético promedio de la alimentación real al molino en el equilibrio, constituida por las respectivas proporciones de carga circulante y alimentación fresca).

Reemplazando finalmente (2.75) en (2.61), resulta:

$$\boxed{G_{b_p} = \frac{r_o M_1 G_e}{3,5\ \ell n \left(\frac{2,5}{2,5 + r_o}\right)}} \qquad (2.76)$$

que constituye una expresión alternativa a la (2.73) para calcular G_{bp} (g/rev), suponiendo que G_e (rev^{-1}) es un parámetro conocido.

La relación matemática que liga los parámetros G_e, G' y Go, es como sigue (ver ecuaciones 2.64 y 2.74):

$$\underbrace{(2,5 + r_o) \exp(G_e n_e)}_{\text{Alim. Total al Molino}} = \underbrace{2,5 \exp(G' n_e)}_{\text{Carga Circulante}} + \underbrace{r_o \exp(G_o n_e)}_{\text{Alim. Fresca}} \qquad (2.77)$$

cuya solución exacta es:

$$G_e = \ell n \left[\left(\frac{2,5}{2,5 + r_o}\right) \exp(G' n_e) + \left(\frac{r_o}{2,5 + r_o}\right) \exp(G_o n_e)\right]^{1/n_e} \qquad (2.78)$$

mientras que una solución aproximada de (2.77), para valores suficientemente pequeños de ($G_e n_e$), ($G' n_e$) y ($G_o n_e$), sería:

$$G_e \simeq \left(\frac{2{,}5}{2{,}5+r_o}\right)G' + \left(\frac{r_o}{2{,}5+r_o}\right)Go \qquad (2.79)$$

Definiendo como antes: $\lambda = G'/Go$ (ec. 2.68), se obtiene:

$$G_e \simeq \left(\frac{2{,}5\,\lambda + r_o}{2{,}5 + r_o}\right)Go \qquad (2.80)$$

Donde, de acuerdo a lo sugerido por Kapur, podemos suponer como primera aproximación que $\lambda = 1$; obteniéndose en tal caso: $G_e \simeq Go$.

De los resultados de innumerables test de ciclos de molienda efectuados en INCO Metals of Canada [16], usando diferentes materiales y mallas de corte en cada prueba, se pudo constatar que la aproximación $G_e \simeq Go$, era suficientemente buena sólo para mallas de corte relativamente finas (100 mallas Tyler o más finas); de modo que para dichos tamaños ($P_{100} \leqslant$ 150 µm) la ecuación (2.76) puede escribirse como sigue:

$$(G_{bp})_n \simeq \frac{r_n M_1 G_o}{3{,}5\ \ell n\left(\frac{2{,}5}{2{,}5 + r_n}\right)} \qquad (2.81)$$

Donde:

$(G_{bp})_n$ = valor de G_{bp} (g/rev) del material, considerando una malla de corte suficientemente fina ($P_{100} \leqslant$ 150 µm)

r_n = fracción en peso acumulada, retenida sobre dicha malla de corte, en la alimentación fresca del molino.

Comparando (2.81) con (2.73), se obtiene la siguiente expresión simplificada para el cálculo de la constante "A" de Kapur (ec. 2.73), considerando que $r_o = r_n$:

$$A \simeq \frac{1}{3{,}5\ \ell n\left(1 + \frac{r_n}{2{,}5}\right)} \qquad (2.82)$$

La aproximación (2.82) se hace más exacta a medida que se afina el tamaño de corte. Por ejemplo, se podría evaluar el valor de A a partir de los respectivos valores de r_n asociados a las mallas Tyler 200, 270 y 325 en la alimentación fresca, promediando entonces los resultados calculados mediante la ec. (2.82) a objeto de estimar el correspondiente valor de A, que normalmente fluctúa entre 0,9 a 1,1. Una vez evaluado el valor de A mediante la ecuación (2.82), se podrá usar confiadamente la expresión (2.73) propuesta por Kapur para estimar G_{bp}. (g/rev), obteniéndose un error promedio de ± 5% comparado con los respectivos valores de G_{bp} obtenidos a través del test standard de Bond (obsérvese que de acuerdo a la expresión (2.82), el valor A = 1 se obtiene sólo cuando $r_n \simeq 0{,}8268$).

Finalmente, para calcular el valor de W_I (kwh/ton) a partir de la fórmula standard de Bond (ec. 2.25), se requiere además predecir el valor de P_{80} (μm), ya que los demás términos de dicha ecuación son conocidos a priori (el valor de F_{80}; μm se calcula al inicio del test y el valor de P_{100} (μm) es fijado a priori, mientras que el valor de G_{bp} (g/rev) puede estimarse a través de las ecuaciones (2.73) y 2.82). Luego, el único valor por determinar es el P_{80} (μm), que se puede calcular de la curva granulométrica simulada del producto final obtenido en el test de Bond; para lo cual la siguiente expresión[16,20] ha demostrado ser lo suficientemente precisa en la mayoría de los casos analizados en la práctica:

$$P_i = 3{,}5 \cdot \left[1 - \left(\frac{3{,}5 - N_i}{3{,}5} \right) \cdot \left(\frac{3{,}5 - N_s}{2{,}5} \right)^{-G_i/G_s} \right] \qquad (2.83)$$

Donde:

P_i = fracción en peso acumulada bajo la malla "i", en el producto final del circuito (°/1)

N_i = fracción en peso acumulado bajo la malla "i", en la alimentación fresca del circuito (o/1)

N_s = fracción en peso acumulada bajo la malla "s" (malla de separación), en la alimentación fresca del circuito (°/1)

G_i = parámetro cinético de molienda batch, para la i-ésima malla (rev^{-1})

G_s = Parámetro cinético de molienda batch, para la malla de separación (rev^{-1})

s = subíndice utilizado para identificar la malla de separación

i = subíndice empleado para identificar cualquier fracción de tamaño más fino que la malla de corte (i = s + 1, s + 2, ... , n)

Obsérvese que $P_s = 1$, para i = s en la ecuación (2.83); o sea, el 100% del producto final del circuito se encuentra bajo la malla de corte. Esta ecuación se basa en la hipótesis de "Producción Constante de Finos en la Molienda" sugerida inicialmente por Herbst, J. A. et. al.[21] en 1968, la que fue posteriormente revisada y ampliada por Luckie, P.T. y Austin, L.G. en 1972.[22] El desarrollo analítico de la ecuación (2.83) presupone además una clasificación perfecta del material en torno a la malla de corte y una carga circulante del 250% para un test standard de Bond en el equilibrio.

Las fórmulas (2.73), (2.82) y (2,83), permiten obtener toda la información requerida en el cálculo del índice de trabajo de un material (ecuación 2.25) para diferentes mallas de corte requeridas. Además, la ecuación (2.75) permite estimar razonablemente el número de revoluciones requeridas en el equilibrio, para lo cual el valor de G_e (rev^{-1}) en dicha ecuación puede estimarse por simple comparación de las ecuaciones (2.73) y (2.76), como sigue:

$$G_e \simeq \left[3{,}5\, A\, \ell n \left(1 + \frac{r_o}{2{,}5} \right) \right] G_o$$

$$\simeq \left[\ell n \left(1 + \frac{r_o}{2{,}5} \right) / \ell n \left(1 + \frac{r_n}{2{,}5} \right) \right] G_o \qquad (2.84)$$

de modo que para las mallas más finas, donde $r_o = r_n$ se tendrá: $G_e \simeq G_o$: existiendo por tanto una simple corrección a ser aplicada sobre G_o (rev^{-1}; alim. fresca) para evaluar el correspondiente valor de G_e (rev^{-1}; aliment. total al molino). Como normalmente $r_n \geqslant r_o$ se tendrá de (2.84) que $G_e \leqslant G_o$, lo que concuerda con lo expresado a través de la ecuación (2.80),

donde normalmente $\lambda = G'/G_o \leqslant 1$ y por lo señalado por Kapur (que asume $\lambda \simeq 1$). Expresado de esta forma; podemos afirmar que el parámetro cinético de molienda batch (G: rev^{-1}) es "environment dependent", o sea, depende de la proporción relativa de finos existente en la alimentación real al molino durante cada ciclo de molienda.

Los valores de G_i ($i = \overline{s,n}$) en la ecuación (2.83) se determinan a través de simples pruebas batch de molienda efectuadas sobre el material (alim. fresca) en un molino de bolas standard de Bond, a escala de laboratorio, variando el número de revoluciones en cada prueba. Posteriormente, se grafican las fracciones en peso acumuladas del material retenido sobre cada malla versus el N° de revoluciones (escala semi-log), determinando las pendientes iniciales de las rectas ajustadas a cada malla (ajuste realizado en la porción lineal de las curvas "$\ell n\, P_i(n)$ versus n(rev)" en cada caso), que corresponderán a los valores de G_i buscados (obsérvese que los valores de G_i son negativos en cada caso y que el valor absoluto de G_i corresponde a la respectiva función selección de cada tamaño considerado, según se demuestra en secciones posteriores).

El método señalado es de gran aplicabilidad práctica, pues permite determinar los valores de W_I (kwh/ton) para diferentes mallas de corte, basándose en resultados de simples pruebas de molienda batch efectuadas en el molino standard de Bond. Para los casos investigados por los autores[16], se obtuvo un error relativo promedio de ± 5% en los valores de W_I determinados a través del método descrito, en comparación con los respectivos valores obtenidos a través del método standard de Bond.

No obstante lo anterior, Kapur desarrolló una metodología levemente distinta para calcular el índice de trabajo de Bond, la cual se describe brevemente a continuación.

Metodología de Kapur para calcular el Indice de Trabajo

Como en el método de Kapur no se puede obtener explícitamente el valor de P_{80} (μm), el autor propone estimar el índice de trabajo de Bond mediante la siguiente correlación empírica:

$$W_I = 2{,}648(P_{100})^{0{,}406}\,(-G_2)^{-0{,}810}\,(r_oM_1)^{-0{,}853}\,(1-r_o)^{-0{,}099} \tag{2.85}$$

Donde G_2 corresponde al valor de G determinado en el 2° ciclo de un test standard de Bond. Tanto el coeficiente numérico como los diferentes exponentes que aparecen en la ecuación (2.85) fueron determinados por Kapur usando la técnica de ajuste por Mínimos Cuadrados, para lo cual se minimizó la suma residual de cuadrados entre los valores de W_I predichos por la ecuación (2.85), con aquellos determinados experimentalmente mediante el procedimiento standard de Bond. Se obtuvo un error relativo promedio de 9,37% para un total de 20 muestras investigadas.

El método de Kapur tiene la desventaja de requerir el uso de un molino de Bond standard para efectuar las pruebas de molienda batch, el cual puede no estar disponible en algunos laboratorios, especialmente los de planta. Además, utiliza otra ecuación empírica para calcular el índice de trabajo, la cual deberá ser chequeada para cada caso en particular. Finalmente, la complejidad del cálculo requerido necesita de los servicios de un técnico altamente especializado en la materia.

– ***Método de Karra, V.K.***[23]

En 1981, Karra propuso algunas modificaciones interesantes al algoritmo de cálculo desarrollado originalmente por Kapur, en 1970. En aquellos casos en que la alimentación

fresca al test de Bond contiene una proporción excesiva de finos bajo la malla de corte, se remueve este material reemplazándolo por una cantidad equivalente de alimentación fresca. Esta alimentación combinada se utiliza como carga del molino durante el primer ciclo del test standard de Bond. El algoritmo desarrollado inicialmente por Kapur, fue modificado por Karra, para poder incluir esta situación especial. Además de ello, Karra presenta un nuevo algoritmo simplificado, que considera el hecho de que el material recirculado al molino debería contener los componentes más duros de la alimentación fresca al circuito de molienda y, por lo tanto debería molerse a una menor velocidad específica comparativa. El nuevo algoritmo también utiliza una ecuación ajustada por regresión estadística para estimar el índice de trabajo del material.

Al igual que el método de Kapur, el algoritmo de Karra requiere de la ejecución de los primeros dos ciclos de un test standard de Bond, a objeto de determinar los valores de los parámetros cinéticos requeridos en la simulación. Una vez completada la evaluación experimental del índice de moliendabilidad para los dos primeros ciclos del test standard de Bond, el algoritmo calcula el índice de moliendabilidad para los ciclos de molienda subsecuentes, hasta que se logren alcanzar las condiciones de equilibrio estipuladas por Bond. El índice de trabajo se evalúa entonces mediante la siguiente ecuación empírica:

$$W_I = 9{,}934\,(P_{100})^{0{,}308}\,(G_{k_r})^{-0{,}696}\,(F_{80})^{-0{,}125} \tag{2.86}$$

donde, G_{K_r} es el índice de moliendabilidad de Bond simulado por el algoritmo de Karra; P_{100} y F_{80} tienen el mismo significado dado anteriormente.

El coeficiente numérico y los diversos exponentes de la ecuación (2.86) fueron determinados mediante técnicas de regresión múltiple, para ajustar los índices de trabajo determinados experimentalmente (test standard de Bond), tal como fuese hecho anteriormente por Kapur. Para un total de 15 casos distintos investigados por Karra, el autor obtuvo un error relativo promedio de ± 4,77%, comparado con el respectivo valor de ± 6,06% obtenido mediante el algoritmo de Kapur modificado (para una "Scalped feed"), en comparación con los respectivos valores obtenidos a través del método standard de Bond.

Como el método de Karra utiliza las mismas hipótesis y procedimiento experimental descritos por Kapur, trae asociadas consigo las mismas desventajas ya señaladas en el método anterior.

— *Método de Chequeo Rapido (Anaconda)*(24)

Anaconda publicó en 1982 un método empírico aproximado para estimar el índice de trabajo de diversos minerales, basándose en la siguiente ecuación empírica(24):

$$W_I = R/\,(G_{bp})^{0{,}82} \tag{2.87}$$

Donde: W_I = índice de trabajo del material (kwh/ton corta)

$$R = \frac{44{,}5}{P_{100}^{\;0{,}23}} \cdot \left[\frac{10}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{F_{80}}}\right]^{-1} \tag{2.88}$$

G_{b_p} = índice de moliendabilidad del material (g/rev) que, o bien se conoce directamente de antemano, o bien se determina por otros mé-

todos indirectos como el de Smith and Lee (1968), Kapur (1970), Gutiérrez (1975), o Karra (1981).

La ecuación (2.89) se deriva directamente de la ecuación revisada de Bond (ec. 2.25), definiendo el valor de R como se indica en la expresión (2.88).

La ejecución de innumerables tests de Bond, efectuados por Anaconda durante los últimos 18 años en el "Anaconda Research Center", demostró que el valor de F_{80} varía sólo levemente de un tipo de mineral a otro, para una gran cantidad de minerales investigados. En foma similar, el valor de P_{80} varía significativamente sólo cuando se cambia la abertura de la malla de corte (P_{100}); en cualquier otro caso, P_{80} asume un valor aproximadamente constante (esto ya fue observado por Bond; ver ecuación (2.26) para estimar el valor de P_{80} en función de P_{100}, cuando el primer valor no se puede determinar experimentalmente). En realidad, la ejecución de tests standard de Bond con mallas de corte más finas que 150 # son poco confiables, debido a la significativa pérdida de eficiencia del tamizado en seco (a menos que este último se realice en húmedo, alargando así considerablemente la ejecución del test de Bond, cuya etapa de molienda debe no obstante realizarse en seco). Así, aun cuando las distribuciones granulométricas de la alimentación y producto del circuito pueden variar significativamente de un material a otro, los valores de F_{80} y P_{80} se mantienen sensiblemente constantes para una cierta malla de corte preseleccionada, garantizando la constancia del valor de R en la ecuación (2.88).

Los valores promedios de R determinados en el Laboratorio de Investigación de Anaconda para diferentes tipos de minerales se resumen a continuación:

Malla de Corte, P_{100}

Malla	**Micrones**	**R**
35	417	30,5
48	295	26,0
65	208	22,5
100	147	18,5
150	104	16,0
200	74	13,5

El error promedio de 30 determinaciones de W_I efectuadas por Anaconda mediante el método recién descrito, fue de sólo un 3,77% (variando entre -5,30% y + 9,94% para los casos más extremos), comparando con el método standard de Bond.

– *Método de Yashima et al.*[25]

Una metodología indirecta completamente diferente para determinar el índice de trabajo de los materiales fue publicada en 1970, por Yashima et al.[25]. Utilizando análisis dimensional, los autores desarrollaron una correlación empírica entre el índice de Bond y las propiedades mecánicas de siete materiales con distintas propiedades de fractura. La ecuación empírica desarrollada fue como sigue:

$$\frac{W_I\ \rho_s}{S_t} = 1{,}56 \times 10^{-5} \left(\frac{Y_1}{S_t}\right)^{0{,}35} (B_r)^{0{,}15} (1-\nu_1^2)^{0{,}20} (R_c)^{-0{,}09} (R_t)^{-0{,}48} \qquad (2.89)$$

Donde:

W_I = índice de trabajo (kwh/ton corta)
ρ_s = gravedad específica del sólido (kg/cm^3)
B_r = índice de fractura
S_t = resistencia a la tracción (kg/cm^2)
Y_I = modelo de Yang (kg/cm^2)
ν_I = razón de Poisson
R_c = razón entre la superficie específica del producto de fractura y la del especimen cilíndrico
R_t = razón entre la superficie específica del producto de fractura y la del especimen esférico, bajo velocidad lenta de compresión.

De acuerdo a Yashima et al., la ecuación (2.89) puede ser aplicada a materiales quebradizos con índices de dureza Mohs variando entre 2,0 y 6,5. El error relativo promedio de los valores de W_I obtenidos para siete muestras distintas mediante el método de Yashima es de ± 7,27% , comparando dichos valores con aquellos obtenidos a través del método standard de Bond.

No obstante, el método de Yashima et al. demuestra la factibilidad de correlacionar las propiedades mecánicas de materiales quebradizos con el correspondiente valor de W_I; su aplicabilidad es limitada debido a la extensa cantidad de trabajo requerido en la determinación de todas las propiedades requeridas en dicha correlación. Esto es fundamentalmente válido para materiales no-homogéneos (como los minerales), donde dichas propiedades deberán evaluarse para cada tipo de muestra en particular.

– *Método ANACONDA Simplificado*[24]

Este método, al igual que aquellos descritos por Berry & Bruce (1966) y Horst & Bassarear (1966), utiliza un molino de bolas convencional de laboratorio para la ejecución de las pruebas batch de molienda requeridas en la obtención de toda la información experimental necesaria. En contraste con los métodos comparativos señalados, el procedimiento empleado por ANACONDA no requiere de un mineral de referencia cada vez que el test es llevado a cabo. En lugar de ello, utiliza un "molino de bolas calibrado" con diferentes minerales cuyos índices de trabajo son conocidos a priori (método standard de Bond). La base del método consiste en calcular un índice de trabajo operacional a partir de datos de molienda batch, el que se supone estar directamente relacionado con el W_I determinado mediante el test standard de Bond. Dicho "factor de calibración", una vez determinado a partir del análisis de diferentes minerales, se mantiene constante para todos los minerales posteriores que requieran ser investigados.

Como el índice de trabajo propuesto por Bond constituye un valor meramente compreparativo, obteniéndose por molienda standard controlada en un molino de bolas estandarizado, el método propuesto por ANACONDA sigue el mismo principio, pero utilizando un test standard de molienda batch efectuado en húmedo. Como los resultados obtenidos en ambos casos se relacionan directamente con la dureza del mineral, es obvio esperar que exista una correlación directa entre los valores de W_I estimados a través de ambos métodos. En cambio, con los métodos comparativos desarrollados por otros autores, se requiere que tanto la muestra-test como la muestra de referencia tengan granulometrías de alimentación muy similares (en lo posible, idénticas), a objeto que el test comparativo de molienda pueda reflejar cambios de dureza en cantidades iguales de dichos materiales molidos en el mismo equipo y bajo el mismo input energético (igual tiempo de molienda, e idénticas condiciones operacionales en cada caso).

Sin embargo, como materiales diferentes tendrán también distintas características de fractura, es razonable esperar leves variaciones en la distribución granulométrica de alimen-

tación al molino, aun cuando se utilice un procedimiento standard de trituración controlada para preparar todos los materiales. Específicamente, la muestra de alimentación al test ANACONDA se prepara a – 10 mallas por trituración controlada, y la fracción – 100 mallas es escalpada por tamizaje ("scalped feed"). El tamaño máximo de 10 mallas fue seleccionado arbitrariamente por ANACONDA, considerando que todas las muestras de mineral son chancadas a esta granulometría, previo a la molienda y posterior flotación de las mismas a escala de laboratorio. Así, toda muestra que ya haya sido preparada a 100% – 10 mallas para su posterior molienda y flotación a escala de laboratorio, constituye asimismo una muestra adecuada para la ejecución del test standard de molienda desarrollado por ANACONDA. Otra ventaja de utilizar una "muestra escalpada" es que su distribución granulométrica se asemeja a la carga del molino bajo condiciones de equilibrio de un test de Bond standard. Este hecho contribuye a que la eficiencia de molienda sea similar en ambos casos.

Si se utiliza la misma distribución granulométrica de alimentación para diferentes minerales y si se suministra la misma energía específica en cada caso, la dureza relativa de los minerales se reflejará en el desplazamiento de los respectivos perfiles granulométricos de los productos molidos con respecto a la distribución granulométrica del material de alimentación. Mientras mayor sea dicho desplazamiento más blando será el mineral y viceversa. Como el test de molienda batch desarrollado por Anaconda se efectúa bajo condiciones extremadamente controladas, se obtiene con ello una excelente reproducibilidad en los resultados. De esta forma, el método refleja la dureza relativa de los materiales, en una forma muy precisa.

El método simplificado de Anaconda calcula directamente el índice de trabajo de Bond. El índice de moliendabilidad de Bond (G_{bp}, g/rev) puede ser también determinado (si se requiere) mediante una fórmula empírica, tal como la representada por (2.87). Como el método se basa en una prueba standard de molienda batch, la distribución granulométrica del producto será distinta a aquella obtenida en un test standard de Bond.

Descripción del Método

El procedimiento ANACONDA puede llevarse a efecto en cualquier molino de bolas convencional de laboratorio. El uso de diferentes equipos simplemente implicará obtener diferentes "constantes de calibración" para cada situación. El equipo descrito más adelante se usa actualmente en el laboratorio experimental de ANACONDA. En el supuesto caso que la calibración sea impracticable (o imposible) en un cierto laboratorio dado, al utilizar el mismo tipo de molino y operándolo bajo las mismas condiciones descritas más adelante, se podría emplear la misma constante de calibración indicada al final del trabajo (la cual es válida para una malla de corte equivalente a 100# Tyler). El método, no obstante, puede ser recalibrado con cualquier otra malla de corte deseada.

Descripción del Equipo

El molino de bolas de laboratorio, utilizado en el test standard de ANACONDA, corresponde a un molino Galigher de 21 cm de largo por 25,1 cm de diámetro. El molino se carga con bolas de acero de tamaño variable (entre 1 1/2" y 7/8"). La carga de bolas del molino incluye: 11 bolas de 1 1/2"; 17 bolas de 1 1/4"; 13 bolas de 1 3/16"; 10 bolas de 1 1/16"; 7 bolas de 1" y 30 bolas de 15/16"; cuyo peso total asciende a 9.083 g (88 bolas en total). El molino gira a una velocidad constante de 92 RPM (aprox. 96% de la velocidad crítica).

Preparación de la Muestra para el Test

La muestra de alimentación al Test ANACONDA se prepara bajo 10 mallas (trituración controlada), separando entonces la fracción – 100 mallas por tamizaje. Un tamizado en seco será suficiente, si es que se ejecuta apropiadamente. Se deberá tratar de eliminar al máxi-

mo la cantidad de material – 100 mallas en la alimentación (en lo posible, se intentará obtener no más de un 3% – 100 # en la alimentación al molino).

Procedimiento Experimental y de Cálculo

Se molerán 1.000 gramos de material de alimentación a 50% de sólidos en peso (un litro de agua) por un período de 10 minutos. A objeto de determinar los respectivos valores de F_{80} y P_{80}, se analizarán la alimentación y descarga del molino, usando una serie standard de tamices Tyler.

Suponiendo ahora que el índice de Bond es directamente proporcional al índice de trabajo operacional determinado a partir de la prueba batch de molienda:

$$W_I = \alpha W_{Io} = \frac{\alpha \bar{E}}{10} \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right)^{-1} \tag{2.90}$$

donde: α = constante de proporcionalidad

$\bar{E}$ = consumo neto de energía específica durante el test de molienda batch (kwh/ton corta)

Definiendo: $A = \dfrac{\alpha \bar{E}}{10}$, el índice de trabajo podrá ser calculado directamente, como sigue:

$$\boxed{W_I = A \Big/ \left[\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right]} \tag{2.91}$$

Donde: A = constante de calibración del molino (kwh/ton corta)

P_{80} = tamaño 80% pasante del producto de molienda batch (um)

F_{80} = tamaño 80% de la alimentación al molino (um)

W_I = índice de trabajo de Bond (kwh/ton corta)

Para el molino utilizado en Anaconda Research Labs., el valor calculado para la constante de calibración "A" fue de 0,5031 (kwh/ton corta), empleando el método de calibración que se describe más abajo. Así, la ecuación (2.91) queda como sigue:

$$W_I = 0{,}5031 \Big/ \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right) \tag{2.92}$$

La ecuación (2.92) fue utilizada para predecir el W_I de 19 muestras distintas, obteniéndose un error relativo promedio de sólo 3,51% con respecto al método de Bond standard. Esta ecuación es válida solamente para predecir índices de trabajo basados en una malla de corte de 100 # Tyler como referencia (debiendo recalcularse el valor de "A" para otras mallas de corte, según se discute más abajo).

Método de Calibración

El procedimiento de calibración implica la determinación de la constante "A" en la ecuación (2.91), basándose en la información obtenida de diferentes minerales analizados mediante el método standard de Bond y el método ANACONDA. La constante A puede determinarse mediante la técnica de mínimos cuadrados, minimizando la suma residual de cuadrados entre los valores experimentales de W_I y aquellos predichos mediante la ecuación (2.91). La expresión siguiente (Himmelblau, 1968)[26] permite estimar el "mejor" valor de A, de acuerdo a la técnica de mínimos cuadrados:

$$A = \frac{\sum_{j=1}^{n} W_{I,j} \left[(1/\sqrt{P_{80}} - 1/\sqrt{F_{80}})_j \right]^{-1}}{\sum_{j=1}^{n} \left[(1/\sqrt{P_{80}} - 1/\sqrt{F_{80}})_j \right]^{-2}} \tag{2.93}$$

Donde:
- A = constante de calibración (kwh/ton corta)
- j = subíndice utilizado para identificar el test realizado ($j = \overline{1,n}$)
- n = N° total de tests realizados
- F_{80} = tamaño 80% pasante de alimentación al molino (μm)
- P_{80} = tamaño 80% pasante del producto de molienda batch (μm)
- $W_{I,j}$ = valor experimental de W_I (kwh/ton; determinado en un test de Bond standard), calculado a partir del j-ésimo test.

Utilizando la ecuación (2.93) fue posible calcular el valor de la constante A = 0,5031 (kwh/ton corta) a partir de 19 tests efectuados con distintas muestras de Cu y Mo (100 # Tyler como malla de corte), encontrándose que el método simplificado de Anaconda permite predecir valores de W_I que en promedio se sitúan en el rango de error de ± 5% de los respectivos valores determinados a través del método standard de Bond.

Otro método alternativo para calcular el valor de la constante A (en ecuación 2.91) consiste en graficar los valores experimentales de W_I (test de Bond) versus $(1/\sqrt{P_{80}} - 1/\sqrt{F_{80}})^{-1}$ del test ANACONDA, en papel log-log, ajustando una recta (de pendiente 1,0) a dichos valores experimentales. Así, la intersección de la recta (valor ajustado de W_I) para cualquier valor dado de $(1/\sqrt{P_{80}} - 1/\sqrt{F_{80}})^{-1}$ permitiría calcular el valor de A a partir de la ecuación (2.91). Este método gráfico fue aplicado por Anaconda, para estimar la constante A en la intersección obtenida a $(1/\sqrt{P_{80}} - 1/\sqrt{F_{80}})^{-1} = 10$, obteniéndose $\hat{W}_I = 5$ (kwh/ton corta), con lo cual el valor de A resultó ser 0,5 (kwh/ton corta), valor bastante similar al calculado mediante regresión estadística (ec. 2.93).

La constante "α" en la ecuación (2.90) engloba los siguientes factores correctores de interés: (a) constante de proporcionalidad entre los valores de W_I determinados mediante el test de molienda batch (ANACONDA) y el test standard de Bond (test de ciclos); (b) factores de ajuste utilizados por Bond, para correlacionar datos de planta con resultados de pruebas standard de laboratorio y (c) eficiencia de molienda del equipo de conminución.

En el trabajo presentado por los autores del método[24] se incluyen varios ejemplos interesantes de aplicación del mismo.

– *Otros Métodos Teóricos*[24,16]

Bajo este título se incluyen diversos métodos alternativos para calcular el índice de trabajo de un material basándose en un modelo cinético de molienda de primer orden (MBPM = Modelo de Balance Poblacional Macroscópico), el cual se discutirá en detalle en el Capítulo 3 del presente Libro. En principio, a partir de este modelo es posible deducir la ecuación general de Charles-Walker (ecuación 2.39) y Ecuación de Bond (2.13), como casos particulares del MBPM. De igual forma, al utilizar los parámetros cinéticos de molienda (B y S), es posible simular un test de ciclos de molienda (test standard de Bond) en forma bastante exitosa, considerando no obstante para ello el efecto del material fino alimentado al molino[16] sobre la función selección del material (ver comentarios entregados después de la ecuación 2.84). Lo más importante, sin embargo, es que el MBPM puede ser aplicado tanto para efectos de diseño de nuevas instalaciones de conminución/clasificación como para optimizar y controlar procesos ya existentes. Gran parte de estas aplicaciones se dará a conocer en el Capítulo 6 del presente Libro (Aplicaciones a Sistemas Industriales), donde se podrá descubrir la gran potencialidad de esta nueva metodología desarrollada.

Como contribución complementaria de los autores de este Libro al extenso tema abordado en el presente Capítulo, se describe brevemente a continuación una metodología experimental de laboratorio que permite visualizar rápidamente el comportamiento de un material en la molienda, con respecto a las correlaciones empíricas "Consumo de Energía vs. Tamaño" descritas al comienzo de esta Sección (2.2.A a 2.2.D).

– *Verificación Experimental de la Ley de Bond (Ec. 2.13); y/o Postulado de Charles-Walker (Ec. 2.39)*[14]

Estos dos postulados pueden verificarse fácilmente a escala de laboratorio, como sigue:

(a) Como la ecuación de Bond no es más que un caso particular de la relación de Charles-Walker:

$$W = W_I \left[\left(\frac{100}{P_{80}} \right)^{\alpha} - \left(\frac{100}{F_{80}} \right)^{\alpha} \right] \qquad (2.39)$$

la fórmula de Bond (Ec. 2.13) se obtendrá para $\alpha = 0{,}5$, siendo no obstante de interés el chequear la validez de esta ley a escala de laborario, ya que el método de Bond constituye actualmente la metodología más difundida en la industria minero-metalúrgica para dimensionar molinos de bolas industriales y otras aplicaciones, debiéndose por tanto contar a priori con una estimación del grado de precisión que otorgará esta ecuación en cada caso específico de molienda.

(b) Para estimar el "mejor" valor de α que rige la reducción de tamaño de un material en función del consumo de energía específica aplicado a la molienda, se considerarán primero las siguientes hipótesis:

b.1. El consumo de energía específica (W; kwh/ton) será directamente proporcional al tiempo de molienda batch (min), suponiendo que la potencia específica consumida se mantiene constante en el tiempo (lo cual se puede lograr aproximadamente moliendo la misma carga de material a diferentes tiempos, y

manteniendo constantes las condiciones de operación en el molino (RPM del molino; % de sólidos en la molienda; carga de bolas; etc.)).

b.2. Si se efectúan pruebas batch de molienda a distintos tiempos, con cargas equivalentes de material (mismo peso y distribución granulométrica inicial) y manteniendo estandarizadas (constantes) las condiciones de operación en el molino durante cada test, la ecuación (2.39) puede re-escribirse como sigue, en su forma más simplificada:

$$t(\text{min}) = K \left[\left(\frac{100}{P_{80}(t)} \right)^{\alpha} - \left(\frac{100}{P_{80}(0)} \right)^{\alpha} \right] \quad (2.40)$$

Donde K es una constante, dependiente del material (W_I) y equipo de conminución (que para nuestro caso, su efecto es ≈ constante). Luego, si se mantienen idénticas condiciones operacionales en cada test (efectuando además todas las pruebas en el mismo molino), podemos suponer que K es una constante en la ecuación (2.40) dependiente sólo del material a moler.

(c) Para estimar los mejores valores de K y α, que ajusten los datos experimentales de acuerdo con la ecuación (2.40), se procederá como sigue:

c.1. Se realizarán 4 tests de molienda batch a 2, 4, 8 y 16 minutos de molienda (valores arbitrarios), utilizando la misma cantidad de muestra en cada test, la misma muestra representativa de alimentación en cada caso, las mismas condiciones operacionales y equipo de molienda en cada prueba (a ser seleccionados por el usuario para cada aplicación específica).

c.2. Se analizarán todos los productos obtenidos en cada prueba (alimentación y descarga del molino, a los 0, 2, 4, 8 y 16 minutos de molienda, respectivamente.

c.3. Se graficarán los "% acumulados pasantes versus tamaño" en papel log-log, para las diferentes pruebas, determinando los respectivos valores de F_{80} y $P_{80}(t)$ a los distintos tiempos de molienda (obsérvese que $F_{80} = P_{80}(0)$).

c.4. Se graficarán los valores de $P_{80}(t)$, $t = \overline{0,16}$ min., versus tiempo de molienda (min), en escala milimétrica standard.

c.5. Se determinarán los mejores valores de K y α, en la ecuación (2.40) que permitan minimizar la suma residual de cuadrados: $S = \sum_t [P_{80}(t; \text{exp}) - (P_{80}(t; \text{aj})]^2$ usando la técnica de ajuste por Mínimos Cuadrados (Regresión No-Lineal para este caso). Otra alternativa será emplear la Técnica de Minimización del Coeficiente Variacional (aplicada sobre la constante K de la ec. (2.40))[27], que básicamente consiste en lo siguiente:

(i) despejar K de la ecuación (2.40):

$$K = t \Big/ \left[\left(\frac{100}{P_{80}(t)} \right)^{\alpha} - \left(\frac{100}{P_{80}(0)} \right)^{\alpha} \right] \quad (2.94)$$

(ii) Asignar valores arbitrarios a "α"
(Ej.: α = 0,2; 0,5; 0,8 y 1,0)

(iii) Para el primer valor de α asignado (Ej.: α = 0,2), calcular el valor de K

para cada tiempo de molienda ($t = \overline{2,16}$ min., exceptuando $t = 0$). Calcular entonces la media de K (o sea; $\overline{K}$); la desviación standard de K (o sea, S_K) y el coeficiente variacional de K ($(C.V.)_K = 100 \cdot S_K / \overline{K}; \%$)

(iv) Repetir el procedimiento indicado en (iii) para cada valor asignado a "α".

(v) Graficar $(C.V.)_K$ versus α, y determinar gráficamente aquel valor de α que minimice el $(C.V.)_K$

(vi) Darse nuevos valores de α en el entorno del "valor óptimo" determinado en (v), repitiendo lo dicho en (v).

(vii) Seleccionar como valor final de α (valor óptimo); aquél que minimice el Coeficiente Variacional de K, y como valor final de K (óptimo) la media de K, correspondiente al valor final de α seleccionado.

(d) Reemplazar los valores óptimos de α y K en (2.40), a objeto de usar esta ecuación con fines predictivos y tomar las precauciones del caso (si $\alpha = 0,5$, se tendrá la ley de Bond; caso contrario, se deberán usar factores adecuados de seguridad).

2.3 Ecuaciones Predictivas del Consumo de Potencia

En la literatura técnica, aparecen diversas fórmulas para estimar el consumo de potencia en la molienda. A continuación, se describen brevemente las expresiones empíricas más utilizadas en la práctica.

A. Molinos de Barras

a.1) La Empresa Allis-Chalmers[28] propone la siguiente ecuación empírica para determinar el consumo de potencia en un molino de barras:

$$KW_r = K_r \cdot D^{1/3} \cdot (6,3 - 5,4\, V_p) \cdot C_s \tag{2.95}$$

Donde:

KW_r = consumo de potencia (kw) por tonelada métrica (1.000 kg) o tonelada corta (2.000 lbs) de barras (ver *)

D = diámetro interno del molino medido entre revestimientos (en metros o pies; ver *)

V_p = fracción del volumen interno de molino cargado con barras (volumen aparente; º/1)

C_s = fracción de velocidad crítica (º/1; ver **)

(*) NOTA (1):

K_r = constante de proporcionalidad, cuyo valor es 1,752 (si D se expresa en metros y la carga de barras en toneladas métricas); o bien, 1,070 (si D se expresa en pies y la carga en barras de toneladas cortas).

(**) NOTA (2): La velocidad crítica del molino se determina a partir de la siguiente fórmula:

$$N_c = K_s / \sqrt{D} \tag{2.96}$$

Donde:
- N_c = velocidad crítica del molino expresada en RPM.
- D = diámetro interno del molino, medido entre revestimientos (expresado en metros o pies, según el valor de K_s)
- K_s = constante de proporcionalidad, cuyo valor es 42,305 si D se expresa en metros; y 76,63 si D se expresa en pies.

La Tabla 2.2 entrega algunas densidades aparentes típicas de cargas de barras nuevas y desgastadas, para diferentes diámetros de molinos de barras.

La Tabla 2.3 resume los valores típicos de consumo de potencia (HP), carga de barras y velocidad de rotación, para los tamaños de molinos de barras más usuales en la práctica. Los valores de potencia indicados corresponden a la potencia mecánica de salida del motor, medida directamente en el eje del piñón del molino. Para molinos de barras de diferente longitud, la potencia consumida varía proporcionalmente con la longitud de la barra. Para compensar diferencias entre revestimientos nuevos y desgastados, considérese un incremento en el consumo de potencia de un 6%, y ajústese la densidad aparente de las barras de acuerdo a los valores indicados en la Tabla 2.2.

La carga de barras nuevas, contenida en un molino de barras, puede ser determinada mediante la siguiente expresión aproximada:

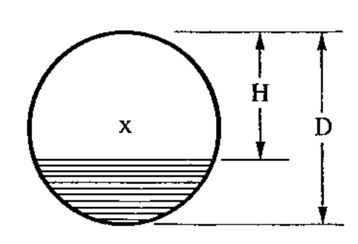
$$T_r = V_p\,(L/D)\,D^3/6,8 \tag{2.97}$$

Donde:
- L = longitud interna del molino, en pies
- D = diámetro interno del molino, en pies
- V_p = fracción del volumen interno del molino cargado con barras (volumen aparente; o/1)
- T_r = carga de barras en el molino (tons. cortas)

La fracción del volumen interno del molino cargado con barras (V_p; o/1) puede a su vez ser estimada mediante la siguiente expresión empírica (ver Figura adjunta):

$$V_p = 1,13 - 1,26 \cdot (H/D) \tag{2.98}$$

Donde:
- H = distancia vertical medida desde el tope interior del molino hacia abajo, hasta llegar al nivel de la carga de barras. Este valor deberá corresponder al promedio de mediciones efectuadas tanto en el centro como en ambos bordes extremos del molino (pies).



V_p y D tienen el mismo significado indicado anteriormente.

TABLA 2.2. Densidades Aparentes Típicas de Cargas de Barras Nuevas y Desgastadas[28].

	Densidad Aparente	
	kg/m^3	lbs/pie^3
(a) Barras Nuevas	6.247	390
(b) Barras desgastadas en el molino		
Diámetro del Molino		
Metros — pies		
0,91 – 1,83 — 3 – 6	5.847	365
1,83 – 2,74 — 6 – 9	5.766	360
2,74 – 3,66 — 9 – 12	5.606	350
3,66 – 4,57 — 12 – 15	5.446	340

NOTA: En el cálculo de las densidades aparentes de las respectivas cargas de barras, se ha incluido el volumen ocupado por los intersticios.

– A objeto de prevenir que las barras se traben en el molino, se recomienda utilizar una relación L_R/D entre 1,4 y 1,6 (siendo L_R = longitud de la barra). Cuando esta razón es menor que 1,25; el riesgo de trabamiento de la carga en el molino aumenta considerablemente.

a.2) Otra fórmula ampliamente utilizada por algunas empresas de ingeniería, para estimar el consumo de potencia en molinos de barras, es la siguiente[29]:

$$P_E = K_R\,(D)^{3,5}\,(\%\,V_p)^{0,555}\,(\%\,C_s)^{1,505}\,(L/D) \qquad (2.99)$$

Donde:
- P_E = potencia eléctrica requerida a la entrada del motor (HP)
- D = diámetro interno del molino (pies). Para efectos prácticos, se aconseja utilizar $D \leq 20$ pies.
- $\%\,V_p$ = % del volumen interno del molino cargado con barras (volumen aparente de la carga de barras, expresada como porcentaje). Se aconseja un valor de $\%\,V_p$ entre 30 y 40%.
- $\%\,C_s$ = % de velocidad crítica del molino. Se aconseja seleccionar un valor comprendido entre 60 y 70% de la velocidad crítica.
- L = longitud interna del molino (pies). Se aconseja una razón L/D entre 1,3 y 1,6.
- K_R = una constante de proporcionalidad, cuyo valor depende del tipo de molino seleccionado (ver tabla adjunta).

TABLA 2.3. Consumo de Potencia en Molinos de Barras; Medida en el Eje del Piñón del Molino(28). (datos entregados en HP)

Rod Mill Power at Mill Pinionshaft (Horsepower)

Rod Mill Diameter		Rod Mill Length		Rod Mill (L)		L/D	Mill Speed			Bulk Density Rod Charge		Rod Charge Weight						Mill Power			Día (D) Inside New Liners	
												Metric Tonnes % Volumetric Loading			Short Tons % Volumetric Loading			% Volumetric Loading				
M	Ft	M	Ft	M	Ft		RPM	%CS	FPM	kg/m³	lb/ft³	35	40	45	35	40	45	35	40	45	M	Ft
0.91	3.0	1.22	4	1.07	3.5	1.4	36.1	74.5	284	5847	365	1.0	1.13	1.27	1.1	1.25	1.4	7	8	8	0.76	2.5
1.22	4.0	1.83	6	1.68	5.5	1.57	30.6	74.7	336	5847	365	2.25	2.58	2.9	2.48	2.84	3.2	23	25	26	1.07	3.5
1.52	5.0	2.44	8	2.29	7.5	1.67	25.7	71.2	363	5847	365	6.91	7.95	8.89	7.62	8.76	9.8	57	61	64	1.37	4.5
1.83	6.0	3.05	10	2.90	9.5	1.73	23.1	70.7	399	5847	365	13.1	15.0	16.8	14.4	16.5	18.5	114	122	128	1.68	5.5
2.13	7.0	3.35	11	3.20	10.5	1.62	21.0	69.9	428	5766	360	20.0	2.8	25.6	22.0	25.1	28.2	181	194	204	1.98	6.5
2.44	8.0	3.66	12	3.51	11.5	1.53	19.4	69.3	457	5766	360	29.0	33.2	37.4	32.0	36.6	41.2	275	295	310	2.29	7.5
2.59	8.5	3.66	12	3.51	11.5	1.44	18.7	69.0	470	5766	360	33.0	37.7	42.5	36.4	41.6	46.8	318	341	359	2.44	8.0
2.74	9.0	3.66	12	3.51	11.5	1.38	17.9	67.5	470	5766	360	36.0	41.1	45.5	39.7	45.3	50.1	344	369	388	2.56	8.35
2.89	9.5	3.96	13	3.81	12.5	1.41	17.4	67.6	483	5606	350	42.7	48.8	54.9	47.1	53.8	60.5	416	446	470	2.70	8.85
3.05	10.0	2.27	14	4.11	13.5	1.44	16.8	67.0	493	5606	350	51.5	59.0	63.8	56.8	65.0	70.3	507	544	572	2.85	9.35
3.20	10.5	4.57	15	4.42	14.5	1.47	16.2	66.4	501	5606	350	61.4	70.1	78.9	67.7	77.3	87.0	609	653	687	3.00	9.85
3.35	11.0	4.88	16	4.72	15.5	1.50	15.9	66.8	517	5606	350	72.5	82.8	93.5	79.9	91.3	103	735	788	829	3.15	10.35
3.51	11.5	4.88	16	4.72	15.5	1.43	15.5	66.6	528	5606	350	79.7	90.7	103	87.8	100	113	819	878	924	3.31	10.85
3.66	12.0	4.88	16	4.72	15.5	1.37	15.1	66.4	538	5606	350	82.7	99.8	112	91.1	110	123	906	792	1023	3.46	11.35
3.81	12.5	5.49	18	5.34	17.5	1.48	14.7	66.0	547	5446	340	104	119	134	115	131	148	1093	1173	1234	3.61	11.85
3.96	13.0	5.79	19	5.64	18.5	1.50	14.3	65.6	555	5446	340	120	137	154	132	151	170	1264	1356	1426	3.76	12.35
4.12	13.5	5.79	19	5.64	18.5	1.44	14.0	65.5	565	5446	340	130	148	166	143	163	183	1385	1486	1562	3.92	12.85
4.27	14.0	6.10	20	5.94	19.5	1.46	13.6	64.9	570	5446	340	147	169	190	162	186	209	1580	1695	1783	4.07	13.35
4.42	14.5	6.10	20	5.94	19.5	1.41	13.3	64.6	579	5446	340	159	181	204	175	200	225	1715	1840	1935	4.22	13.85
4.57	15.0	6.10	20	5.94	19.5	1.36	13.0	64.3	586	5446	340	171	194	219	188	214	241	1853	1988	2091	4.37	14.35

(*) NOTA:
- Una acumulación de barras quebradas en el molino puede llegar a reducir el consumo real de potencia en hasta un 10%.
- A objeto de prevenir que las barras se traben en el molino, se recomienda utilizar una relación L_R/D entre 1,4 y 1,6 (siendo L_R =longitud de la barra). Cuando esta razón es menor que 1,25, el riesgo de trabamiento de la carga en el molino aumenta considerablemente.

Tipo de Molino de Barras (*)	Valor de k_R [29]
– Descarga por Rebalse; molienda húmeda (ver Fig. 2.1)	$3,590 \times 10^{-5}$
– Descarga Periférica Central; molienda húmeda (ver Fig. 2.2)	$4,037 \times 10^{-5}$
– Descarga Periférica por el Extremo Final; molienda seca (ver Fig. 2.3)	$4,487 \times 10^{-5}$

(*) NOTA: Los molinos de barras generalmente se utilizan en aplicaciones industriales de molienda húmeda. Para los rangos de aplicación de molienda más fina en estos molinos (P_{80} variando entre 2 y 0,5 mm), se acostumbra emplear los "overflow rod mills" (ver Figura 2.1); o sea, los que descargan por rebalse. Para el rango de molienda más gruesa en molinos de barras ($P_{80} > 2$ mm), se emplean normalmente los "center peripherical discharge rod mills" (ver Figura 2.2), que descargan por el centro de la carcaza. Esta última aplicación se efectúa cuando el producto de molienda requerido no puede contener más que una cantidad ínfima de material extremadamente fino (tal como sucede en las especificaciones de arenas). La molienda seca en molinos de barras no es aconsejable, ya que material seco fluye con dificultad, lo que origina trabamiento de las barras y su posterior ruptura. De cualquier forma, si la necesidad del caso lo requiere (plantas de molienda de cemento Clinker, por ejemplo), se acostumbra diseñar los molinos de barras para la molienda seca, con descarga periférica por el extremo final ("End Peripheral Discharge Rod Mills"), según se ilustra en la Figura 2.3.

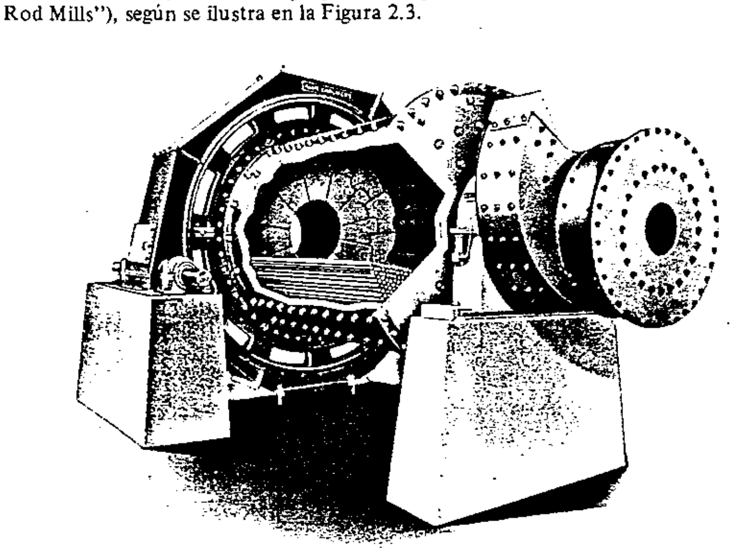


FIGURA 2.1. Molino de Barras con Sistema de Descarga por Rebalse[28].

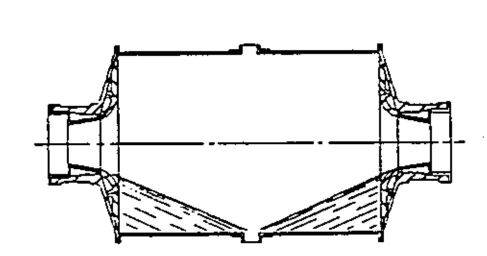


FIGURA 2.2 Molino de Barras con Sistema de Descarga Periférica Central[28].

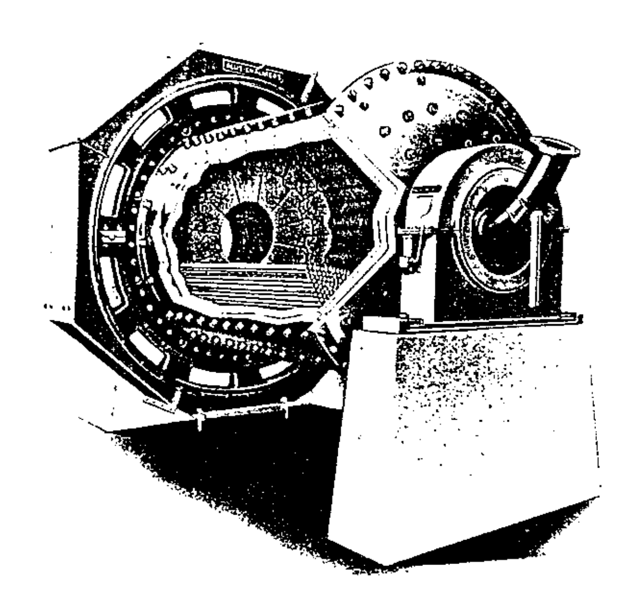


FIGURA 2.3. Molino de Barras con Sistema de Descarga Periférica por el Extremo Final[28].

B. Molinos de Bolas

b.1) La Empresa Allis-Chalmers[28] propone la siguiente expresión empírica para determinar el consumo de potencia en un molino de bolas que opera en húmedo y descarga por rebalse:

$$KW_b = K_b \cdot D^{0,3} \cdot (3,2 - 3\,V_p) \cdot C_s \cdot \left(1 - \frac{0,1}{2^{9-10C_s}}\right) + S_s \qquad (2.100)$$

Donde:

KW_b = consumo de potencia (kw) por tonelada métrica, o tonelada corta de bolas (ver *)

D = diámetro interno del molino medido entre revestimientos (en metros o pies; ver*)

V_p = fracción del volumen interno del molino cargado con bolas (volumen aparente; $^o/1$)

C_s = fracción de velocidad crítica del molino ($^o/1$)

(*) NOTA: K_b = constante de proporcionalidad, cuyo valor es 4,879 (si D se expresa en metros y la carga de bolas en toneladas métricas), o bien, 3,10 (si D se expresa en pies y la carga de bolas en toneladas cortas).

Para molinos de bolas cuyo diámetro interno entre revestimientos es superior a 3,3 metros (10 pies), el tamaño máximo de bola utilizado (B) afecta el consumo de potencia en el molino. Dicha corrección se denomina factor S_s (factor del tamaño de bola), pudiendo calcularse como sigue:

$$S_s = K_1 B + K_2 D \tag{2.101}$$

Donde: B = tamaño máximo de bola (en milímetros o pulgadas, ver **)

D = diámetro interno del molino medido entre revestimientos (en metros o pies; ver **)

K_1 y K_2 = constantes de proporcionalidad, cuyos valores dependen de las unidades de medida utilizadas para B y D (ver **)

(**) NOTA: K_1 = 0,02169 si B se expresa en mm y D en metros; o bien, 0,5 si B se expresa en pulgadas y D en pies.

K_2 = -0,27116 si B se expresa en mm y D en metros; o bien, -0,075 si B se expresa en pulgadas y D en pies.

Para determinar el consumo de potencia en un molino de bolas que opera en húmedo y descarga mediante el sistema de parrilla (wet grinding, low level grate discharge mill), se deberá multiplicar el valor base de kW_b (ec. (2.100)) por el factor 1,16. De igual forma, para un molino de bolas que opera en seco, y descarga por sistema de parrilla(dry grinding,full grate discharge mill), se multiplicará el valor base de kW_b por el factor 1,08.

Las mismas ecuaciones desarrolladas se aplican al caso de un molino de bolas de varios compartimentos (o secciones), calculando la potencia en forma separada para cada sección y sumando los valores obtenidos para obtener el consumo total de potencia en el molino.

La Tabla 2.4 resume los valores típicos de consumo de potencia (HP) velocidad de rotación del molino (como % C_s); peso de la carga de bolas correspondiente a distintos % del volumen total de llenado; y tamaños máximos de bolas, para molinos "cuadrados" (razón L/D = 1) de uso común en la práctica. El consumo de potencia en molinos de bolas varía en proporción directa con el largo del molino. Los consumos de potencia indicados (HP) corresponden a la potencia mecánica de salida del motor, medida directamente en el eje del piñón del molino y considerando revestimientos nuevos en el mismo. Considérese un incremento adicional de potencia del 6%, para el caso de utilizar revestimientos gastados. Existen algunas indicaciones de que los revestimientos de goma pueden también ocasionar pérdidas de potencia en el molino, del orden de 5 a 10% en promedio.

La carga de bolas nuevas, contenida en un molino de bolas, puede ser estimada a partir de la siguiente expresión:

$$T_b = V_p (L/D) D^3 / 8,4 \tag{2.102}$$

Donde T_b son las toneladas cortas de bolas contenidas en la respectiva carga del molino, y los términos restantes (V_p, L, D) tienen el mismo significado dado en la ecuación anterior (2.97).

El valor de V_p puede ser también determinado aproximadamente mediante la ecuación (2.98), entregada con anterioridad.

Bond aconseja utilizar una densidad aparente de carga de bolas equivalente a 290 lb/pie^3, como primera estimación en el cálculo de T_b (ecuación 2.102).

En la Tabla 2.5 se presentan algunas razones L/D y tamaños máximos de bolas recomendables, para diferentes aplicaciones de molienda. La Figura 2.4 presenta una correlación típica entre el consumo relativo de potencia (expresada como %) y el % de volumen de llenado de la carga de bolas. Así, aunque el % de volumen de llenado de la carga de bolas en el molino generalmente se elige en torno a 40 - 45%, es posible utilizar una carga levemente mayor o igual al 50% del volumen total del molino, para maximizar el consumo de potencia en la molienda. Para efectos normales de diseño de equipos y de capacidad de la planta, se acostumbra elegir un % de carga de bolas del 40%, diseñando no obstante el tamaño del molino y motor necesarios, para operar con cargas mayores de bolas si así se requiere.

TABLA 2.4 Consumo de Potencia en Molinos de Bolas (L/D = 1); Medida en el Eje del Piñón del Molino(28). (Datos entregados en HP).

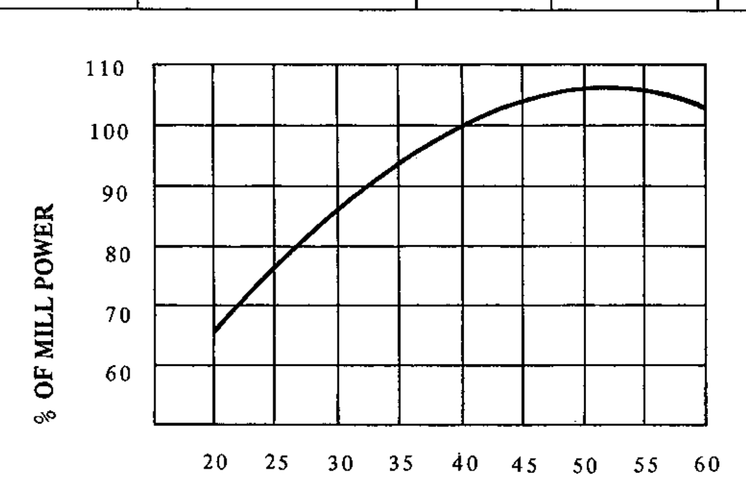
Ball Mill Power at Mill Pinionshaft (Horsepower)

Ball Mill Diameter		Ball Mill Length		Ball Size		Mill Speed			Ball Charge Weight						Mill Power Overflow Disch. % Volumetric Loading			Grate Disch. % Volumetric Loading			Grate Disch (Dry) % Volumetric Loading		Día (D) Inside New Liners	
									Metric Tonnes % Volumetric Loading			Short Tons % Volumetric Loading												
M	Ft	M	Ft	MM	In	RPM	% CS	FPM	35	40	45	35	40	45	35	40	45	35	40	45	35	40	M	Ft
0.91	3.0	0.91	3.0	50	2.0	38.7	79.9	304	0.68	0.77	0.87	0.75	0.85	0.96	7	7	7	8	8	9	8	8	0.76	2.5
1.22	4.0	1.22	4.0	50	2.0	32.4	79.1	356	1.77	2.02	2.28	1.95	2.23	2.51	19	20	21	22	24	25	20	21	1.07	3.5
1.52	5.0	1.52	5.0	50	2.0	28.2	78.1	399	3.66	4.19	4.71	4.03	4.61	5.19	42	45	47	49	52	54	45	49	1.37	4.5
1.83	6.0	1.83	6.0	50	2.0	25.5	78.0	441	6.56	7.50	8.44	7.23	8.27	9.30	80	85	89	93	99	103	86	92	1.68	5.5
2.13	7.0	2.13	7.0	50	2.0	23.2	77.2	474	10.7	12.3	13.8	11.8	13.5	15.2	137	145	151	158	168	175	148	157	1.98	6.5
2.44	8.0	2.44	8.0	50	2.0	21.3	76.1	502	16.2	18.6	21.0	17.9	20.5	23.1	215	228	237	249	265	275	232	246	2.29	7.5
2.59	8.5	2.44	8.0	50	2.0	20.4	75.3	513	18.5	21.1	23.8	20.4	23.3	26.2	250	266	277	290	308	321	270	287	2.44	8.0
2.74	9.0	2.74	9.0	50	2.0	19.7	75.0	526	23.5	26.9	30.2	25.9	29.6	33.3	322	342	356	373	397	413	348	369	2.55	8.5
2.89	9.5	2.74	9.0	50	2.0	19.15	75.0	541	26.4	30.1	33.9	29.1	33.2	37.4	367	390	406	425	453	471	396	421	2.74	9.0
3.05	10.0	3.05	10.0	50	2.0	18.65	75.0	557	32.7	37.3	42.0	36.0	41.1	46.3	462	491	512	535	570	593	499	530	2.89	9.5
3.20	10.5	3.05	10.0	50	2.0	18.15	75.0	570	36.1	41.4	46.5	39.9	45.6	51.2	519	552	575	602	640	667	561	596	3.05	10.0
3.35	11.0	3.35	11.0	50	2.0	17.3	72.8	565	43.0	49.2	55.4	47.4	54.2	61.0	610	649	676	708	753	784	659	701	3.17	10.4
3.51	11.5	3.35	11.0	50	2.0	16.75	72.2	574	49.1	54.0	60.8	54.1	59.5	67.0	674	718	747	782	832	867	728	775	3.32	10.9
3.66	12.0	3.66	12.0	50	2.0	16.3	71.8	584	56.4	64.4	72,5	62.2	71.0	79.9	812	864	900	942	1003	1044	877	933	3.47	11.4
3.81	12.5	3.66	12.0	50	2.0	15.95	71.8	596	61.4	70.2	79.0	67.7	77.4	87.1	896	954	993	1040	1106	1152	968	1030	3.63	11.9
3.96	13.0	3.96	13.0	50	2.0	15.60	71.7	607	72,3	82.7	92.6	79.7	91.1	102	1063	1130	1177	1233	1311	1365	1148	1220	3.78	12.4
4.12	13.5	3.96	13.0	64	2.5	15.30	71.7	620	78.2	89.4	99.8	86.2	98.5	111	1189	1266	1321	1379	1469	1532	1284	1367	3.93	12.9
4.27	14.0	4.27	14.0	64	2.5	14.8	70.7	623	90.7	104	117	100	115	129	1375	1464	1527	1595	1699	1771	1485	1581	4.08	13.4
4.42	14.5	4.27	14.0	64	2.5	14.55	70.8	635	98.0	112	126	108	123	139	1492	1588	1656	1730	1842	1921	1611	1715	4.24	13.9
4.57	15.0	4.57	15.0	64	2.5	14.1	69.8	638	113	129	144	124	142	159	1707	1817	1893	1980	2107	2196	1844	1962	4.39	14.4
4.72	15.5	4.57	15.0	64	2.5	13.85	69.8	648	121	138	155	133	152	171	1838	1956	2037	2132	2264	2363	1985	2112	4.54	14.9
4.88	16.0	4.88	16.0	64	2.5	13.45	68.9	651	137	157	179	151	173	194	2084	2217	2309	2417	2571	2678	2251	2394	4.69	15.4
5.03	16.5	4.88	16.0	64	2.5	13.2	68.7	659	146	167	188	161	184	207	2229	2370	2468	2585	2750	2863	2407	2560	4.85	15.9
5.18	17.0	5.18	17.0	75	3.0	13.0	68.7	670	165	189	212	182	208	234	2595	2764	2883	3010	3206	3344	2803	2985	5.00	16.4
5.33	17.5	5.18	17.0	75	3.0	12.7	68.1	674	176	201	226	194	221	249	2750	2929	3053	3190	3397	3542	2970	3163	5.15	16.9
5.49	18.0	5.49	18.0	75	3.0	12.4	67.5	678	197	225	253	217	248	279	3077	3276	3414	3569	3800	3961	3323	3538	5.30	17.4

TABLA 2.5. Razones L/D y Tamaños Máximos de Bolas Recomendados para diferentes Aplicaciones en Molinos de Bolas(28)

Ball Mill L/D Ratio – Application General Guidelines

Type of Grinding	Feed 80% Passing Size	Top Ball Size		L/D Ratio
	Micrometers	Millimeter	Inches	
Wet	5,000 to 10,000	60 to 90	2.5 to 3.5	1:1 to 1.25:1
Wet	900 to 4,000	40 to 50	1.8 to 2.0	1.25:1 to 1.75:1
Wet or Dry	Fine Feeds - Regrind	20 to 30	3/4 to 1-1/4	1.5:1 to 2.5:1
Wet or Dry	Fine Feeds-Open Circuit	20 to 50	3/4 to 2	2.0:1 to 3.0:1
Dry	5,000 to 10,000	60 to 90	2.5 to 3.5	1.3:1 to 2:1
Dry	900 to 4,000	40 to 50	1.8 to 2.0	1.5:1 to 2:1



% OF MILL VOLUME OCCUPIED BY BALL OR PEBBLE CHARGE

Grinding Mill Power vs Loading

FIGURA 2.4 % de Consumo de Potencia en la Molienda versus Carga de Bolas o Pebbles(28).

b.2) Otra fórmula ampliamente utilizada por algunas empresas de ingeniería(29), para estimar el consumo de potencia en molinos de bolas y dimensionar las correspondientes unidades industriales requeridas, es la siguiente:

$$P_E = K_B \cdot (D)^{3,5} \cdot (\% \, V_p)^{0,461} \cdot (\% \, C_s)^{1,505} \cdot (L/D) \qquad (2.103)$$

Donde: P_E = potencia eléctrica requerida a la entrada del motor (HP).
D = diámetro interno del molino (pies).

Aconsejándose seleccionar D < 20 pies.

$\% V_p$ = % del volumen interno del molino cargado con bolas (volumen aparente de la carga de bolas, expresada como porcentaje). Se aconseja utilizar un valor de $\% V_p$ comprendido entre 40 y 50%

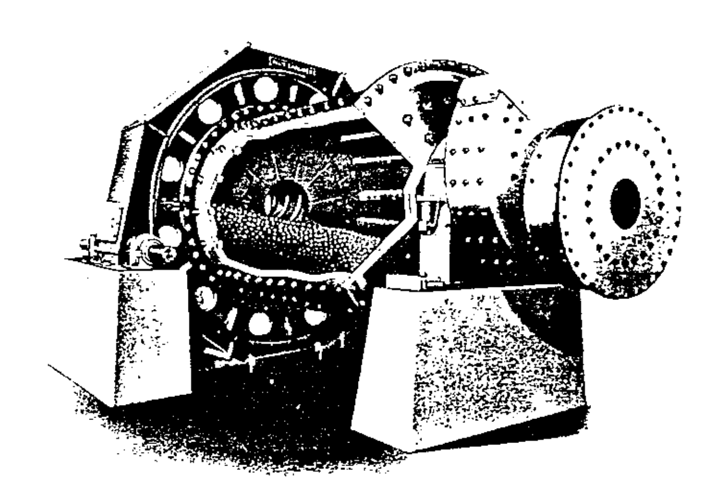
$\% C_s$ = % de velocidad crítica del molino. Aconsejándose seleccionar un valor entre 68 y 78% de la velocidad crítica.

L = longitud interna del molino (pies). Pudiéndose variar la razón L/D entre 1 y 3, para la mayoría de los casos prácticos.

K_B = una constante de proporcionalidad, cuyo valor depende del tipo de molino seleccionado (ver tabla adjunta).

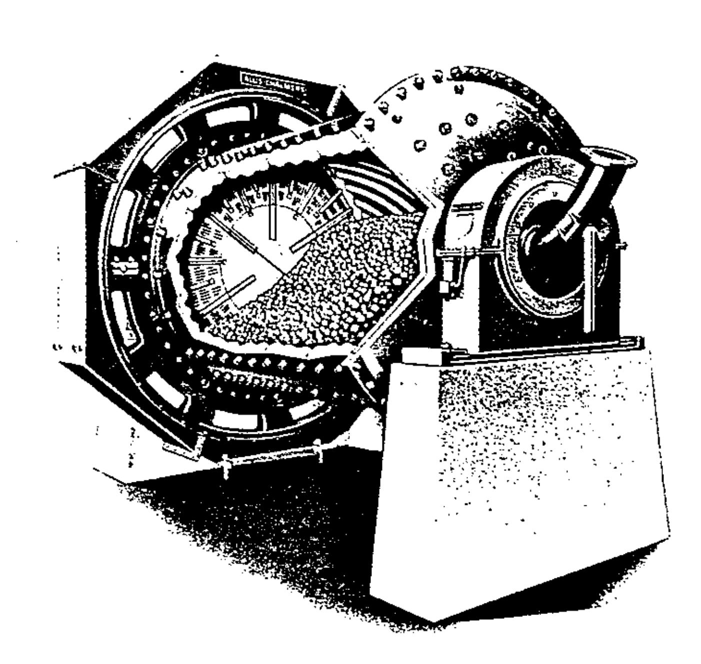
Tipo de Molino de Bolas*	**Valor de K_B**(29)
– Descarga por Rebalse, molienda húmeda (ver Fig. 2.5)	$4{,}365 \times 10^{-5}$
– Descarga por Diafragma (Parrilla), molienda húmeda	$4{,}912 \times 10^{-5}$
– Descarga por Diafragma, molienda seca (ver Fig. 2.6)	$5{,}456 \times 10^{-5}$

(*)NOTA: Los molinos de bolas se utilizan generalmente, en todas aquellas aplicaciones industriales en que se requiera obtener ya sea un producto con granulometría intermedia (P_{80} variando entre 0,5 mm y 75 micrones), o un producto más fino ($P_{80} < 75$ μm). Dependiendo de las características propias del material a moler y de las granulometría final requerida, existen diversos diseños de molinos y de mecanismos de descarga en los mismos, dos de los cuales se esquematizan en las Figuras 2.5 y 2.6 adjuntas.



Overflow Ball Mill.

FIGURA 2.5. Molino de Bolas con Sistema de Descarga por Rebalse(28).



Diaphragm (Grate) Discharge Ball Mill. Dry Grinding Type.

FIGURA 2.6 Molino de Bolas con Sistema de Descarga por Parrilla (Diafragma), para Molienda Seca[28].

C. *Cálculo Teórico del Consumo de Potencia en la Molienda Convencional y Semiautógena*[30,29]

El consumo teórico de potencia en la molienda convencional y semiautógena puede derivarse en función de las dimensiones del molino y otras variables de operación, como sigue[30,29]:

Consideremos un molino con diámetro interno "D", que gira a una velocidad constante de "N" RPM, según se ilustra en la Figura 2.7. De acuerdo a lo indicado en dicha figura, el centro de gravedad (G) de la carga total W, contenida en el molino (bolas + pulpa de mineral), se ubicará a una cierta distancia "C" del eje central del molino. En el estado estacionario, el nivel de la carga se encontrará desfasado un cierto ángulo "α" con respecto a la horizontal. El consumo neto de potencia "P", en el molino, se calculará entonces como sigue:

$$P = \text{Torque} \cdot \text{Velocidad de Rotación} \tag{2.104}$$

y para la situación idealizada representada en la Figura 2.7:

$$\text{Torque} = W \operatorname{sen} \alpha\, C \tag{2.105}$$

donde, $W \operatorname{sen} \alpha$ representa la componente del peso de la carga W, en la dirección del movimiento. Luego:

$$P = 2\pi\ CNW \operatorname{sen} \alpha \tag{2.106}$$

donde hemos incluido el factor "2π" para convertir las "RPM" a "rads/min". Además:

$$W = \rho_{ap} (\% f/100) \left(\frac{\pi}{4} D^2 L \right) \quad (2.107)$$

siendo:

ρap = densidad aparente de la carga

% f = porcentaje del volumen interno del molino que es ocupado por la carga (volumen total ocupado por la carga de bolas y la pulpa de mineral, expresado como porcentaje de llenado del molino).

L = longitud interna del molino.

Por otra parte, si se considera que la carga del molino se encuentra homogéneamente distribuida dentro del mismo, al efectuar un análisis geométrico en la sección achurada mostrada en la Figura 2.7, se logra establecer las siguientes correlaciones aproximadas(30,29):

$$\frac{C}{D} \simeq 0{,}4502 - 0{,}4844 \times 10^{-2} (\% f) \quad (2.108)$$

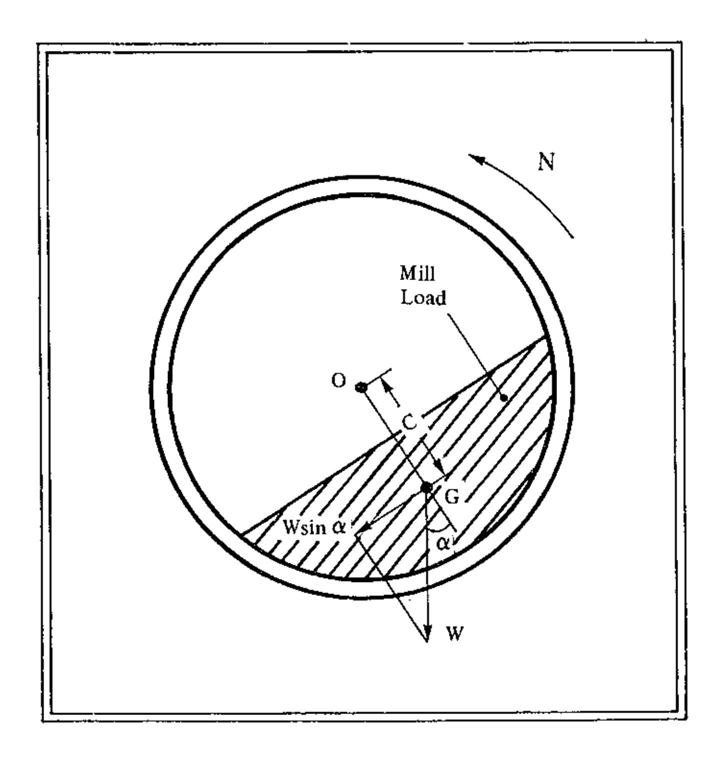


FIGURA 2.7. Representación Esquemática de la Carga del Molino para calcular el Consumo Teórico de Potencia(30).

cuyo error promedio de estimación (para el rango: $10 \leqslant \% f \leqslant 50$) es de sólo 1,01%. Y:

$$\frac{C}{D} \simeq \left[A' + B' (\% f) + C' (\% f)^2 \right] \cdot \left[1\text{-}\exp(D' (\% f)^{E'} \right] \quad (2.109)$$

cuyo error promedio de estimación, para el mismo rango de (% f) señalado, es de apenas 0,42%.

Siendo:
$$A' = 0{,}4534$$
$$B' = 0{,}6996 \times 10^{-2}$$
$$C' = -1{,}2205 \times 10^{-4} \qquad (2.110)$$
$$D' = -7{,}7618$$
$$E' = -0{,}6756$$

R. MURANDA B

Por otra parte, la velocidad de rotación del molino (N; RPM) puede expresarse como un porcentaje ($\% \, C_s$) de su velocidad crítica (siendo $N_c = 76{,}63/\sqrt{D}$, Cuando D se expresa en pies), como sigue:

$$N = (\% \, C_s/100) \, N_c = \qquad (2.111)$$
$$= 0{,}7663 \, (\% \, C_s) \, D^{-0{,}5}$$

Substituyendo las ecuaciones (2.107), (2.108) y (2.111) en (2.106), resulta:

$$P = 2\pi \cdot \left[0{,}4502 - 0{,}4844 \times 10^{-2} \, (\% \, f)\right] \cdot D \cdot 0{,}7663 \, (\% \, C_s) \, D^{-0{,}5} \cdot$$
$$\rho_{ap} \, (\% \, f/100) \, \left(\frac{\pi}{4} D^2 \, L\right) \text{sen } \alpha \qquad (2.112)$$

La cual, después de reordenar sus términos y aplicar los correspondientes factores de conversión de unidades; se transforma finalmente en:

$$P = K_p \, D^{3{,}5} \left(\frac{L}{D}\right) (\% \, C_s) \, (\rho_{ap}) \, \left[(\% \, f) - 1{,}076 \times 10^{-2} \times (\% \, f)^2\right] \text{sen } \alpha \qquad (2.113)$$

Donde:

- K_p = 2,38613 x 10^{-5} (constante de proporcionalidad)
- P = consumo neto de potencia en el molino; KW
- D = diámetro interno del molino (medido entre revestimientos); pies
- L = longitud efectiva del molino; pies
- $\% \, C_s$ = velocidad de rotación del molino, expresada como porcentaje de la velocidad crítica
- ρ ap = densidad aparente de la carga total (bolas + pulpa) en el molino; g/cm^3
- % f = porcentaje del volumen interno del molino que es ocupado por la carga (bolas + pulpa)
- α = ángulo de elevación (ver Figura 2.7)

Algunos autores[31] consideran que el exponente 3,5 del diámetro del molino (ec. 2.113) es demasiado conservador, sugiriendo en cambio utilizar un exponente 3,84 de acuerdo a las observaciones experimentales de dichos autores.

Otra ecuación teórica similar a a (2.113), que permite estimar el consumo neto de potencia en un molino con un error promedio de ± 5%, es la siguiente[29]:

$$P = K_p' \, D^3 L (12 D - B_M)^{-0,5} \; (\% \, C_s)$$
$$[A' + B' (\% f) + C' (\% f)^2] \; [1 - \exp (D' (\% f)^{E'}]$$
$$\left\{ \frac{\left[90{,}055 - 1{,}033 \, P_s \left(\frac{\rho_s - 1}{\rho_s}\right) \right. (\% f_B) + 22{,}24 \; (\% f)}{100 - P_s \; (\rho_s - 1)/\rho_s} \right\} \qquad (2.114)$$

Siendo:

$$\% f = 4{,}4964 \left[\left(\frac{100 - P_s}{P_s}\right) + \frac{1}{\rho_s}\right] \left(\frac{W_s}{D^2 L}\right) + 0{,}5956 \; (\% f_B) \qquad (2.115)$$

y donde:

P	=	consumo neto de potencia en el molino; kw
K_p'	=	constante de proporcionalidad (dependiente de las unidades de medidas seleccionadas). Este valor se determinará una sola vez (ejemplo en un molino de torque de laboratorio) a objeto de "calibrar" la ecuación para su posterior uso en cualquier caso deseado.
D	=	diámetro interno del molino; pies
L	=	longitud efectiva del molino; pies
B_M	=	diámetro máximo de bola utilizado; pulg
$\% C_s$	=	% de velocidad crítica del molino
$\% f$	=	% de nivel de llenado del molino (bolas + pulpa)
$\% f_B$	=	% de volumen de llenado de bolas (volumen aparente de la carga de bolas, expresado como % del volumen interno del molino)

A', B', C', D' y E' = constantes definidas en (2.110)

P_s	=	% de sólidos en peso de la pulpa contenida en el molino
ρ_s	=	gravedad específica del sólido (g/cm^3)
W_s	=	carga de sólidos (base seca) en el molino (kg)

Obsérvese que la ecuación (2.114) permite correlacionar la potencia neta consumida con un número mayor de variables que la ecuación (2.113). De igual forma, la ecuación (2.115) permite correlacionar directamente el % de nivel de llenado de (bolas + pulpa) en el molino (% f), con el % de sólidos (P_s), gravedad específica del sólido (ρ_s), dimensiones del molino (D y L), % en volumen de carga de bolas (% f_B) y carga de sólidos en el molino (W_s).

Es interesante hacer notar además (ver ecuaciones 2.113 y 2.114) que el consumo neto de potencia predicho en el molino (P) es una función cuadrática del % de nivel de llenado de la carga en el molino (% f), lo que está de acuerdo con el gráfico experimental presentado en la Figura 2.4 (que corresponde a una parábola, con un máximo relativo de P para valores de % f_B cercanos al 52%).

D. *Selección de Cargas Balanceadas de Cuerpos Moledores en Molinos de Barras-Bolas y Estimación de los Consumos de Acero*[28,32]

– La ecuación que permite seleccionar el tamaño máximo de barra, tanto para una carga inicial como recarga de barras, es la siguiente[28]:

$$R = 0{,}16\ (F_{80})^{0{,}75} \left(\frac{W_I\ \rho_s}{\%\ C_s\ (3{,}281 \cdot D)^{0{,}5}} \right)^{0{,}5} \tag{2.116}$$

Donde:

- R = diámetro máximo de la barra (mm)
- F_{80} = tamaño 80% pasante de la alimentación (μm)
- W_I = índice de trabajo (kwh/ton corta)
- ρ_s = gravedad específica del sólido (g/cm^3)
- $\%\ C_s$ = % de velocidad crítica del molino
- D = diámetro interno del molino (m)

Cuando R se expresa en pulgadas y D en pies, la ecuación (2.116) queda como sigue:

$$R = \frac{(F_{80})^{0{,}75}}{160} \left(\frac{W_I\ \rho_s}{\%\ C_s\ D^{0{,}5}} \right)^{0{,}5} \tag{2.117}$$

La Tabla 2.6 entrega la carga balanceada inicial de barras para valores de R comprendidos entre 125 mm (5") y 65 mm (2,5").

TABLA 2.6[28]

Start-Up Equilibria Grinding Rod Charges, Percent Weight

Make-Up Rods Fed Sizes, MM = R	125 5,0"	115 4,5"	100 4,0"	90 3,5"	75 3,0"	65 2,5"
125 (5,0")	18					
115 (4,5")	22	20				
100 (4,0")	10	23	20			
90 (3,5")	14	20	27	20		
75 (3,0")	11	15	21	33	31	
65 (2,5")	7	10	15	21	39	34
50 (2,0")	9	12	17	26	30	66
TOTAL Pct	100	100	100	100	100	100

La ecuación que permite seleccionar el tamaño máximo de bola, para la carga inicial y recarga de bolas, es la siguiente[28]:

$$B = 25{,}4 \left(\frac{F_{80}}{K}\right)^{0,5} \left(\frac{\rho_s \quad W_I}{\%\ C_s\,(3{,}281\ D)^{0,5}}\right)^{0,34} \qquad (2.118)$$

Donde: B = diámetro máximo de bola, en milímetros.

NOTA: Excepto para K, que se entrega más abajo, todos los otros valores tienen el mismo significado y unidades de medidas dados en la ecuación (2.116).

FACTOR K – Molinos de Bolas

Tipo de Molino y Circuito de Molienda	Valor de K (bolas de acero)
– Molienda Húmeda, Circuito Abierto o Cerrado, Descarga por Rebalse	350
– Molienda Húmeda, Circuito Abierto o Cerrado, Descarga por Diafragma	330
– Molienda Seca, Circuito Abierto o Cerrado, Descarga por Diafragma	335

Cuando B se expresa en pulgadas y D en pies, la ecuación (2.118) adopta la siguiente forma:

$$B = \left(\frac{F_{80}}{K}\right)^{0,5} \left(\frac{\rho_s \quad W_I}{\%\ C_s \quad D^{0,5}}\right)^{0,34} \qquad (2.119)$$

La Tabla 2.7 entrega la carga balanceada inicial de bolas para valores de B comprendidos entre 115 mm (4,5") y 40 mm (1,5").

– Las ecuaciones anteriores (2.117 y 2.119) permiten calcular el diámetro máximo requerido para el respectivo cuerpo moledor (barras y bolas). Debido a que el tamaño máximo calculado no siempre corresponde a un tamaño standard disponible en el comercio, se sugiere seleccionar aquel tamaño standard inmediatamente superior al calculado teóricamente. No obstante lo anterior y si la experiencia operacional así lo aconseja, se podrá modificar el valor teórico calculado anteriormente. Desde un punto de vista conceptual, es siempre aconsejable utilizar una serie de bolas graduadas en tamaños como sistema de recarga, aun cuando esto pueda resultar impráctico. En términos generales, resulta bastante difícil evaluar la pérdida de eficiencia en la molienda por efecto de no utilizar una carga graduada de bolas, siendo

TABLA 2.7(28)

Start-Up Equilibria Grinding Ball Charges, Percent Weight

Make-Up Balls Fed Sizes, MM = B	115 4,5"	100 4,0"	90 3,5"	75 3,0"	65 2,5"	50 2,0"	40 1,5"
115 (4,5")	23,0						
100 (4,0")	31,0	23,0					
90 (3,5")	18,0	34,0	24,0				
75 (3,0")	15,0	21,0	38,0	31			
65 (2,5")	7,0	12,0	20,5	39	34		
50 (2,0")	3,8	6,5	11,5	19	43	40	
40 (1,5")	1,7	2,5	4,5	8	17	45	51
25 (1,0")	0,5	1,0	1,5	3	6	15	49
TOTAL Pct	100,0	100,0	100,0	100	100	100	100

una práctica común hoy en día el recargar sólo el tamaño máximo de bolas en lugar de una carga balanceada. De cualquier forma, los resultados operacionales indicarán la necesidad de utilizar uno o más tamaños de bolas, durante cada período de recarga.

– Referente a los consumos de acero por efecto del desgaste de los medios de molienda (barras-bolas) y del revestimiento de los molinos, las mejores estimaciones provienen de datos operacionales, por lo cual una vez generada dicha información para cada planta en particular, deberá emplearse la misma en la predicción de las respectivas tasas de desgaste (las cuales normalmente dependen tanto de la abrasión del medio como del ataque químico por corrosión).

La ejecución de pruebas de laboratorio para determinar las características abrasivas de un mineral, es difícil, y los resultados obtenidos sólo cumplen fines comparativos, no siendo lo suficientemente precisos como para garantizar su posterior extrapolación a escala industrial. Un test típico de abrasión evalúa la pérdida de peso experimentada por una paleta de acero, al ser impactada en forma continua por partículas de mineral que chocan contra ella, por un período de tiempo pre-establecido y bajo ciertas condiciones standard de realización de la prueba. A partir del test standard se evalúa un cierto Indice de Abrasión del material (A_i), el cual ha sido correlacionado empíricamente con numerosos datos de planta, a objeto de estimar las correspondientes tasas de desgaste de barras, bolas, revestimientos de molinos y chancadores, de acuerdo a las ecuaciones que se entregan a continuación:

Molinos de Barras – Molienda Húmeda:

Barras : $kg/kwh = 0{,}159\,(A_i - 0{,}020)^{0{,}20}$ (2.120)

Revestimientos : $kg/kwh = 0{,}0159\,(A_i - 0{,}015)^{0{,}30}$ (2.121)

Molinos de Bolas – Molienda Húmeda:

Bolas : $kg/kwh = 0{,}159\ (A_i - 0{,}015)^{0{,}34}$ (2.122)

Revestimientos : $kg/kwh = 0{,}0118\ (A_i - 0{,}015)^{0{,}30}$ (2.123)

Se deberá multiplicar las ecuaciones (2.120) a (2.123) por 2,2, a objeto de calcular los correspondientes consumos de acero, expresados en libras por kilowatt-hora.

Las fórmulas anteriores proporcionan una primera estimación de las respectivas tasas de desgaste a obtener en planta, como valores típicos de referencia. Dichos valores dependen no obstante de variados factores, tales como, velocidad de rotación del molino, % de carga de barras (o bolas), calidad de la aleación empleada en la fabricación del medio de molienda y revestimientos, prácticas operacionales, etc.

La Tabla 2.8 entrega algunos valores típicos de índices de abrasión (A_i), para los materiales más comunmente molidos en la práctica, ya sea en molinos de barras, molinos de bolas o molinos de guijarros (pebble mills).

— Reconociendo que dentro del costo de operación de cualquier planta concentradora el consumo de medios de molienda juega un rol preponderante (en la minería chilena se consumen cerca de 100 millones de libras de bolas por año), los investigadores J. Menacho y F. Concha(32) desarrollaron recientemente (1984) una metodología de "Optimización de Cargas Balanceadas de Cuerpos Moledores en la Molienda Húmeda de Minerales", empleando un Modelo Cinético de Desgaste de Bolas que permite describir la evaluación del perfil de tamaños de bolas en cualquier instante de operación del molino, basado exclusivamente en las variables controlantes del sistema (práctica de recarga) y en información previa sobre la cinética de desgaste del medio de molienda (carga de bolas). Los autores ponen en relieve la importancia de un control adecuado de las cargas de medios moledores, ya que siendo el desgaste un proceso superficial, es la distribución de tamaño de las bolas la que determina la magnitud del consumo de acero para cada sistema en particular. Por otra parte, la distribución de tamaño de los cuerpos moledores dentro del molino afecta significativamente la eficiencia del proceso de molienda, existiendo una cierta correspondencia entre el tamaño de bola d_K y el tamaño de partícula d_i, para la cual se maximiza la velocidad específica de fractura de cada tamaño de partícula $S_i^E\ (d_K)$; kwh/ton (si el tamaño de bola es insuficiente, sobre tal tamaño de partícula la bola no tendría energía suficiente para producir una fractura eficiente, ocurriendo entonces una disminución paulatina de los valores de $S_i^E\ (d_K)$. El efecto anterior puede ser tan relevante, que a veces permite justificar la subcapacidad de diseño de ciertos molinos de gran tamaño, donde han fallado en su predicción tanto el método clásico de Bond como el modelo cinético lineal de molienda, al no introducir explícitamente el efecto del tamaño de los cuerpos moledores(33,34). Los antecedentes anteriores motivaron a los autores(32) a realizar un proyecto de investigación destinado a optimizar cargas balanceadas de cuerpos moledores desde el punto de vista de la eficiencia de molienda y considerando el consumo de acero asociado a cada caso.

Los autores proponen que los cambios en la distribución de tamaño de los cuerpos moledores sólo afectan la velocidad específica media de fractura de las partículas, y presentan algunos resultados de molienda continua obtenidos a escala piloto, que ratifican la validez de la ecuación propuesta por ellos. De igual forma, y reconociendo que en la molienda industrial interesa maximizar la producción de partículas de la clase de tamaño óptimo para la flotación por cada unidad de energía específica neta suministrada al molino, los autores plantean una metodología para determinar la distribución óptima de bolas asociada a cada aplicación en particular, proporcionando un modelo matemático desarrollado a partir de los balances de población y considerando la operación del molino como una secuencia de procesos batch entre recargas sucesivas de bolas. La ecuación básica resultante es avalada por datos experi-

mentales obtenidos en un molino industrial, que muestran la validez predictiva del modelo propuesto. Finalmente, los autores realizan varias simulaciones en el computador, que demuestran que sólo para el caso de recargas simples se obtendrán distribuciones de cargas balanceadas tipo Schuhmann, tal como propone Fred Bond[8]. Además, la pendiente de la recta (escala log-log) que caracteriza dicha distribución, no es una constante igual a 3,8 sino que varía en función de la ley cinética de desgaste de las bolas y de la secuencia de recarga. En el caso de recargas múltiples, los autores demuestran que el perfil de tamaño de la carga de bolas en estado estacionario se puede alterar en un amplio rango, asegurando así la aplicabili-

TABLA 2.8. Valores Promedios de Indices de Abrasión (A_i)[28]

Average Abrasion Indices

Material	No. Tests	Average	Range
Aluminum Oxide	2	.86	.58 – 1.14
Basalt	5	.45	.19 – .83
Bauxite	11	.02	.003 – .12
Beryllium Ore	2	.45	.45 – .45
Cement Clinker	15	.08	.009 – .17
Cement Raw Mix	37	.05	.001 – .83
Clay, Calcined	2	.04	.004 – .07
Copper-Nickel Matte	2	.002	.001 – .003
Copper-Nickel Ore	2	.46	.43 – .49
Copper Ore	112	.26	.002 – .91
Copper-Silver Ore	2	.62	.58 – .65
Dolomite	8	.03	.01 – .07
Feldspar	2	.19	.07 – .30
Ferro-Chrome Alloy	3	.35	.27 – .52
Ferro-Manganese	2	.25	.18 – .32
Fullers Earth	2	.001	.00 – .001
Gold Ore	4	.48	.30 – .71
Granite	18	.40	.10 – .78
Gravel	5	.29	.11 – .43
Iron Ore, Unidentified	33	.25	.01 – .98
Hematite	38	.37	.00 – 1.79
Limonite	6	.13	.01 – .23
Magnetite	18	.48	.11 – .83
Taconite	15	.60	.32 – .85
Lead Zinc Ore	9	.21	.03 – .41
Limestone	52	.05	.00 – .65
Magnesite	3	.08	.04 – .10
Marble	3	.01	.002 – .04
Molybdenum Ore	3	.41	.13 – .68
Nickel Ore	5	.03	.01 – .06
Oil Shale	3	.02	.01 – .02
Phosphate Rock	2	.02	.01 – .02
Quartzite	7	.69	.19 – .99
Schist	2	.12	.11 – .13
Shale	2	.004	.003 – .005
Silica Rock	4	.29	.05 – .83
Silver Ore	2	.74	.72 – .76
Slag	9	.28	.01 – .52
Slate	2	.003	.003 – .003
Stone	5	.22	.07 – .32
Tine Ore	4	.24	.03 – .35
Trap Rock	18	.35	.02 – .70
Total	487		

dad del esquema de optimización propuesto por dichos investigadores.

Conviene destacar en este punto que, según sean los tamaños de bolas, el número de clases y la frecuencia y forma de reposición, para un mismo tipo de bolas se obtendrán diferentes distribuciones de tamaños de bolas dentro del molino. Para un conjunto dado de condiciones de reposición de bolas, al cabo de un tiempo suficientemente largo se obtendrá un perfil seudo-estacionario de tamaños de bolas dentro del molino. Este último perfil está íntimamente asociado a la eficiencia de la molienda y por ello es importante su conocimiento. CIMM dispone de un programa de Computación CIMM-BOLAS que permite estimar las distribuciones de bolas por tamaño y el consumo de acero al equilibrio, considerando las condiciones de reposición de bolas actualmente utilizadas en cada planta de beneficio. El programa simula diariamente la operación del molino desde el punto de vista de los cuerpos moledores y calcula su distribución de tamaño hasta alcanzar el perfil estacionario correspondiente a las condiciones de operación consideradas. El programa también calcula el peso total de la recarga, el consumo específico de acero y el tiempo necesario para conseguir el estado estacionario.

2.4 Ejemplos de Aplicación al Dimensionamiento de Circuitos Múltiples de Molienda (Método de F. Bond)[35,14]

El método de cálculo desarrollado por Fred Bond, para dimensionar molinos de barras y bolas a escala industrial, se basa en la conocida "Tercera Teoría de Conminución" y en la correlación empírica de varios miles de pruebas standard de laboratorio con datos de operación de Planta. Las pruebas standard de laboratorio corresponden a simples tests de ciclos de molienda, efectuados en seco y utilizando un tamiz de separación o malla de corte pre-seleccionada, para simular un circuito cerrado de molienda/clasificación operando con un % de carga circulante pre-establecido. Este método empírico de correlación ha sido sometido a numerosas críticas, reconociéndose eventualmente sus limitaciones prácticas. En realidad, el método de Bond permite apenas dar una primera estimación (error de ±20%) del consumo real de energía necesario para moler un mineral determinado, en un molino de tamaño industrial. No obstante, debido a su extrema simplicidad, el procedimiento de Bond continúa aún siendo utilizado en la industria minera para dimensionar molinos de barras y bolas a escala piloto, semi-industrial e industrial.

A continuación se entrega una descripción detallada del método de Bond para dimensionar circuitos múltiples de molienda (molinos de barras y bolas) a escala industrial, presentando un ejemplo de aplicación práctica para ilustrar la metodología de cálculo.

A. Dimensionamiento de Molinos de Barras

El método de Bond para dimensionar molinos de barras industriales comprende las siguientes etapas fundamentales:

a.1) Determinación del W_I del material a través de un test standard de laboratorio, desarrollado por F. Bond para el caso específico de molinos de barras (ver Sección 2.2.C).

a.2) El valor de W_I así calculado es para un molino de barras tipo descarga por rebalse, de 8 pies de diámetro interior, moliendo en húmedo y en circuito abierto (Valor Base de W_I).

a.3) En caso que las condiciones de operación standard establecidas por Bond no se cumplan, deberán incluirse los siguientes factores correctores:

– Factor f_1 (molienda en seco)

– Factor f_3 (diámetro del molino)
– Factor f_4 (alimentación demasiado gruesa)
– Factor f_6 (baja o alta razón de reducción en el molino)
– Factor f_7 (grado de uniformidad del material alimentado al molino)

El valor base de W_I calculado en el punto (a.2) deberá ser multiplicado por todos o algunos de los factores correctores indicados anteriormente (según corresponda el caso), para obtener el Valor Corregido de W_I. La difinición de cada uno de estos factores correctores se entrega a continuación:

Factor f_1: Para el mismo rango de trabajo de molienda húmeda, la molienda seca requiere un 30% más de potencia comparada a la molienda húmeda. Usar entonces, $f_1 = 1{,}3$; para el caso de Molienda Seca.

Factor f_3: La Eficiencia de Molienda varía con el Diámetro Interno del Molino. Para molinos de barras cuyo diámetro interno es 8 pies (medido entre revestimientos), el factor $f_3 = 1$. Si $D \neq 8$ pies, entonces el factor f_3 se calculará como sigue:

$$\begin{aligned} f_3 &= (8/D)^{0,2} \quad ; \text{ para } D \neq 8 \text{ pies} \\ f_3 &= 1 \quad ; \text{ para } D = 8 \text{ pies} \\ f_3 &= 0{,}9146 \quad ; \text{ para } D \geqslant 12{,}5 \text{ pies} \end{aligned} \qquad (2.124)$$

Factor f_4: Cuando el molino de barras se Alimenta con un Material Más Grueso que un cierto valor óptimo (F_o; μ m), deberemos utilizar un factor f_4, que depende directamente del Work Index:

$$f_4 = \frac{R_r + (W_I - 7) \cdot \left(\dfrac{F_{80} - F_o}{F_o}\right)}{R_r} \qquad (2.125)$$

Donde:
R_r = razón de reducción del 80% = F_{80}/P_{80}
F_{80} = tamaño 80% pasante de alimentación (μm)
P_{80} = tamaño 80% pasante del producto (μm)
W_I = Work Index del material (kwh/ton corta)
F_o = tamaño óptimo de alimentación (μm)

Siendo: $F_o = 16.000 \cdot \sqrt{13/W_I}$ (2.126)

Factor f_6: El factor f_6, se aplica para razones de reducción muy altas o muy bajas en el molino de barras; siendo:

$$f_6 = 1 + \frac{(R_r - R_{ro})^2}{150} \qquad (2.127)$$

Donde:
$R_r = F_{80}/P_{80}$ (idem significado que antes)
$R_{ro} = 8 + 5\, L_R/D$ (2.128)
F_{80} y P_{80}, tienen el mismo significado dado antes
L_r = longitud de las barras (pies). Se elige normalmente $L_R/D = 1{,}5$

D = diámetro interno del molino (pies)

La ecuación (2.127) se aplicará en cualquier caso; a menos que se cumpla la relación: $R_r = R_{ro} \pm 2$.

Factor f_7: Estudios detallados de operación en planta con molinos de barras industriales; demuestran que la eficiencia de molienda, se ve afectada por el grado de uniformidad del material que se alimenta al molino y, por el cuidado que se tenga en mantener una carga de barras estable y controlada dentro del molino. Este factor de eficiencia no se ha podido definir en forma cuantitativamente exacta; no obstante, la práctica recomienda utilizar los siguientes criterios:

– Cuando se calcule la potencia mecánica requerida en una operación industrial con molinos de barras, use un factor de ineficiencia de 1,4 cuando la alimentación al molino sea preparada mediante circuito abierto de chancado: y use $f_7 = 1{,}2$, cuando la alimentación se prepare mediante circuito cerrado de chancado.

– Al momento de calcular la potencia mecánica requerida en un circuito múltiple de barras-bolas; no utilice factores correctores que tiendan a mejorar la eficiencia del molino de bolas, mediante una disminución del consumo de energía base requerido (calculado bajo condiciones de operación standard).

a.4) El calor correspondiente del Work Index corregido, estará dado por la siguiente expresión:

$$W_I\,(\text{corr}) = W_I\,(\text{base})\, f_1\, f_3\, f_4\, f_6\, f_7 \qquad (2.129)$$

Donde:

W_I (corr) = valor corregido de W_I (kwh/ton corta)

W_I (base) = valor base de W_I (kwh/ton corta), calculado en (a.2)

f_1, f_3, f_4, f_6, y f_7 = factores correctores ya definidos

a.5) El consumo de energía en la molienda industrial, para ir desde un tamaño 80% pasante F_{80}, hasta un tamaño 80% pasante P_{80}, estará dado por:

$$W = W_I\,(\text{corr}) \cdot (10/\sqrt{P_{80}} - 10/\sqrt{F_{80}}) \qquad (2.130)$$

Donde:

W = consumo de energía (kwh) requerido para reducir una tonelada corta de material, desde un tamaño 80% pasante F_{80}(μm) hasta 80% pasante P_{80}(μm)

W_I (corr) = Valor corregido de W_I (kwh/ton corta)

P_{80} y F_{80} = tamaños 80% pasante del producto y alimentación del molino de barras industrial, respectivamente (μm). Ambos valores deberán ser especificados en esta etapa de cálculo.

a.6) Se especificará la capacidad requerida del molino de barras industrial (TPH de sólidos procesados). Sea C (ton cortas/hora) dicho valor.

a.7) Se calculará la potencia mecánica requerida para la conminución del material. Esto es:

$$P_M(kw) = W\,(kwh/ton\ corta)\ .\ C\,(ton\ corta/h) \qquad (2.131)$$

o bien;

$$P_M\,(HP) = 1{,}341\,(HP/kw) \cdot P_M\,(kw) \qquad 2.132)$$

La potencia mecánica así calculada incluye pérdidas de eficiencia en rodamientos, engranajes y piñón, pero no incluye pérdidas de eficiencia en el motor y componentes accesorios (tales como reductores de velocidad, pérdidas por transmisión y otras). La potencia mecánica así calculada es aquella requerida en el Eje del Piñón del Molino.

Como se sabe, la potencia del molino, tal como se mide en muchas plantas, es la POTENCIA DE ENTRADA AL MOTOR; es decir, corresponde a la potencia eléctrica aplicada al motor. Este valor deberá ser convertido en potencia mecánica en el eje del piñón del molino. Esto puede lograrse aplicando el factor de eficiencia del motor (pérdidas eléctricas y mecánicas) para obtener la POTENCIA DE SALIDA DEL MOTOR. Si en la planta no existieran datos de información sobre la eficiencia del motor, la información correspondiente podrá ser obtenida desde los fabricantes de motores respectivos. Cuando el motor está acoplado directamente al eje del piñón, la potencia de salida del motor corresponderá a la potencia medida en el eje del piñón del molino. Si se utilizan reductores de velocidad o cualquier otro elemento accesorio entre el motor y el eje del piñón, entonces deberemos considerar todas las eficiencias correspondientes a cada uno de estos elementos, aplicando los factores correspondientes sobre la potencia de salida del motor, para obtener la potencia mecánica requerida en el eje del piñón del molino.

a.8) Calcular la potencia eléctrica requerida a la entrada del motor, considerando una eficacia de η %. Esto es:

$$P_E\,(HP) = P_M\,(HP) \cdot (100/\eta) \qquad (2.133)$$

a.9) Conociendo el valor de P_E (HP), calcular las dimensiones del molino de barras industrial, usando la ecuación (2.99), entregada en la Sección 2.3.A (item a.2). El valor de D podría calcularse desde la ecuación (2.99), una vez especificados los valores de P_E (HP), K_R (ver tabla), % V_p, % C_s y razón largo/diámetro del molino (L/D), mediante la expresión:

$$D = \left[\frac{P_E\,(HP)}{K_R \cdot (\%\,V_p)^{0,555} \cdot (\%\,C_s)^{1,505} \cdot (L/D)} \right]^{1/3,5} \qquad (2.134)$$

El significado de los diferentes términos que aparecen en la ecuación (2.134) ya fue entregado anteriormente (ver ecuación 2.99).

En el supuesto caso que se obtenga $D > 20$ pies, la práctica aconseja utilizar más de un molino[34]. Suponiendo, en general, que elegimos "M" molinos de barras en paralelo, deberemos primero calcular la potencia eléctrica requerida por cada molino (P_E/M), y recalcular entonces el diámetro D para cada molino mediante la ecuación (2.134).

a.10) Una vez calculado el valor teórico de D, el largo interno del molino estará dado por (L/D)·D, siendo L/D la razón largo/diámetro previamente especificada. En caso que resulte D ≠ 8 pies, deberemos entonces recalcular el factor $f_3 = (8/D)^{0,2}$ desde la ecuación (2.124), y repetir todas las etapas anteriores, desde (a.4) hasta (a.9) inclusive, tantas veces como sea necesario hasta que el algoritmo de cálculo converja. Se trata de un procedimiento de cálculo iterativo, que deberá repetirse las veces necesarias, hasta que se obtenga una variación máxima relativa del 1% para valores de D calculados entre iteraciones sucesivas. Este procedimiento de cálculo es fácilmente programable en una calculadora corriente de bolsillo.

a.11) Una vez calculados los valores teóricos de L y D, deberemos escoger desde catálogos apropiados aquellos valores prácticos de L y D que más se acerquen a los especificados por el fabricante (recordando que L y D corresponden a las dimensiones internas efectivas del molino de barras). Ello implicará recalcular la potencia P_E según ecuación (2.99), utilizando los valores finalmente escogidos para L y D. Por último, y debido a que los fabricantes de motores utilizan especificaciones standard de potencia, será necesario escoger aquella potencia estandarizada cuyo valor (considerando los respectivos factores de seguridad) sea inmediatamente superior a aquél calculado mediante la ecuación (2.99), dándose por finalizado el cálculo en esta etapa.

a.12) Otros cálculos adicionales requeridos en el dimensionamiento de molinos de barras industriales; tales como, tamaño máximo de barra, distribución en peso de la carga de barras; volumen y peso de la carga de barras, ya fueron discutidos anteriormente (ver Sección 2.3.D de este Capítulo).

B. Dimensionamiento de Molinos de Bolas

El método de Bond para dimensionar molinos de bolas industriales comprende las siguientes etapas fundamentales:

b.1) Determinación del W_I del material a través de un test standard de laboratorio, desarrollado por Bond para el caso específico de molinos de bolas (ver Sección 2.2.C).

b.2) El valor de W_I así calculado es para un molino de bolas tipo descarga por rebalse, de 8 pies de diámetro interior, moliendo en húmedo y en circuito cerrado (Valor Base de W_I).

b.3) En caso que las condiciones de operación standar establecidas por Bond no se cumplan, deberán incluirse los siguientes factores correctos:

- Factor f_1 (molienda en seco)
- Factor f_2 (molienda en circuito abierto)
- Factor f_3 (factor eficiencia por Diámetro del molino)
- Factor f_4 (alimentación demasiado gruesa)
- Factor f_5 (sobremolienda de finos, obteniéndose $P_{80} \leq 75\,\mu m$)
- Factor f_6 (baja razón de reducción en el molino)

El valor de W_I calculado en el punto (b.2), o sea, el W_I (base), deberá ser multiplicado por todos o algunos de los factores de corrección anteriores (según corresponda al caso), para obtener el W_I (corregido).

La definición de cada uno de los factores anteriores se indica a continuación:

Factor f_1: Para el mismo rango de trabajo de molienda húmeda, la molienda seca requiere 1,3 veces más de potencia, comparada con la molienda húmeda. Por consiguiente, deberá multiplicarse W_I (punto b.2) por 1,3 en caso de **molerse en seco** en el circuito industrial (Ej.: industria del cemento).

Factor f_2: Cuando se efectúe molienda húmeda en **circuito abierto**, la cantidad de potencia extra requerida, comparada a la misma molienda efectuada en circuito cerrado, dependerá del grado de control requerido en el producto de molienda producido. El valor de f_2 para molienda en circuito abierto está dado de acuerdo a la siguiente tabla:

Tamaño de Control del Producto (Referencia a % Pasante)	**Factor f_2 (*)**
50	1,035
60	1,050
70	1,100
80	1,200
90	1,400
92	1,460
95	1,570
98	1,700

(*) NOTA: Multiplicar W_I(base) por el respectivo valor de f_2, en caso necesario.

Factor f_3: Es un hecho generalmente aceptado que la **eficiencia de molienda** varía con el **diámetro interno del molino**. Para molinos de diámetro interno igual a 8 pies (medido entre revestimientos), el factor $f_3 = 1$; si $D \neq 8$ pies, entonces el factor f_3 estará dado por:

$$f_3 = (8/D)^{0,2} \qquad (2.135)$$

Donde: D = diámetro interno del molino en pies, medido entre revestimientos.

Deberá notarse, sin embargo, que de acuerdo a datos de operación de Planta el aumento en eficiencia de molienda se detiene cuando $D \geqslant 12{,}5$ pies, tomando entonces f_3 un valor constante e igual a 0,914.

Por consiguiente, deberá multiplicarse el W_I (base) por f_3, en caso que $D \neq 8$ pies de diámetro. Como D es desconocido al comienzo, suponer $f_3 = 1$, durante la primera iteración, y recalcular entonces dicho valor más adelante.

Factor f_4: Cuando el molino de bolas se **alimenta con un material más grueso que un cierto valor óptimo**, deberá utilizarse este factor f_4. Este factor está relacionado directamente con el Work Index, según se ilustra en la ecuación (2.136):

$$f_4 = \frac{R_r + (W_I - 7)\left[\frac{F_{80} - F_o}{F_o}\right]}{R_r} \qquad (2.136)$$

Donde: R_r = razón de reducción del 80% = F_{80}/P_{80}

F_{80} = tamaño 80% de alimentación (μm)

P_{80} = tamaño 80% del producto (μm)

W_I = Work Index del material (kwh/ton corta)

Fo = tamaño óptimo de alimentación (μm)

Siendo:

$$Fo = 4.000 \sqrt{13/W_I} \quad (2.137)$$

Factor f_5: Cuando el tamaño 80% pasante del producto es menor que 75 micrones (200 mesh), deberá aplicarse el factor f_5, correspondiente a **sobremolienda de finos**, y calculable de acuerdo a la siguiente expresión:

$$f_5 = \frac{P_{80} + 10.3}{1.145 \cdot P_{80}} \quad (2.138)$$

Factor f_6: Cuando la **razón de reducción (R_r) del material en el molino de bolas** es inferior a **6**, deberá aplicarse el factor f_6, situación generalmente encontrada durante la remolienda de concentrados y relaves en circuitos industriales. La ecuación respectiva es:

$$f_6 = [20 (R_r - 1.35) + 2.60] / \{20 (R_r - 1.35)\} \quad (2.139)$$

b.4) El valor correspondiente al W_I (corregido) estará dado entonces por la siguiente expresión:

$$W_I \text{ (corr)} = W_I \text{ (base)} f_1 f_2 f_3 f_4 f_5 f_6 \quad (2.140)$$

Donde:

W_I (corr) = valor corregido de W_I (kwh/ton corta)
W_I (base) = valor del Work Index calculado en punto (b.2): (kwh/ton corta)
$f_1, f_2, ..., f_6$ = factores correctores ya definidos.

b.5) El consumo de energía específica en la molienda industrial, para ir desde un tamaño 80% pasante F_{80} hasta un tamaño 80% pasante P_{80}, estará dado por:

$$W = W_I \text{ (corr)} \cdot (10/\sqrt{P_{80}} - 10/\sqrt{F_{80}}) \quad (2.141)$$

Donde:

W = consumo de energía (kwh) necesario para reducir una tonelada corta de material, desde un tamaño 80% pasante F_{80} (μm) hasta 80% pasante P_{80} (μm).
W_I (corr) = valor corregido de W_I (kwh/ton corta)
P_{80}, F_{80} = tamaños 80% pasante del producto final y alimentación fresca del circuito industrial de molienda, respectivamente (μm). Ambos valo-

res deberán ser especificados en esta etapa.

b.6) Se especificará la capacidad deseada del circuito cerrado de molienda/clasificación (TPH de sólidos procesados). Sea C (tons. corta/hora) dicho valor.

b.7) Se calculará la potencia mecánica requerida para la conminución del material. Esto es:

$$P_M\,(kw) = W\,(kwh/ton\,cortas) \cdot C\,(ton\,cortas/h) \qquad (2.142)$$

o bien:

$$P_M\,(HP) = 1{,}341 \cdot P_M\,(kw)$$

La potencia mecánica así calculada es la potencia requerida en el eje del piñón del molino, lo cual incluye pérdidas de eficiencia en rodamientos, engranajes y piñón, pero NO INCLUYE pérdidas de eficiencia en el motor y otros componentes accesorios, tales como reductores de velocidad, pérdidas por transmisión, etc.

b.8) Calcular la potencia eléctrica requerida en la entrada del motor, suponiendo una eficiencia de η% (normalmente $\eta = 95$%). Esto es:

$$P_E(HP) = P_M(HP) \cdot (100/\eta) \qquad (2.144)$$

b.9) Conociendo el valor de $P_E(HP)$, calcular las dimensiones del molino de bolas industrial, usando la ecuación (2.103), entregada en la Sección 2.3B (item b.2). El valor de D podrá calcularse desde la ecuación (2.103), una vez especificados los valores de $P_E(HP)$, K_B (ver tabla); % V_p, % C_s y razón L/D del molino, mediante la expresión:

$$D = \left[\frac{P_E(HP)}{K_B \cdot (\%V_p)^{0,461} \cdot (\%\,C_s)^{1,505} \cdot (L/D)} \right]^{1/3,5} \qquad (2.145)$$

El significado de los diversos términos que aparecen en la ecuación (2.145) ya fue entregado anteriormente (ver ec. 2.103).

En el supuesto caso que se obtenga $D > 20$ pies, la práctica nuevamente aconseja utilizar más de un molino[34]. Suponiendo en general que elegimos "M" molinos de bolas en paralelo, deberemos primero calcular la potencia eléctrica requerida por cada molino (P_E/M), y recalcular entonces el diámetro D para cada molino mediante la ecuación (2.145)

b.10) Una vez calculado el valor teórico de D, el largo interno del molino estará dado por (L/D)·D, siendo L/D la razón largo/diámetro previamente especificada. En caso que resulte $D \neq 8$ pies, deberemos entonces recalcular el factor $f_3 = (8/D)^{0,2}$ desde la ecuación (2.135), y repetir todas las etapas anteriores desde (b.4) hasta (b.9) inclusive, tantas veces como sea necesario hasta que el algoritmo de cálculo converja. Se trata de un procedimiento de cálculo iterativo, que deberá repetirse las veces necesarias, hasta que se obtenga una variación máxima relativa del 1% para valores de D calculados entre iteraciones sucesivas. Este procedimiento es fácil de implemen-

tar en una calculadora programable de bolsillo.

b.11) Una vez calculados los valores teóricos de L y D, se escogerá desde catálogos aquellos valores de L y D recomendados por los fabricantes que más se acerquen a los valores teóricos calculados (recordando que L y D, corresponden a las dimensiones internas efectivas del molino de bolas). Ello implicará recalcular la potencia P_E(HP) según ecuación (2.103), utilizando los valores finales seleccionados para L y D. Finalmente, y debido a que los fabricantes de motores utilizan especificaciones de potencia standard, se elegirá aquella potencia estandarizada cuyo valor (incluyendo los respectivos factores de seguridad) sea inmediatamente superior a aquél calculado mediante la ecuación (2.103), dándose por finalizado el cálculo en esta etapa.

b.12) Otros cálculos adicionales referentes a tamaño máximo de bola, distribución en peso de la carga de bolas, volumen y peso de dicha carga, ya fueron discutidos anteriormente (ver Sección 2.3.D de este Capítulo).

C. *Ejemplo de Aplicación Práctica*

De acuerdo al método de F. Bond, la relación de tamaños óptimos de alimentación a molinos de barras y bolas es como sigue:

$$\frac{F_o \text{ (Barras)}}{F_o \text{ (Bolas)}} = \frac{16.000 \sqrt{13/W_I}}{4.000 \sqrt{13/W_I}} = \frac{4}{1} \qquad (2.146)$$

Tratemos entonces de aplicar este criterio de diseño óptimo al dimensionamiento de molinos de barras y bolas operando en un circuito múltiple de molienda (o sea, donde la descarga del molino de barras constituye la alimentación fresca al (a los) circuito(s) cerrado(s) de molienda/clasificación con molino(s) de bolas). El criterio anterior es utilizado normalmente por muchas empresas de ingeniería[29], las que establecen el siguiente postulado empírico: "El consumo total de energía en la molienda debería ser distribuido de tal forma que aproximadamente 1/3 de dicha energía sea consumida en el molino de barras y los 2/3 restantes sean consumidas en el (los) molino(s) de bolas". Dicho de esta forma, la P_E (Molinos de Bolas) debería ser aproximadamente el doble de la P_E (Molino de Barras). Este criterio se ejemplariza a continuación.

Ejemplo: Supongamos que se desea reducir un material desde 80% pasante 3/4" hasta 80% pasante 195 µm, requiriéndose tratar 216 tons. corta/hora de sólidos en la planta de procesamiento, decidiendo efectuar dicho trabajo en un circuito múltiple de barras-bolas, a ser convenientemente dimensionado para tales efectos.

Los datos conocidos y parámetros por determinar se resumen a continuación:

PARA DIMENSIONAR EL MOLINO DE BARRAS

- W_I = 14,5 kwh/ton corta.
- Molienda en húmedo (70% sólidos) y en circuito abierto.
- F_{80} = tamaño 80% alimentación = 3/4" = 19.050 µm.
- P_{80} = tamaño 80% del producto = ? (por determinar).

- η = eficiencia del motor = 96%.
- Alimentación al Molino de Barras = Descarga de Chancado Terciario (que opera en circuito cerrado con harneros).
- Molino de Barras tipo Overflow (descarga por rebalse).
- C = 216 tons. corta/hora = capacidad de sólidos del molino.
- $R_r = F_{80}/P_{80}$ = razón de reducción del 80% = ? (a ser calculada).
- L/D = 1,3 = razón largo/diámetro seleccionada.
- $\% C_s$ = 65% de la velocidad crítica.
- $\% V_p$ = 35% de carga de barras (como % del volumen interno del molino).
- Valor de $K_R = 3{,}590 \times 10^{-5}$ (según tabla).

PARA DIMENSIONAR EL(LOS) MOLINO(S) DE BOLAS

- W_I = 14,5 kwh/ton corta.
- Molienda en húmedo (65% de sólidos) y en circuito cerrado.
- F_{80} = tamaño 80% alimentación (μm) = ? (a ser calculado).
- P_{80} = tamaño 80% del producto = 195 μm.
- η = eficiencia del motor = 96%.
- Alimentación Fresca del Molino de Bolas (circuito cerrado) = Descarga del Molino de Barras.

Molino de Bolas tipo Overflow (descarga por rebalse).

- C = 216 ton corta/hora = alimentación fresca de sólidos al circuito de molienda.
- L/D = 1,25 = razón largo/diámetro seleccionada.
- $\% C_s$ = 70% de la velocidad crítica.
- $\% V_p$ = 45% de carga de bolas (como % del volumen interno del molino).
- Valor de $K_B = 4{,}365 \times 10^{-5}$ (según tabla).

Supondremos además: F_{80} (Barras) = $4 \cdot F_{80}$ (Bolas) (ver ecuación 2.146).

Luego: F_{80} (bolas) = 19.050/4 = 4.763 μm
= tamaño 80% pasante en alimentación fresca del circuito cerrado de molienda/clasificación.

Entonces:

– **DIMENSIONAMIENTO DEL MOLINO DE BARRAS**

(a) **Cálculo de Factores Correctores**

- Factor f_1 = **1,0** (molienda húmeda)
- Factor f_3 = **1,0** (suponemos inicialmente que D = 8 pies)
- Factor f_4 = **1,483**, que se calcula como sigue:

$$f_4 = \frac{R_r + (W_I - 7) \cdot \left(\frac{F_{80} - F_o}{F_o}\right)}{R_r}$$

Siendo:

$R_r = F_{80}/P_{80} = 19.050/4.763 = 4$

$Fo = 16.000 \sqrt{13/W_I} = 16.000 \sqrt{13/14,5} = 15.150 \mu m$

W_I = 14,5 kwh/ton corta

F_{80} = 19.050 µm

P_{80} = 4.763 µm

Factor f_6 = **1,735**; que se calcula como sigue:

$$f_6 = 1 + (R_r - R_{ro})^2/150$$

Siendo: $R_r = 4$
$R_{ro} = 8 + 5\,(L_R/D) = 8 + 5 \times 1,3 = 14,5$.
L_R/D = 1,3 (seleccionado arbitrariamente).

– Factor f_7 = **1,2** (alimentación al molino de barras; corresponde a descarga de chancado 3ario, que opera en circuito cerrado con un harnero vibratorio).

(b) **Cálculo del W_I (corregido)**

W_I (corr) = 14,5 x 1,483 x 1,735 x 1,2 = **44,770** (hwh/ton C.)

(c) **Cálculo del Consumo de Energía Específica**

$W = 44,770 \cdot (10/\sqrt{4.763} - 10/\sqrt{19.050}) =$
= **3,243** (kwh/ton corta)

(d) **Cálculo del Consumo de Potencia Mecánica**

$$P_M(HP) = 1{,}341 \times 3{,}243 \times 216 = \mathbf{939{,}46\ HP}$$

(e) **Cálculo del Consumo de Potencia Eléctrica**

$$P_E(HP) = P_M(HP)/0{,}96 = \mathbf{978{,}60\ HP}$$

(f) **Cálculo de las Dimensiones del Molino**

$$D = \left[\frac{P_E(HP)}{K_R \cdot (\%\ V_p)^{0{,}555} \cdot (\%\ C_s)^{1{,}505} \cdot (L/D)} \right]^{1/3{,}5} \qquad (2.134)$$

Reemplazando: P_E = 978,60 HP
K_R = $3{,}590 \times 10^{-5}$
$\% V_p$ = 35% carga barras
$\% C_s$ = 65% de la velocidad crítica
L/D = 1,3

se obtiene como primera estimación de D, al usar la ecuación (2.134),
D = 11,681 pies, y también
L = 15,185 pies

Como el valor de D calculado es ≠ 8 pies, recalcularemos f_3, repitiendo todas las etapas anteriores, según se ilustra en tabla adjunta.

Iteración Nº	f_3	W_I(corr); kwh/ton corta	W; kwh/ton corta	P_M; HP	P_E; HP	D; pies	L; pies	% Error en D
1	1,000	44,770	3,243	939,46	978,60	11,681	15,185	–
2	0,927	41,506	3,007	870,96	907,25	11,431	14,860	-2,14
3	0,931	41,686	3,020	874,74	911,19	11,445	14,879	0,12

Después de 3 iteraciones, se observa que el % de error relativo en D es de sólo 0,12%, y por lo tanto, las dimensiones del molino de barras serán:

D = 11,45 pies ≃ 11,5 pies de diámetro interno
L = 14,88 pies ≃ 15,0 pies de longitud efectiva

(g) **Cálculo de la Potencia Eléctrica del Motor**

Reemplando D = 11,5', L = 15,0' en la ecuación (2.99), y manteniendo constantes los valores de K_R, $\%\ V_p$ y $\%\ C_s$ definidos en etapa (f), se obtiene finalmente:

$$P_E(HP) = 3{,}590 \times 10^{-5} \times (11{,}5)^{3{,}5} \times (35)^{0{,}555} \times (65)^{1{,}505} \times (15/11{,}5) =$$

$$= \mathbf{929{,}66\ HP}$$

Eligiendo, finalmente, un motor de **950 HP.**

– **DIMENSIONAMIENTO DEL MOLINO DE BOLAS**

Factor	Valor	Observaciones
f_1	1,000	– Molienda húmeda
f_2	1,000	– Circuito cerrado
f_3	1,000	– Considerando D = 8' c/estim. inicial
f_4	1,079	– R_r = 24,43; W_I = 14,5; F_{80} = 4763 µm y F_o = 3787 µm
f_5	1,000	– porque $P_{80} > 75$ µm
f_6	1,006	– R_r = 24,43

La siguiente tabla ilustra los cálculos realizados durante cada iteración:

Itera-ción Nº	f_3	W_I(corr); kwh/ton corta	W; kwh/ton corta	P_M; HP	P_E; HP	D; pies	L; pies	% Error en D
1	1,000	15,739	8,991	2.604,18	2.712,69	15,412	19,265	–
2	0,915*	14,401	8,227	2.382,83	2.482,11	15,026	18,782	2,51
3	0,915*	14,401	8,227	2.382,83	2.482,11	15,026	18,782	0,00

(*) NOTA: Como D > 12,5 pies; se supuso f_3 = cte. = 0,915.

Por consiguiente, las dimensiones del molino de bolas serán:

D = 15,03 pies ≃ 15 pies de diámetro interno
L = 18,78 pies ≃ 19 pies de longitud efectiva

La potencia eléctrica del motor será:

$$P_E\ (HP) = 4{,}365 \times 10^{-5} \times 15^{3,5} \times 45^{0,461} \times 70^{1,505} \times (19/15)$$

P_E = 2.500,17 HP **2.500 HP** (valor seleccionado)

Obsérvese que: P_E (M. Bolas)/P_E (M. Barras) = 2.500/950 =
= **2,63**

Se ha sugerido que normalmente:

P_E (M. Bolas) ≃ 2 veces la P_E (M. Barras)

Es decir, que por cada molino de barras se debería tener 2 molinos de bolas más pequeños en paralelo (cada uno de ellos operando en circuito cerrado con un clasificador); o dicho de otra manera: "El Consumo Total de Energía en la Molienda debería ser distribuido de tal manera que 1/3 de ella se consuma en el Molino de Barras y los otros 2/3 en los Molinos de Bolas".

Como en el ejemplo desarrollado, D = 15 pies (tamaño relativamente grande para el

molino de bolas), se podría pensar también en la posibilidad de utilizar dos molinos de bolas más pequeños operando en paralelo. En tal caso, cada molino debería consumir una potencia aproximada de 1.300 HP, obteniéndose las siguientes dimensiones para cada uno de ellos:

Nº de molinos de bolas	=	2
D	=	12,5 pies de diámetro interno
L	=	15,5 pies de largo efectivo
P_E	=	1293 HP/molino ≃ **1300 HP** en cada molino

2.5. Limitaciones y Deficiencias de las Teorías Clásicas de Conminución (Método de F. Bond)

Debido a que la metodología desarrollada por Fred Bond, es la más utilizada en la industria minera para dimensionar equipos de conminución, nos limitaremos en esta oportunidad a señalar las principales restricciones y deficiencias de este método, aun cuando la discusión general planteada más abajo sirva también para destacar las mismas deficiencias asociadas a los postulados de Rittinger, Kick y Charles-Walker, de acuerdo a lo descrito en la Sección 2.2 de este Capítulo.

Las principales limitaciones y deficiencias del Método de Bond se resumen a continuación:

En primer lugar, en el procedimiento standard de laboratorio, Bond utiliza un tamiz de separación para simular la malla de corte obtenida con un clasificador industrial. Es decir, se realiza una "clasificación ideal" del material a escala de laboratorio, lo cual es imposible de lograr a escala industrial. La mayoría de los clasificadores industriales poseen características de separación extremadamente variables, con desviaciones substanciales respecto al comportamiento de separación perfecta.

Segundo, las condiciones de equilibrio alcanzadas en un test standard de Bond a escala de laboratorio corresponden al estado estacionario alcanzado en un molino tipo "plug-flow". Es decir, está implícito en el método de Bond que los molinos industriales no actúan como mezcladores de la pulpa además de moler las partículas del material. Las características dinámicas de transporte de la pulpa en el molino normalmente se sitúan entre los casos extremos de mezcla perfecta y flujo-pistón, de acuerdo a los resultados de numerosos estudios de transporte de partículas, realizados en molinos industriales.

Tercero, se supone también, en forma implícita, que todos los tipos de materiales se fracturarán de una manera similar, es decir, de acuerdo a las características típicas de un "material ideal tipo Bond". Dicho material se caracteriza por tener una distribución granulométrica de Rosin-Rammler, con una pendiente igual a 0,5 en la región de tamaños finos. En la práctica, muy pocos materiales siguen en forma natural este tipo de distribución, y entre aquellos que así lo hacen, es muy raro encontrar alguno con pendiente exactamente igual a 0,5.

Cuarto, en el método de Bond se utilizan sólo 3 parámetros para calcular el consumo de energía en la molienda. Ellos son: (a) el índice de trabajo (Work Index W_I); (b) un parámetro de tamaño característico de la alimentación (F_{80}; µm) y (c) un parámetro de tamaño característico del producto (P_{80}; µm). El concepto de Work Index, en sí mismo, engloba en un solo parámetro todo el proceso de fractura, transporte y clasificación del material dentro de un circuito cerrado de molienda/clasificación. Es por ello que Bond ha debido incluir una serie de "factores correctores" dentro de su fórmula básica, a fin de tomar en cuenta el efecto de diversas variables de operación sobre el consumo energético de la molienda. Existen

correcciones para molienda seca, circuito abierto, fineza exagerada del producto molido, tamaño de alimentación demasiado grueso y efecto del diámetro del molino. El objetivo primordial de estos factores correctores es disminuir las diferencias observadas en Planta, tanto en capacidad como en consumo de potencia, con respecto a los correspondientes valores determinados mediante la fórmula standard de Bond. Debemos recordar, además, que el valor de W_I obtenido a través del procedimiento estándar de laboratorio ha sido correlacionado con muchísimos datos experimentales acumulados en Planta, a objeto de "calibrar" la fórmula de escalamiento propuesta por Bond, para calcular el consumo energético de los materiales molidos en equipos industriales. Para ello, se ha utilizado un sinnúmero de resultados experimentales recopilados en planta, obtenidos fundamentalmente con molinos de 8 pies de diámetro interno, operando en húmedo, ya sea en circuito cerrado con clasificadores industriales (caso de los molinos de bolas), o bien en circuito abierto (para el caso de los molinos de barras).

No obstante todas las limitaciones anteriores, y obedeciendo a la extrema simplicidad del método de Bond, dicho procedimiento continúa aún siendo utilizado en la industria minera para dimensionar chancadores, molinos de barras y bolas (e incluso molienda semiautógena), tanto a escalas piloto como industrial. Este método empírico de correlación ha sido sometido a numerosas críticas, reconociéndose eventualmente sus limitaciones, en el dimensionamiento de molinos de gran diámetro[33,34]. En realidad, el método de Bond permite apenas dar una primera estimación (error promedio de $\pm 20\%$) del consumo real de energía requerido para moler un mineral determinado, en un molino de tamaño industrial.

En el Capítulo 3 de este Libro, se discute la alternativa de modelar matemáticamente ciertas configuraciones típicas de chancado, molienda y clasificación, lo que generalmente proporciona niveles de precisión y detalle satisfactorios para la mayoría de las aplicaciones industriales (ver Capítulo 6). Dicha metodología permite no sólo dimensionar en forma óptima los tamaños y cantidades de equipos de conminución/clasificación requeridas en cada instalación específica, sino también predecir los efectos que determinadas modificaciones operacionales pueden causar sobre las características finales del producto molido, superando así con creces las limitaciones inherentes a las teorías clásicas de conminución. En esta nueva metodología, también se enfatiza la relevancia del consumo de energía específica como parámetro controlante de la reducción de tamaño y granulometría final del producto, en cada etapa de conminución.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFIAS DEL CAPITULO 2

1. H.E. Rose and R.M. Sullivan, "Ball, Tube and Rod Mills", London, Constable, 1958.
2. P.R. von Rittinger, "Leherbuch der Aufbereitungskunde", Berlin, 1867.
3. V.L. Kirpichev, "About the Coincidences in the Crushing Phenomena", Journal of the Physicochemical Soc. (Russia), Vol. 6, Nº 1 (1874).
4. F. Kick, "Das Gesetz der Proportionalen Widerstande und Seine Anwendung", A. Félix, Leipzig, 1885.
5. F.C. Bond, "The Third Theory of Conminution" AIME Trans., Vol. 193, p. 484, 1952; Mining Engineering, May 1952.
6. F.C. Bond, "Three Principles of Conminution", Mining Congress Jornal, August 1960.
7. F.C. Bond, "Standard Grindability Tests Tabulated", AIME Trans., Vol. 183, p. 313, 1949.
8. F.C. Bond, "Crushing and Grinding Calculations (Parts I and II)", Can. Mining and Metall. Bulletin, Vol. 47 Nº 507, p. 466-472, July 1954; Trans., 1954, LVII, p. 286-292.
9. F.C. Bond, "Mathematics of Crushing and Grinding". Book "Recent Developments in Mineral Dressing (1953)", published by IMM, Salisbury House, London, E.C.2.
10. F.C. Bond, "Action in a Rod Mill". Engineering & Mining Journal, March 1960.
11. F.C. Bond, "Confirmation of the Third Theory", AIME Mining Transactions, 1960.
12. R.J. Charles, "Energy-Size Reduction Relationships in Conminution". AIME, Trans., Vol. 208, p. 80, 1957.
13. W.H. Walker et al., "Principles of Chemical Engineering", Mc. Graw Hill, New York, 1937.
14. L. Gutiérrez, "Curso de Procesamiento de Minerales". Apuntes de Clases, Depto. Metalurgia, USACH, Santiago de Chile, 1980.
15. T.F. Berry and R.W. Bruce, "A Simple Method of Determining the Grindability of Ores", Canadian Mining Journal, Vol. 87, p. 63-65, 1966.
16. L. Gutiérrez and G.E. Agar, "A Review of Standard Procedures to Scale-up Energy Consumption on Grinding", Int. Report, JRGRL, INCO Metals of Canada, Canada, 1975.
17. R.W. Smith and K.H. Lee, "A comparison of Data from Bond Type Simulated Closed-Circuits and Batch Type Grindability Tests", Trans. SME-AIME, Vol. 241, p. 99-101, 1968.
18. W.E. Horst and J.H. Bassarear, "Use of Simplified Ore Grindability Technique to Evaluate Plant Performance", Trans. SME-AIME, Vol. 260, p. 348-351, 1976.
19. P.C. Kapur, "Analysis of the Bond Grindability Test", Trans. IMM, Vol. 79, p. C-103/108, 1970.
20. L.G. Austin and P.T. Luckie, "Grinding Equations and the Bond Work Index", Trans. AIME, Vol. 252, p. 259-266, 1972.
21. J.A. Herbst and D.W. Fuerstenau, "The Zero Order Production of Fine Sizes in Conminution and its implications in Simulation", Trans. SME-AIME, Vol. 241, p. 538-548; 1968.
22. P.T. Luckie, L.G. Austin et al., "A Review Introduction to the Solution of the Grinding Equations by Digital Computation". Min. Sc. Engng., Vol. 4, Nº 2, p. 24-51, April 1972.

23. V.K. Karra, "Simulation of the Bond Grindability Test", CIM Bulletin, Vol. 74, Nº 827, p. 195-199; 1981.

24. R.F. Yap, J.L. Sepúlveda and R. Jauregui, "Determination of the Bond Work Index using an Ordinary Laboratory Batch Ball Mill", SME-1st Int. Fall Meeting, Symp. on Design and Installation of Conminution Circuits, Honolulu, Hawai; 28 p., Sept. 4-9, 1982.

25. S. Yashima, et al., "On the Relation of Work Index and Mechanical Properties of Brittle Materials", Kagaku Kogaku, Vol. 34, Nº 11, p. 1199-1205, 1970.

26. D.M. Himmelblau, "Process Analysis by Statistical Methods", John Wiley & Sons, Inc., p. 113, 1968.

27. L. Gutiérrez, "Curso de Análisis y Optimizacion de Procesos", Apuntes de Clases, Depto. de Metalurgia, USACH, Santiago, 1980.

28. Ch. A. Rowland, Jr. and D.M. Kjos, "Rod and Ball Mills". Book (2nd Ed.): "Mineral Processing Plant Desing (Ch. 12)"; p. 239-278. Mular-Bhappu Editors (AIME-SME, 1980).

29. L. Gutiérrez and A.E. Oblad, "Correlação Empírica do Consumo da Potencia na Moagem Industrial com diversas Variáveis de desenho no Moinho". Informe Interno, P. Abib Engenharia S.A. (PAE), São Paulo, S.P., Brasil, 30 p., 1978.

30. J.E. Sepúlveda, H. Toro Ch. and O. Aguilar V., "Experimental Determination of Autogenous Ore Grindability", 1st National Workshop on Autogenous Grinding; Sept. 8-11, 1983, Santiago, Chile, 46 p., 1983.

31. F. Peña and S.M. Jones, "Cascade Milling Scale-up Considerations", Min. de Cobres Porfídicos, Inst. de Ing. de Minas de Chile, Vol. I, p. 269, Nov. 1980.

32. J. Menacho y F. Concha, "Optimización de Cargas Balanceadas de Cuerpos Moledores en la Molienda Húmeda de Minerales". 1er Simp. de Aplic. de la Computación en la Ind. Minera, Stgo., Chile, Abril 1984, 27 p.

33. D. Hinkfuss, "The Bougainville Copper Limited Concentrator", Flotation: A.M. Gaudin Memorial Volume, Vol. 2, Ch. 40, 1976.

34. C. Harris and N. Arbiter, "Scale-up Problems with Large Ball Mills". MiniSymposium SME-AIME Fall Meeting, Salt Lake City, Utah, Oct. 1983.

35. C.A. Rowland, Jr., "The Tools of Power Power: The Bond Work Index, A Tool to Measure Grinding Eficiency", 1st National Workshop on Autogenous Grinding, Sept. 8-11, 1983; Santiago, Chile, 19 p., 1983.

CAPITULO 3

TEORIAS MODERNAS DE CONMINUCION

3.1. Introducción

Durante estos últimos años, debido al bajo precio del cobre y al costo creciente de los insumos, fundamentalmente energía, la industria minera nacional se encuentra enfrentada a la imperiosa necesidad de mejorar la eficiencia de sus operaciones.

Dentro del conjunto de etapas involucradas en la extracción y concentración de las especies mineralógicas de valor contenidas en los depósitos, los proceso de conminución contribuyen significativamente al costo total de operación (esencialmente la molienda) y, por ende, aquellas alternativas de tratamiento que puedan contribuir significativamente a mejorar la eficiencia de la conminución, debieran merecer la mayor consideración.

Paralelamente, y considerando que la mayoría de los circuitos industriales de conminución operan en circuito cerrado con clasificadores (harneros, hidrociclones; etc.), es que se torna imprescindible evaluar en forma conjunta el comportamiento de dichas unidades, a objeto de optimizar la eficiencia global del correspondiente proceso de conminución/clasificación.

Durante los últimos años, se ha venido desplegando un gran esfuerzo en la formulación de correlaciones matemáticas semiempíricas que permitan describir en forma independiente las operaciones de conminución y de clasificación, logrando alcanzarse un nivel de precisión y detalle satisfactorios para una gran variedad de aplicaciones, entre las que podemos destacar:

(a) Evaluación de circuitos alternativos de procesamiento;
(b) Dimensionamiento óptimo de circuitos de conminución/clasificación;
(c) Optimización de procesos de conminución; y
(d) Utilización de técnicas de simulación matemática para el desarrollo de estrategias de control computarizado.

Con respecto al item (b), en el Capítulo 2 de este Libro, se mencionaba el hecho de que la mayor parte de los circuitos de conminución instalados en las plantas concentradoras han sido dimensionados en base a métodos empíricos de diseño. De dichos procedimientos, la técnica experimental propuesta por Fred Bond es la más difundida y utilizada en la actualidad, aun cuando ella proporciona sólo una primera estimación (error de $\pm 20\%$) del consumo real de energía para triturar o moler un mineral dado, en el correspondiente equipo de conminución. Esto puede ocasionar serios errores en el dimensionamiento de unidades industriales de gran tamaño (ver referencias[33,34] del Cap. 2), en el supuesto caso que no se adopten los márgenes de seguridad apropiados al diseño.

Por otra parte, y debido generalmente a una falta de conocimiento cabal del proceso, se acostumbra utilizar factores de seguridad un tanto elevados, lo que generalmente se traduce en un "sobredimensionamiento" imprevisto de los equipos de conminución, con el consiguiente incremento en costos y pérdida de eficiencia energética del proceso (ello, sin embargo, hace posible optimizar instalaciones existentes, ya que los circuitos instalados poseen una capacidad adicional factible de ser aprovechada en la práctica industrial). Es por ello que la

alternativa de modelar circuitos de conminución/clasificación, utilizando el concepto de Energía Específica como parámetro controlante de la conminución, constituye una herramienta de cálculo poderosa que permite superar con creces las limitaciones del método convencional de Bond[1].

La técnica matemática de simulación por computador de circuitos múltiples de conminución/clasificación, cumple ampliamente con los objetivos de proporcionar niveles de precisión y detalle satisfactorios para la mayoría de las aplicaciones industriales existentes. Dicha metodología no sólo permite dimensionar en forma óptima los tamaños y cantidades de equipos de conminución y clasificación requeridos para cada instalación industrial específica, sino que también es capaz de predecir los efectos que determinadas modificaciones operacionales pueden causar sobre las características finales del producto molido. Ello llevará finalmente a optimizar los procesos de conminución/clasificación y/o establecer el esquema de control más apropiado para cada situación en particular.

Los modelos matemáticos descritos en el presente capítulo ya han sido discutidos en detalle en la literatura científica[1 a 26], por lo cual nos remitiremos solamente a dar una breve descripción de los mismos, mostrando posteriormente en el Capítulo 6 del Texto su aplicabilidad práctica en sistemas industriales.

3.2 Fundamentos Teóricos[1 a 26]

A continuación se resumen los fundamentos teóricos relacionados con la modelación matemática de procesos de conminución batch y continua, destacando la importancia del consumo de energía específica como variable controlante de dichos procesos, y derivando finalmente un modelo matemático simplificado de fácil aplicación industrial, del cual la Ley de Bond constituye apenas un caso muy particular. Al término de este Capítulo, se describen otros enfoques de modelación, tales como los modelos en etapas, que permiten simular el efecto de clasificación interna observado en molinos de barras y otros equipos de conminución (caso particular de algunos tipos específicos de chancadores, molienda semiautógena y convencional operando con sistemas de descarga por parrilla, etc.).

A. *Modelo Cinético General para un Proceso Batch.*

Un proceso típico de conminución puede ser representado matemáticamente mediante una ecuación general de balance macroscópico, que incorpora tres conceptos importantes dentro de la teoría general de conminución: (a) la velocidad específica con que las partículas de cada tamaño son fracturadas por unidades de tiempo (o por unidad de energía); (b) la distribución de tamaño resultante de cada partícula fracturada; y (c) un posible evento de clasificación interna de las partículas dentro del respectivo equipo de conminución, el cual puede o no estar presente en cada situación en particular. Los conceptos anteriores serán representados matemáticamente a través de las siguientes tres funciones: (a) función Selección (Matriz $\underline{S}$); (b) función Distribución de Fractura, expresada ya sea en forma parcial (matriz $\underline{b}$) o acumulada pasante (matriz $\underline{B}$); y (c) función Clasificación Interna (matriz $\underline{c}$).

A objeto de facilitar la aplicación práctica del modelo, se acostumbra discretizar el tamaño de las partículas en un conjunto de intervalos o rangos de tamaños, de acuerdo con la práctica usual de utilizar una serie de harneros o tamices standard para analizar la distribución granulométrica de cada tipo de material en particular. Se supone así que la distribución de tamaños dentro de un mismo intervalo permanece constante, de modo que el i-ésimo intervalo de tamaño d_{i-1}/d_i ($i = \overline{1, n+1}$) es suficientemente pequeño como para garantizar que, en promedio, los parámetros cinéticos de conminución no dependan significativamente de la distribución granulométrica existente dentro de dicho intervalo. Por tal razón, el sistema particulado, caracterizado por un tamaño máximo d_o y un tamaño mínimo d_{n+1} (= 0), es subdivi-

dido en (n+1) intervalos de tamaño, donde el i-ésimo intervalo está limitado superiormente por d_{i-1} e inferiormente por d_i ($i = \overline{1, n+1}$), habiéndose demostrado además que la razón de tamaños $r = d_{i-1}/d_i$ debe ser inferior o igual a $\sqrt{2}$ (serie geométrica Tyler), a objeto de que dichas hipótesis adquieran real validez(26).

A su vez, el modelo está formulado en términos de una variable de tiempo continua, ya que se considera que el tiempo transcurrido entre eventos sucesivos de fractura es lo suficientemente pequeño en la práctica como para garantizar la validez de tal hipótesis.

Tal como se indicara anteriormente, el proceso de reducción de tamaño puede ser representado a través de este modelo, mediante un conjunto de valores de la función Selección ($S_i(t)$; $i = \overline{1, n+1}$) y función Distribución de Fractura de los tamaños discretizados ($b_{ij}(t)$; $i = \overline{1, n+1}$; $j = \overline{1, i}$); además de los correspondientes elementos de la función Clasificación Interna ($C_i(t)$; $i = \overline{1, n+1}$); suponiendo que esta última característica se encuentra incorporada al equipo de conminución (caso contrario; $C_i(t) = 0 \; \forall \; i$).

De este modo, para el i-ésimo intervalo de tamaño, la función Selección $S_i(t)$ denota la fracción en peso de material con rango de tamaños d_{i-1}/d_i, que es fracturada por unidad de tiempo durante el intervalo de tiempo t a t + dt. Se supone además que $S_{n+1}(t) = 0$ para el (n+1)-ésimo intervalo de tamaño (siendo $d_{n+1} = o$, por definición y d_n = abertura de la malla más fina utilizada en el análisis granulométrico de la muestra).

De igual forma, la función Distribución Parcial de Fractura $b_{ij}(t)$ representa la fracción en peso de material contenido en el rango de tamaños d_{i-1}/d_i, que es producido por fractura primaria del material contenido en otro rango de tamaño mayor d_{j-1}/d_j, durante el intervalo de tiempo (t, t+dt). Siendo: i = 1, 2, 3, ..., n, n+1; j = 1, 2, 3, ..., i. Nuevamente, y a objeto de estandarizar la definición de está función, se supone que $b_{n+1,j} = 0$ (es decir, el cálculo se efectúa sólo hasta la n-ésima malla, y la fracción más fina que "d_n" se calcula por diferencia).

Por su parte, la función Clasificación Interna $C_i(t)$, $i = \overline{1, n+1}$ representa la fracción parcial en peso de material retenido sobre la i-ésima malla, que se recircula internamente al proceso de conminución en el intervalo de tiempo (t, t+dt), atribuyéndose dicho efecto a las características propias del equipo utilizado. Así por ejemplo, en el caso de la molienda con molinos de barras, el medio de molienda actúa como una parrilla de abertura variable en cada etapa, mientras que en los molinos continuos de bolas que descargan por sistemas de parrilla, esta última también actúa como un clasificador interno de las partículas, devolviendo el material más grueso que la abertura de la parrilla hacia el interior del molino. Nuevamente supondremos que $C_{n+1}(t) = 0$, para simplificar los cálculos.

En la Figura 3.1, se se representa esquemáticamente un proceso típico de conminución, considerando una Matriz de Proceso ($\underline{\underline{P}}$) dependiente de las matrices $\underline{\underline{b}}$ y $\underline{\underline{S}}$ antes mencionadas, y otra matriz de Clasificación Interna ($\underline{\underline{c}}$). En lo sucesivo, consideremos que todas estas matrices son de orden (n x n), de modo que el cálculo procederá sólo hasta la n-ésima malla, siendo la fracción más fina (pasante bajo la última malla) calculada por simple diferencia (Ej.: material - 200 #). De igual forma, supondremos por ahora que las matrices $\underline{\underline{P}}$ y $\underline{\underline{c}}$ son invariantes en el tiempo, para efecto de simplificar el desarrollo teórico del modelo.

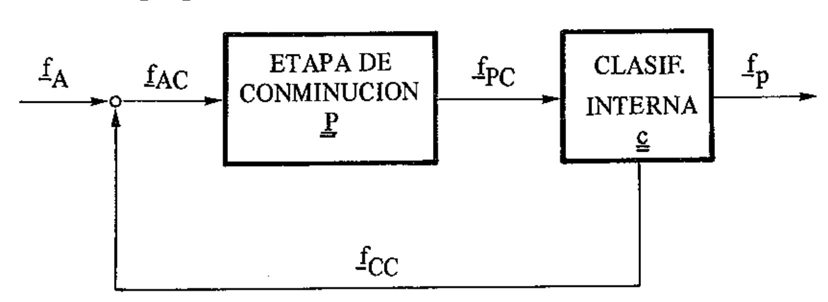


FIGURA 3.1. Representación Esquemática de un Proceso Típico de Conminución.

El significado de los diferentes términos que aparecen en la Figura 3.1 es como sigue:

$\underline{\underline{P}}$ = Matriz de Proceso (que depende de las funciones $\underline{\underline{b}}$ y $\underline{\underline{S}}$), utilizada para cuantificar el proceso efectivo de conminución dentro del equipo.
Es una matriz triangular inferior (de orden n x n), cuyos elementos son distintos que cero, exceptuando aquellos valores ubicados arriba de la diagonal principal (se supone que no existe efecto de aglomeración del material y que el efecto de atrición es despreciable, de modo que $b_{ij} = 0$ para $i \leqslant j$).

$\underline{\underline{c}}$ = Matriz de Clasificación Interna de orden (n x n). Es una matriz diagonal, cuyos elementos representan la fracción en peso de cada rango de tamaño del producto de conminución, que es recirculado dentro de la misma etapa de conminución. Generalmente la Matriz $\underline{\underline{c}}$ contiene el valor 1 en la posición (1,1) y valores decrecientes $\leqslant 1$ en las posiciones (i, i) para $i = \overline{2,n}$, siendo los restantes elementos c_{ij} $(i \neq j)$ iguales a cero (por definición).

$\underline{f}_A$ = Vector alimentación del equipo de conminución (nx1). Es un vector columna, cuyos elementos representan la distribución granulométrica parcial (°/1 en peso retenida) de la alimentación al equipo.

$\underline{f}_p$ = Vector producto del equipo de conminución. Se trata de un vector columna (nx1), cuyos elementos representan la distribución granulométrica parcial del producto de conminución que abandona el equipo.

$\underline{f}_{AC}$ = Vector alimentación de la etapa efectiva de conminución. Es un vector columna de orden (nx1).

$\underline{f}_{PC}$ = Vector producto de la etapa efectiva de conminución. Es un vector columna de orden (nx1).

$\underline{f}_{CC}$ = Vector carga circulante (nx1). Se trata de un vector columna, que representa la distribución granulométrica parcial del material grueso recirculado a la etapa de conminución.

La ecuación que define el "proceso global de conminución" puede ser desarrollada como sigue (ver Figura 3.1):

$$\underline{f}_{PC} = \underline{\underline{P}} \cdot \underline{f}_{AC} \tag{3.1}$$

$$\underline{f}_{CC} = \underline{\underline{c}} \cdot \underline{f}_{PC} = \underline{\underline{c}} \cdot \underline{\underline{P}} \cdot \underline{f}_{AC} \tag{3.2}$$

$$\underline{f}_p = (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{c}}) \cdot \underline{f}_{PC} = (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{c}}) \cdot \underline{\underline{P}} \cdot \underline{f}_{AC} \tag{3.3}$$

$$\underline{f}_{AC} = \underline{f}_A + \underline{f}_{CC} = \underline{f}_A + \underline{\underline{c}} \cdot \underline{\underline{P}} \cdot \underline{f}_{AC} \tag{3.4}$$

Despejando $\underline{f}_{AC}$ de (3.4), se obtiene:

$(\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{c}} \cdot \underline{\underline{P}}) \cdot \underline{f}_{AC} = \underline{f}_A$; de donde:

$$\underline{f}_{AC} = (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{c}} \cdot \underline{\underline{P}})^{-1} \cdot \underline{f}_A \tag{3.5}$$

Reemplazando finalmente (3.5) en (3.3), se obtiene la relación buscada:

$$\underline{f}_P = (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{c}}) \cdot \underline{\underline{P}} \cdot (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{c}} \cdot \underline{\underline{P}})^{-1} \cdot \underline{f}_A \qquad (3.6)$$

Donde: I = matriz identidad de orden (n x n).

En el supuesto caso de que el efecto de clasificación interna sea despreciable, la ecuación (3.6) adoptará la siguiente forma:

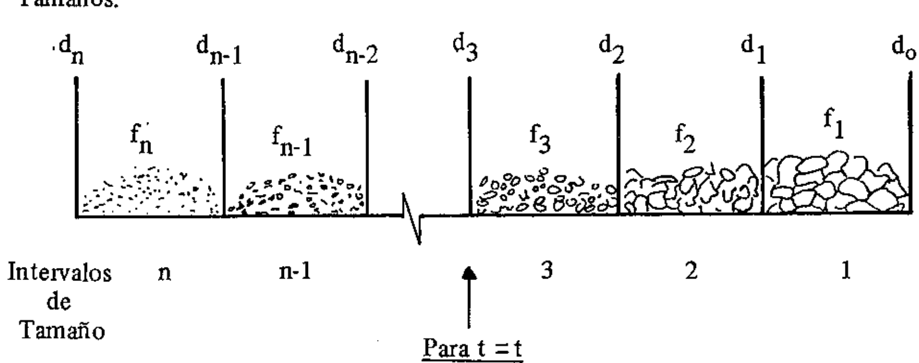
$$\underline{f}_p = \underline{\underline{P}} \cdot \underline{f}_A \qquad (3.6.1)$$

donde se ha supuesto $\underline{\underline{c}} = \underline{\underline{0}}$ (matriz Nula de orden n x n).

La ecuación (3.6) constituye entonces un Modelo Matemático Matricial de tipo General, para un proceso típico de conminución, mientras que la ecuación (3.6.1) constituye un caso particular, suponiendo que el efecto de clasificación interna es despreciable. El problema entonces será evaluar separadamente las matrices $\underline{\underline{P}}$ y $\underline{\underline{c}}$, a objeto de utilizar la ecuación (3.6) con fines predictivos.

Consideremos por ahora que el efecto de clasificación interna del equipo puede ser evaluado independientemente del proceso de conminución propiamente tal, y dirijamos nuestros esfuerzos a tratar de evaluar la Matriz de Proceso $\underline{\underline{P}}$ para el caso específico de un proceso de conminución batch (suponiendo $\underline{\underline{c}} = \underline{\underline{0}}$, excepto para la molienda batch efectuada en molinos de barras).

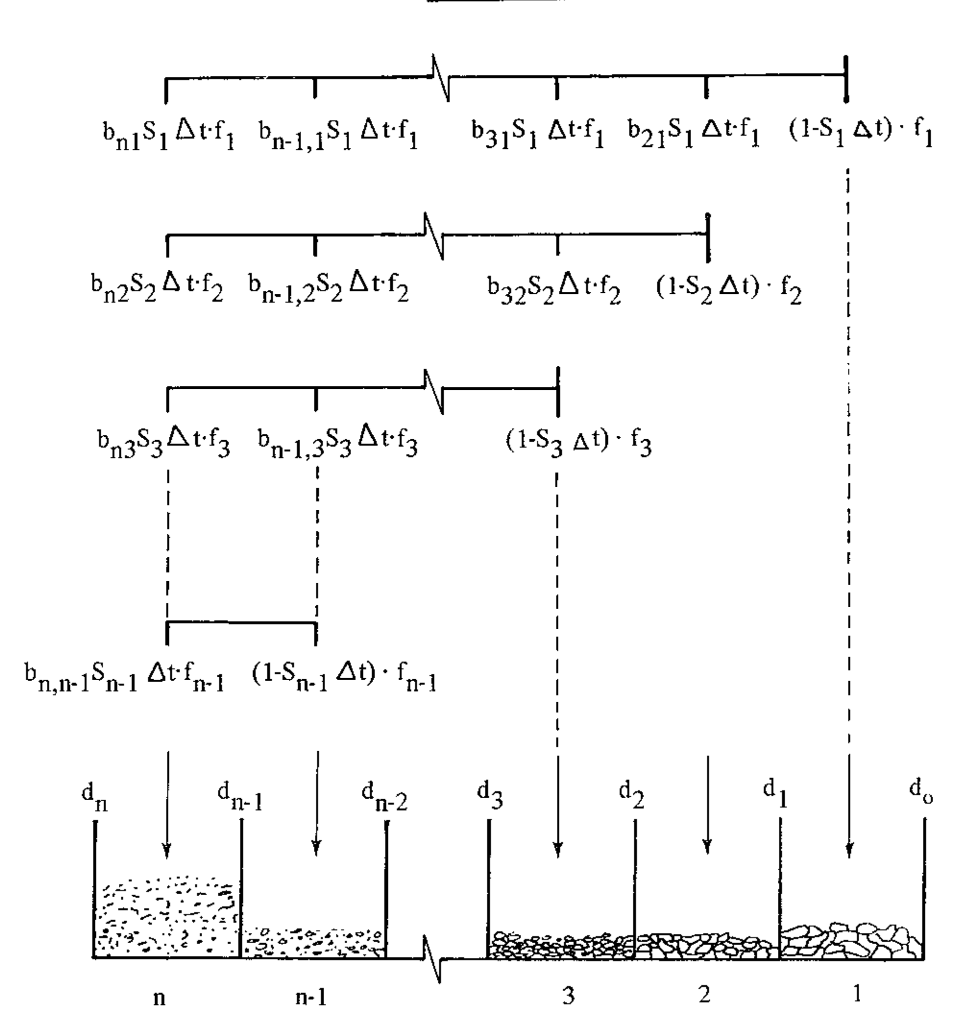
Para un instante "t" cualquiera dentro del equipo de conminución tipo batch, se tendrá la siguiente configuración(9) (no se incluye la (n+1)-ésima malla, donde $d_{n+1} = 0$).



siendo f_i la fracción en peso de material contenido en el i-ésimo intervalo de tamaño (o malla "i"), es decir, aquellas partículas con rango de tamaños comprendidos entre d_{i-1} y d_i (siendo $i = \overline{1, n+1}$ y $\sum_{i=1}^{n+1} f_i = 1$; donde el valor f_{n+1} corresponde a la fracción en peso de material acumulado bajo la n-ésima malla (i.e.; la última). Ejemplo: material -200 # Tyler).

Un instante Δt después, se tendrá:

<u>Para $t = t + \Delta t$</u>



El cambio en la configuración anterior se puede representar matemáticamente evaluando la cantidad de material de tamaño d_{i-1} a d_i que existe después de transcurrido el intervalo de tiempo Δt, como sigue:

$$f_i(t+\Delta t) = f_i(t) - S_i(t) \cdot \Delta t \cdot f_i(t) + b_{i1}(t) \cdot S_1(t) \cdot \Delta t \cdot f_1(t) + b_{i2}(t) \cdot S_2(t) \cdot \Delta t \cdot f_2(t) + \ldots + b_{i,i-1}(t) \cdot S_{i-1}(t) \cdot \Delta t \cdot f_{i-1}(t) \qquad (3.7)$$

O bien:

$$\frac{f_i(t+\Delta t) - f_i(t)}{\Delta t} = -S_i(t) \cdot f_i(t) + \sum_{j=1}^{i} b_{ij}(t) \cdot S_j(t) \cdot f_j(t) \qquad (3.8)$$

Donde en el límite superior de la sumatoria está implícita la condición de que $b_{ii} = o$.

Tomando el valor límite de la ecuación (3.8) para el caso que Δt tienda a cero, se obtiene:

$$\boxed{\frac{df_i(t)}{dt} = -S_i(t) \cdot f_i(t) + \sum_{j=1}^{i} b_{ij}(t) \cdot S_j(t) \cdot f_j(t)} \qquad (3.9)$$

La ecuación (3.9), conocida como la Ecuación General del Modelo Cinético de Conminución Batch, es válida para cualquiera de los "n" intervalos de tamaños considerados anteriormente ($i = \overline{1,n}$), pudiendo representarse mediante una simple ecuación matricial el conjunto de las "n" ecuaciones diferenciales resultantes:

$$\boxed{\frac{d}{dt}\,\underline{f}(t) = -\left[\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{b}}(t)\right] \cdot \underline{\underline{S}}(t) \cdot \underline{f}(t)} \qquad (3.10)$$

o bien, más detalladamente:

$$\begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ f_3(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S_1(t) & 0 & 0 & \cdot & 0 \\ b_{21}(t)S_1(t) & -S_2(t) & 0 & \cdot & 0 \\ b_{31}(t)S_1(t) & b_{32}(t)S_2(t) & -S_3(t) & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & -S_{n-1}(t) & 0 \\ b_{n1}(t)S_1(t) & b_{n2}(t)S_2(t) & \cdot & b_{n,n-1}(t)S_{n-1}(t) & -S_n(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ f_3(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n(t) \end{bmatrix}$$

(3.11)

En las ecuaciones anteriores, las funciones Selección y Distribución de Fractura se presentan como variables dependientes del tiempo. Este es un simple formalismo matemático utilizado para indicar la eventual naturaleza no-lineal de los procesos de conminución, es de-

cir, suponiendo que tales parámetros están influenciados por la distribución granulométrica de la carga interna del equipo, la que a su vez se supone variable en el tiempo. No obstante, en muchas situaciones de interés práctico se ha observado que la función distribución de fractura es aproximadamente constante para un amplio rango de condiciones experimentales[1,15], y que la función selección puede también considerarse invariante en el tiempo para variadas aplicaciones industriales [18]. Bajo tales condiciones, la ecuación (3.9) puede reescribirse como sigue:

$$\frac{df_i(t)}{dt} = -S_i f_i(t) + \sum_{j=1}^{i} b_{ij} S_j f_j(t) \qquad (3.12)$$

siendo ésta la expresión más conocida, para el modelo cinético de conminución batch.

La solución analítica de la ecuación (3.12) puede obtenerse mediante técnicas matriciales, siendo ésta, para el caso de que no existan dos valores idénticos de la función selección[26]:

$$\left[f_i(t)\right]_{BATCH} = \sum_{j=1}^{i} A_{ij} \cdot \exp(-S_j \cdot t) \qquad ; i = \overline{1,n} \qquad (3.13)$$

donde los valores de A_{ij} $(i = \overline{1,n}; j = \overline{1,n})$ se calculan como sigue:

$$A_{ij} = \begin{cases} \sum_{k=j}^{i-1} \frac{b_{ik}S_k}{S_i - S_j} \cdot A_{kj} & ; \text{para } i > j \\ f_i(0) - \sum_{k=1}^{i-1} A_{ik} & ; \text{para } i = j \\ 0 & ; \quad ; \text{para } i < j \end{cases} \qquad (3.14)$$

Esta solución fue obtenida originalmente por Reid[26], a través de un algoritmo de cálculo recursivo. De las ecuaciones (3.13) y (3.14) se observa que, conociendo los valores de $f_i(0)$, $i = \overline{1,n}$ (análisis granulométrico de alimentación) y los parámetros S_j y b_{ij}, para $i = \overline{1,n}$; $j = \overline{1,i}$, entonces se podrá calcular fácilmente la distribución granulométrica del producto generado en un proceso de conminución batch, para cualquier instante "t" considerado. Obsérvese, además, que los valores A_{ij} determinados a través de la expresión (3.14) corresponden a los elementos de una matriz triangular inferior ($\underline{\underline{A}}$; nxn), de modo que la solución planteada puede también reescribirse como sigue:

$$\left[\underline{f}(t)\right]_{BATCH} = \underline{\underline{A}} \cdot \underline{e}(t) \qquad (3.15)$$

donde $\underline{e}(t)$ es un vector columna (n x 1), dependiente del tiempo de molienda, cuyo i-ésimo elemento se define como: $\exp(-S_i\, t)$; para $i = \overline{1,n}$.

Otra expresión desarrollada por Herbst et. al.,[1,2] para resolver el sistema de "n" ecuaciones diferenciales lineales, es la siguiente:

$$\left[\underline{f}(t)\right]_{BATCH} = \left[\underline{\underline{T}} \cdot \underline{\underline{J}}(t) \cdot \underline{\underline{T}}^{-1}\right] \cdot \left[\underline{f}(0)\right]_{BATCH} \qquad (3.16)$$

donde $\underline{\underline{T}}$ es una matriz triangular inferior (n x n), cuyos elementos T_{ij} están dados por:

$$T_{ij} = \begin{cases} 0 & ; \text{ para } i < j \\ 1 & ; \text{ para } i = j \\ \sum_{k=j}^{i-1} \dfrac{b_{ik} \cdot S_k}{S_i - S_j} T_{kj} & ; \text{ para } i > j \end{cases} \qquad (3.17)$$

mientras que $\underline{\underline{J}}(t)$ es una matriz diagonal (n x n), cuyos elementos $J_{ij}(t)$ están dados por:

$$J_{ij}(t) = \begin{cases} \exp(-S_i \cdot t) & ; \text{ para } i = j \\ 0 & ; \text{ para } i \neq j \end{cases} \qquad (3.18)$$

Comparando ahora las ecuaciones (3.16) y (3.6.1) (donde se ha supuesto $\underline{c} = \underline{0}$) y considerando que: $\underline{f}_P = [\,\underline{f}(t)\,]_{BATCH}$; $\underline{f}_A = [\,\underline{f}(0)\,]_{BATCH}$, se observa que la Matriz de Proceso ($\underline{\underline{P}}$; n x n); para el caso de la conminución batch, está dada por:

$$\underline{\underline{P}}(t) = \underline{\underline{T}} \cdot \underline{\underline{J}}(t) \cdot \underline{\underline{T}}^{-1} \qquad (3.19)$$

Siendo $\underline{\underline{P}}(0) = \underline{\underline{I}}$ (por definición), para el instante inicial $t = 0$.

Resulta interesante hacer notar que en el desarrollo de las ecuaciones anteriores no ha sido necesario suponer ninguna forma funcional explícita para la distribución granulométrica del producto a través del tiempo (tales como distribuciones tipo Rosin-Rammbler, Gaudin-Schuhmann, etc.), ya que la evolución del perfil granulométrico en el caso batch está completamente determinada por dos tipos de parámetros físicamente identificables y experimentalmente medibles: S_i y b_{ij} (considerando para ello que el efecto de clasificación interna puede determinarse en forma separada, o bien, que dicho efecto es despreciable).

En términos generales, la estimación simultánea de los parámetros $\underline{S}$, $\underline{b}$ y $\underline{c}$ puede obtenerse a partir de los correspondientes análisis granulométricos de alimentación y descarga del equipo (a diferentes tiempos de conminución), empleando la siguiente metodología de cálculo: (a) Suponer una cierta estructura matemática para las funciones Selección, Distribución de Fractura y Clasificación Interna, las que se expresarán en términos del tamaño de partícula y de ciertos parámetros característicos por determinar para cada una de estas funciones; (b) Utilizar la Técnica de Ajuste por Mínimos Cuadrados, para intentar minimizar la Suma Residual de Cuadrados entre los valores experimentales y predichos (Ecuaciones 3.6 y 3.19) de la granulometría de descarga del equipo a diferentes tiempos; y (c) Estimar los parámetros requeridos de las funciones $\underline{S}$, $\underline{b}$ y $\underline{c}$, a partir de (b), que satisfagan el Criterio de Minimización de la Función Objetivo antes mencionada. Como primera aproximación, podría considerarse una

"Clasificación Interna Ideal", a objeto de simplificar los cálculos, lo que permitiría estimar directamente los parámetros $\underline{\underline{S}}$ y $\underline{\underline{b}}$ (lo cual es también posible, cuando $\underline{\underline{c}} = \underline{\underline{0}}$). En el Capítulo 4 de este Libro, se ejemplariza la técnica de estimación de parámetros para diferentes aplicaciones industriales.

B. *Modelo Cinético General para un Proceso continuo.*

La ecuación (3.16), además de su utilidad para representar un proceso batch de conminución, juega un rol preponderante en la descripción del proceso de conminución continua[18]. Así, si en un proceso continuo todos los tamaños de partículas están caracterizados por una distribución uniforme de tiempos de residencia, la distribución granulométrica de descarga del equipo operando en circuito abierto y en el estado estacionario, podrá obtenerse como un promedio de respuestas batch, ponderadas con respecto a la distribución de tiempos de residencia del material en el equipo. En tal caso:

$$\boxed{\underline{f}_P = \int_0^{\infty} \left[\underline{f}(t)\right]_{BATCH} \cdot E(t)\,dt} \qquad (3.20)$$

En la ecuación (3.20), $[\underline{f}(t)]_{BATCH}$ representa la respuesta del equipo operado de una manera batch con una distribución de tamaño inicial $[\underline{f}(0)]_{BATCH}$ equivalente a la distribución granulométrica en estado estacionario de la alimentación real al equipo $\underline{f}_A$. La expresión E (t)dt representa la fracción de partículas que, habiendo entrado al sistema de conminución en el instante $t = 0$, abandonará el mismo en el intervalo de tiempo $[t, t + dt]$. Esta función (E (t)) es fácilmente determinable experimentalmente, mediante el uso de trazadores apropiados, aplicados en forma de impulsos a la entrada del equipo de conminución.

Al reemplazar la ecuación (3.16) en (3.20), se obtiene:

$$\underline{f}_P = \underline{\underline{T}} \left[\int_0^{\infty} \underline{\underline{J}}(t) \cdot E(t)\,dt \right] \cdot \underline{\underline{T}}^{-1} \cdot \underline{f}_A \qquad (3.21)$$

resultando conveniente expresar el integrando en términos de una variable adimensional de tiempo, $\Theta = t/\tau$; siendo τ el tiempo promedio de residencia de las partículas en el equipo de conminución. Este valor puede determinarse mediante cualquiera de las siguientes fórmulas alternativas:

$$\tau = \int_0^{\infty} t\,E(t)\,dt \qquad (3.22)$$

o bien;

$$\tau = H/M_{AC} \qquad (3.23)$$

Siendo:

H = hold-up de sólidos, retenido por el equipo en el estado estacionario.

M_{AC} = flujo másico de sólidos alimentado al equipo en el estado estacionario.

De esta forma la ecuación (3.21) puede reescribirse como sigue:

$$\underline{f}_p = \left[\underline{\underline{T}} \cdot \underline{\underline{Jc}}(\tau) \cdot \underline{\underline{T}}^{-1} \right] \cdot \underline{f}_A \quad (3.24)$$

donde:

$$Jc_{ij}(\tau) = \begin{cases} \int_0^{\infty} \left\{ \exp \left[-(S_i \ \tau) \cdot \Theta \right] \right\} E(\Theta)\, d\Theta; & i = j \\ 0 & ; i \neq j \end{cases} \quad (3.25)$$

Comparando ahora las ecuaciones (3.24) y (3.61), se observa que la Matriz de Proceso ($\underline{\underline{P}}(\tau)$; n x n), para el caso de un proceso continuo de conminución, está dada por:

$$\boxed{\underline{\underline{P}}(\tau) = \underline{\underline{T}} \cdot \underline{\underline{Jc}}(\tau) \cdot \underline{\underline{T}}^{-1}} \quad (3.26)$$

cuya estructura es bastante similar a la de la ecuación (3.19), válida para el caso batch. En el capítulo 6 de este Libro, se entregan varios ejemplos de aplicación industrial de estas ecuaciones.

Otra fórmula alternativa de la ec. (3.24), propuesta en la literatura(17), es la siguiente:

$$\boxed{f_{pi} = \sum_{j=1}^{i} \frac{A_{ij}}{\left(1 + \frac{\tau S_j}{N}\right)^N} \quad ; i = \overline{1,n}} \quad (3.27)$$

donde los valores A_{ij} ($i = \overline{1,n}$; $j = \overline{1,n}$) se calculan de acuerdo a la ecuación (3.14), entregada previamente para el caso batch, y N representa el "número de reactores idénticos en serie, perfectamente mezclados", determinado a partir de ensayos especiales con trazadores, a objeto de determinar el grado de mezcla y la distribución real de tiempos de residencia existente en el equipo continuo de conminución (para el caso extremo de Mezcla Perfecta, N = 1; mientras que para el otro caso extremo de Flujo-Pistón, se tiene $N \rightarrow \infty$. Valores de N, normalmente encontrados en la práctica, varían desde N = 1 hasta N = 3, pudiéndose aproximar el valor de N por la razón L/D del equipo, en aquellos casos en que $1 \leqslant L/D \leqslant 2$)

La ecuación (3.27) puede obtenerse por reemplazo directo de la siguiente expresión de E (Θ), en la ecuación (3.24):

$$E(\Theta) = \frac{N^N \ \Theta^{N-1}}{(N-1)!} \exp(-N\,\Theta) \quad (3.28)$$

que representa la distribución teórica de tiempos de residencia adimensionales en el sistema, suponiendo un modelo de N reactores iguales en serie perfectamente mezclados (Ver Figura 3.2).

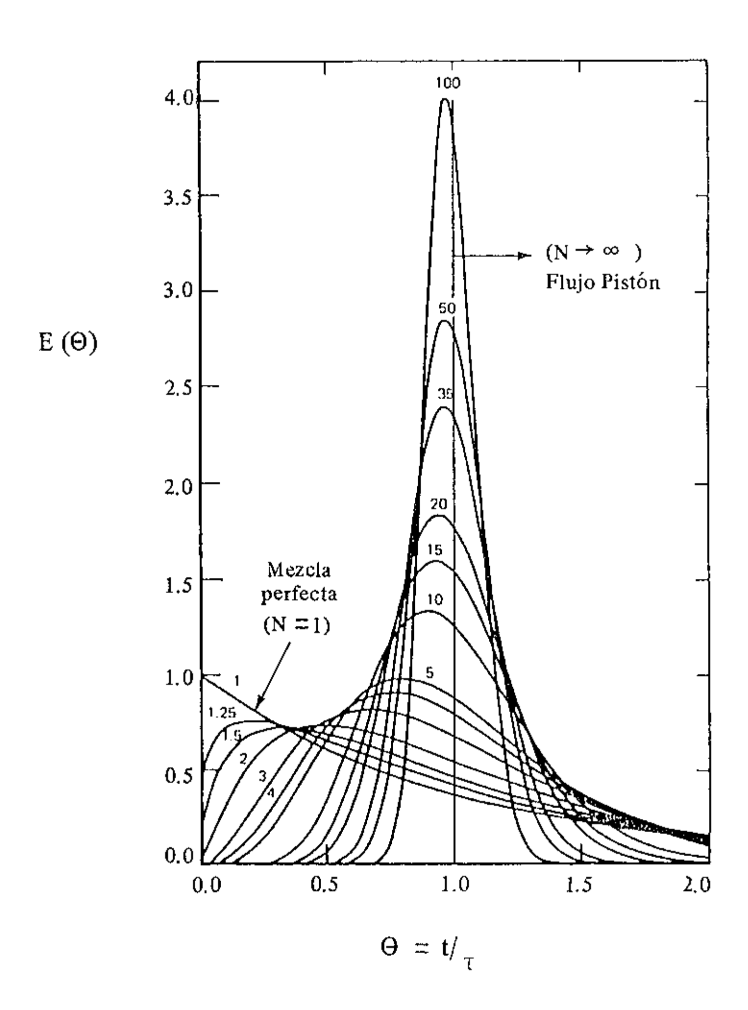


FIGURA 3.2. Distribuciones teóricas de tiempos de residencia adimensionales para el modelo de N reactores en serie perfectamente mezclados.

Utilizando la ecuación (3.24), y efectuando un balance de materiales en torno al clasificador (ver Figura 3.3 y 3.4), es posible obtener una descripción detallada de un circuito cerrado de conminución/clasificación en el estado estacionario. Generalmente, tal descripción no requiere hacer suposiciones con respecto al tamaño de corte y la forma de la curva de eficiencia del clasificador externo (caracterizada mediante la Matriz de Clasificación $\underline{\underline{C}}$), sino que basta con suponer un comportamiento lineal del clasificador, lo cual simplifica bastante el tratamiento matemático del problema[18].

En tal caso, para un circuito directo de conminución/clasificación (ver Fig. 3.3), la distribución de tamaños del producto generado por el equipo de conminución, $\underline{f}_{PC}$, está dada por:

$$\underline{f}pc = \left\{ \frac{M_A}{M_{PC}} \cdot \underline{\underline{P}}(\tau) \cdot \left[\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{P}}(\tau) \right]^{-1} \right\} \cdot \underline{f}A \tag{3.29}$$

R. MURANDA B.

donde: $\underline{\underline{P}}(\tau)$ está dado por la ecuación (3.26),

mientras que la distribución granulométrica del producto final del circuito de conminución/clasificación, $\underline{f}_p$ está dada por:

$$\underline{f}_p = \left\{ (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{C}}) \cdot \underline{\underline{P}}(\tau) \cdot (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{P}}(\tau))^{-1} \right\} \cdot \underline{f}_A \tag{3.30}$$

$\underline{f}_A$ M_A — $\underline{f}_{AC}$ M_{AC} → EQUIPO DE CONMINUCION $\underline{\underline{P}}(\tau)$ → $\underline{f}_{PC}$ M_{PC} → CLASIF EXTERNO $\underline{\underline{C}}$ → $\underline{f}_p$ M_p

$\underline{f}_{cc}$ M_{cc}

FIGURA 3.3. Representación esquemática de un circuito cerrado directo de conminución/clasificación.

A su vez, para un circuito inverso de conminución/clasificación (ver Fig. 3.4), la ditribución granulométrica del producto generado por el equipo de conminución, $\underline{f}_{PC}$, está dada por:

$$\underline{f}_{pc} = \left\{ \frac{M_A}{M_{pc}} \cdot \left[\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{P}}(\tau) \cdot \underline{\underline{C}} \right]^{-1} \cdot \underline{\underline{P}}(\tau) \cdot \underline{\underline{C}} \right\} \cdot \underline{f}_A \tag{3.31}$$

mientras que la distribución granulométrica del producto final del circuito, $\underline{f}_p$, está dada por:

$$\underline{f}_p = \left\{ (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{C}}) \cdot \left[(\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{P}}(\tau) \cdot \underline{\underline{C}}) \right]^{-1} \cdot \underline{\underline{P}}(\tau) \cdot \underline{\underline{C}} + \underline{\underline{I}} \right\} \cdot \underline{f}_A \tag{3.32}$$

donde nuevamente $\underline{\underline{P}}(\tau)$ está dado por la ec. (3.26).

Las ecuaciones anteriores son fácilmente programables en un computador digital, constituyendo la estructura matemática del procedimiento general de escalamiento para el diseño y optimización de circuitos industriales de conminución[1,2]. En el Capítulo 6 de este Libro, se ilustran varios ejemplos de aplicación industrial al respecto.

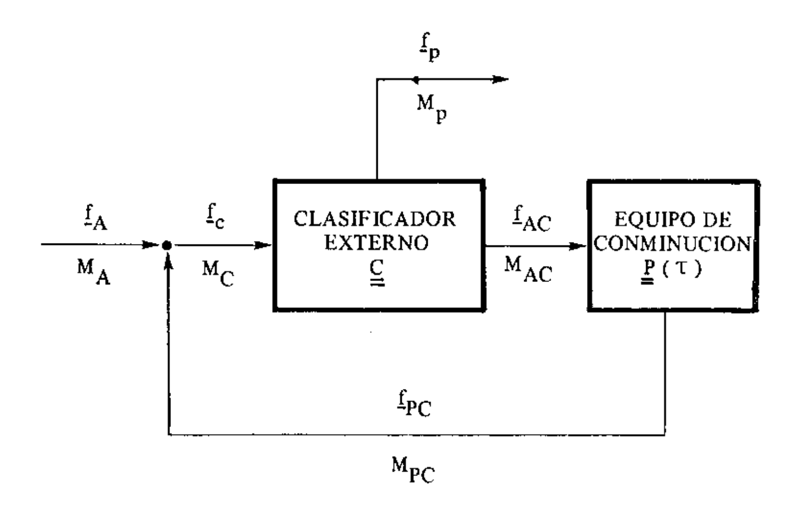


FIGURA 3.4. Representación esquemática de un circuito cerrado inverso de conminución/clasificación.

C.- Consumo de Energía Específica como Variable Controlante

Resulta evidente que, para poder aplicar las ecuaciones presentadas en la sección anterior al dimensionamiento y optimización de circuitos industriales de conminución, deberemos primeramente conocer el efecto de las distintas variables de operación y diseño del equipo (D; L; % C_s; tamaño y carga de barras o bolas; hold-up; etc. para el caso de molinos de barras o bolas) sobre los parámetros cinéticos del modelo (S_i, b_{ij}). Desafortunadamente, no existe en la estructura del modelo evidencia alguna que permita conocer explícitamente tales dependencias.

No obstante, diversos estudios tendientes a establecer tales relaciones para el caso específico de molinos de bolas[1,2,8,9,10,15,17,18,21], han permitido establecer que la función Selección, S_i (velocidad específica de molienda; $hora^{-1}$), es proporcional a la potencia específica suministrada al molino:

$$\boxed{S_i = S_i^E \cdot (P/H)} \qquad (3.33)$$

donde el conjunto de constantes de proporcionalidad S_i^E (ton/kwh); $i = \overline{1,n}$, denominada comúnmente función Selección Específica de Fractura (para cada tamaño), son independientes de las dimensiones del molino y demás variables dentro de rangos normales de operación, exceptuando el tamaño de partículas, tamaño máximo de bola y distribución de la carga de bolas[23].

La ecuación (3.33) es de particular importancia, ya que por un lado agrupa en una simple correlación a la mayoría de las variables de interés práctico, y por otro, reafirma el concepto generalizado de que el consumo de energía específica es el parámetro controlante de la molienda, (i.e.; se debería utilizar dicho parámetro para el escalamiento de resultados). En la ecuación (3.33), la expresión (P/H) representa el consumo de potencia específica en el molino (siendo P = potencia expresada en kW; y H = hold-up de sólidos, expresado en toneladas).

Otra conclusión interesantes derivada de los trabajos mencionados, es que la función Distribución de Fractura, $\underline{\underline{b}}$ (elementos b_{ij}), es invariante frente a cambios en las dimensiones

y variables operacionales del molino.

Consideremos ahora que el consumo específico de energía en la molienda batch está dado por:

$$\bar{E} = \frac{Pt}{H} \tag{3.34}$$

Al reemplazar (3.34) en (3.33), se obtiene:

$S_i = S_i^E \cdot \left(\frac{P}{H}\right) = S_i^E\,(\bar{E}/t)$; de donde:

$$\boxed{S_i \cdot t = S_i^E \cdot \bar{E}} \tag{3.35}$$

que constituye la relación clave, para expresar el modelo cinético de molienda batch en su forma normalizada:

$$\frac{d}{dE} f_i(\bar{E}) = -S_i^E f_i(\bar{E}) + \sum_{j=1}^{i} b_{ij} S_j^E f_j(\bar{E}) \qquad \text{para } i = \overline{1, n} \tag{3.36}$$

Esta última ecuación se obtiene reemplazando la expresión (3.35) en la ecuación diferencial del modelo cinético lineal de molienda batch (ec. 3.12), y constituye una "Detallada Relación de Energía Vs. Tamaño". A través de esta expresión, se puede fácilmente visualizar que para un material dado, con distribución granulométrica inicial $f_i(0)$; $i = \overline{1,n}$, una condición necesaria para alcanzar idénticas distribuciones granulométricas del producto de molienda en diferentes molinos batch es el idéntico suministro de energía específica a cada molino ($\bar{E}$), independiente de las dimensiones del molino y demás condiciones de operación, dentro de los rangos normales de trabajo (es decir, manteniendo una eficiencia de molienda razonablemente constante en cada caso).

La ecuación (3.33) constituye entonces la relación clave de escalamiento para la función selección, pudiendo expresarse explícitamente en función de las variables de operación y diseño del molino de bolas, como sigue[8]:

$$\boxed{S_i = S_i^E\, D^{0,5}\, (\%\ V_p)^{0,461}\, (\%\ C_s)^{1,505}\, (\%\ \text{Sólidos})^{-1}} \tag{3.37}$$

Donde el significado de los términos D, $\%\ V_p$ y $\%\ C_s$, ya fue entregado en la ecuación (2.103) del Capítulo 2.

Para el caso específico de la molienda continua en circuito abierto (Ver Ec. 3.24 y 3.27), considerando que $S_i\ \tau = S_i^E\ \bar{E}$, donde τ = tiempo promedio de residencia en el mo-

lino, y $\bar{E}$ es la energía consumida por tonelada alimentada al molino (carga fresca más carga circulante), la solución del modelo cinético queda representado como sigue, en su forma normalizada:

$$f_{pi} = \sum_{j=1}^{i} A_{ij} \Bigg/ \left[1 + \frac{S_j^E \cdot \bar{E}}{N} \right]^N \qquad ; i = \overline{1, n} \tag{3.38}$$

Donde los valores de A_{ij} ($i = \overline{1,n}$; $j = \overline{1, n}$) se calculan como sigue:

$$A_{ij} = \begin{cases} \sum_{k=j}^{i-1} \dfrac{b_{ik} S_k^E}{S_i^E - S_j^E} \cdot A_{kj}; & \text{para } i > j \\ f_{Ai} - \sum_{k=1}^{i-1} A_{ik} & ; \text{para } i = j \\ 0 & ; \text{para } i < j \end{cases} \tag{3.39}$$

El mismo criterio anterior ($S_i t = S_i^E \bar{E}$), o bien $S_i^E \tau = S_i^E \bar{E}$; según corresponda puede ser aplicado a todas las ecuaciones anteriormente desarrolladas, a objeto de expresarlas en su forma normalizada (las que serán válidas para cualquier sistema de conminución batch o continuo, a pesar de que el análisis entregado fue llevado a cabo sólo con molinos de bolas).

D. – *Derivación de un Modelo Matemático Simplificado*

En la práctica, dada la variabilidad que se observa a escala industrial, tanto en las propiedades intrínsecas de los minerales como en las condiciones experimentales y resultados metalúrgicos de la operación, resulta difícil evaluar la información experimental disponible, a objeto de controlar y lograr un mejor aprovechamiento de las instalaciones existentes. La situación se torna aún más crítica si consideramos que generalmente no se dispone de toda la información requerida, para una estimación confiable de cada uno de los parámetros involucrados en los distintos modelos descriptivos del proceso en cuestión.

Tales razones han conducido al desarrollo de ecuaciones más simples, que requieren de menor cantidad de información experimental para su aplicación y que, para el caso específico de la molienda efectuada en molinos de bolas, han demostrado ser lo suficientemente precisas, proporcionando un grado aceptable de detalle para la mayoría de las aplicaciones industriales[11,8,9,10,20]. Ello ha facilitado enormemente la estimación de parámetros claves del modelo, prescindiendo de otros, que en la práctica resultan difíciles de evaluar.

Así, para el caso de las moliendas batch y continua en molinos de bolas, se han propuesto las siguientes ecuaciones, cuya aplicabilidad general ha demostrado ser incluso exitosa para otra gran variedad de equipos de conminución (chancadores y otros; ver Capítulo 6):

Molienda Batch:

$$\left[R_i(t)\right]_{BATCH} = \left[R_i(0)\right]_{BATCH} \cdot \exp(-S_i\, t) \qquad (3.40)$$

o su forma equivalente:

$$\boxed{\left[R_i(\bar{E})\right]_{BATCH} = \left[R_i(0)\right]_{BATCH} \cdot \exp(-S_i^E\, \bar{E})} \quad ; \qquad (3.41)$$

para $i = \overline{1, n}$

– **Molienda Continua**

$$R_{P_i} = R_{Ai} \cdot \left[1 + (\tau/N)\, S_i\right]^{-N} \qquad (3.42)$$

o en forma equivalente:

$$\boxed{R_{Pi} = R_{Ai} \cdot \left[1 + (\bar{E}/N)\, S_i^E\right]^{-N}} \quad ; \qquad (3.43)$$

para $i = \overline{1, n}$

Donde:

$\left[R_i(t)\right]_{BATCH}$ = fracción acumulada en peso de material retenido sobre la i-ésima malla, del producto molido durante un tiempo t; °/1.

$\left[R_i(0)\right]_{BATCH}$ = fracción acumulada en peso de material retenido sobre la i-ésima malla, de la alimentación al molino (t = 0); °/1.

R_{pi} = fracción en peso acumulada, retenida sobre la i-ésima malla del producto de molienda en el estado estacionario; °/1.

R_{Ai} = fracción en peso acumulada, retenida sorbre la i-ésima malla de la alimentación al molino en el estado estacionario; °/1.

$\left[R_i(\bar{E})\right]_{BATCH}$ = idem que $[R_i\ (t)]_{BATCH}$; pero considerando $\bar{E}$ como variable independiente; °/1.

S_i = función Selección de la i-ésima fracción de tamaño: $[T^{-1}]$

S_i^E = función Selección Específica de Fractura de la i-ésima fracción de tamaño; ton/kwh.

$\bar{E}$ = Consumo específico de energía en la molienda; kwh/ton (para el caso de la molienda continua, son los kwh consumidos por tonelada de sólidos alimentada al molino).

N = Número de reactores perfectamente mezclados en serie (se puede aproximar por la razón Largo/Diámetro del molino, cuando ésta varía entre 1 y 2).

Las ecuaciones (3.40) a (3.43) constituyen expresiones alternativas de un modelo matemático simplificado aplicable a una gran variedad de equipos de conminución batch y continua (ver Capítulo 6). Estas expresiones han sido utilizadas con bastante éxito para simular chancadores y molinos de bolas (batch y) continuos, permitiendo optimizar así diversas instalaciones existentes.

Veremos a continuación cuáles son las hipótesis simplificatorias empleadas en el desarrollo del Modelo Simplificado. Debiendo mencionar, además, que tales consideraciones permiten también "derivar" muchas de las relaciones empíricas conocidas, incluyendo la Tercera Teoría de la Conminución propuesta por Fred Bond[17,27,28].

Desarrollo del Modelo Simplificado de Conminución

La ecuación diferencial del modelo cinético lineal de conminución batch es expresada según:

$$\frac{df_k(t)}{dt} = -S_k f_k(t) + \sum_{j=1}^{k} b_{kj} S_j f_j(t) \; ; \qquad (3.44)$$

para $k = \overline{1, n}$

Sumando las primeras "i" ecuaciones diferenciales lineales, se obtiene:

$$\frac{d}{dt}\left[\sum_{k=1}^{i} f_k(t)\right] = -\sum_{k=1}^{i} S_k f_k(t) + \sum_{k=1}^{i} \sum_{j=1}^{k} b_{kj} S_j f_j(t) \qquad (3.45)$$

Por definición:

$$R_i(t) = \sum_{k=1}^{i} f_k(t) \text{: fracción en peso acumulada de material retenido sobre la i-ésima malla.} \qquad (3.46)$$

luego; aplicando la definición anterior a la ecuación (3.45), y considerando que $j = \overline{1,k}$; $k = \overline{1, i} \Rightarrow j = \overline{1, i}$, se obtiene:

$$\frac{d}{dt} R_i(t) = -\sum_{k=1}^{i} S_k f_k(t) + \sum_{k=1}^{i} \sum_{j=1}^{i} b_{kj} S_j f_j(t) \qquad (3.47)$$

Permutando el orden de las sumatorias en la doble sumatoria, y recordando que $b_{kj} = 0$ para $k = \overline{1, j-1}$, se tiene:

$$\sum_{k=1}^{i} \sum_{j=1}^{i} b_{kj} S_j f_j(t) = \sum_{j=1}^{i} \sum_{k=j}^{i} b_{kj} S_j f_j(t) \tag{3.48}$$

entonces, reemplazando (3.48) en (3.47):

$$\frac{d}{dt} R_i(t) = - \sum_{k=1}^{i} S_k f_k(t) + \sum_{j=1}^{i} \left(\sum_{k=j}^{i} b_{kj} \right) S_j f_j(t) \tag{3.49}$$

donde en la doble sumatoria de la ecuación anterior, sólo b_{kj} depende de k (de allí el paréntesis indicado dentro de dicha doble sumatoria).

Ahora, de acuerdo a la definición de B_{ij} (función Distribución Acumulada de Fractura), se tiene:

$$\sum_{k=j}^{i} b_{kj} = 1 - \sum_{k=i+1}^{n} b_{kj} = 1 - B_{ij} \tag{3.50}$$

puesto que: $b_{kj} = 0$, para $k = \overline{1, j-1}$. Por lo tanto, reemplazando (3.50) en (3.49), se obtiene:

$$\frac{d}{dt} R_i(t) = - \sum_{k=1}^{i} S_k f_k(t) + \sum_{j=1}^{i} (1 - B_{ij}) S_j f_j(t)$$

$$\frac{d}{dt} R_i(t) = - \sum_{k=1}^{i} S_k f_k(t) + \sum_{j=1}^{i} S_j f_j(t) - \sum_{j=1}^{i} B_{ij} S_j f_j(t)$$

en consecuencia:

$$\boxed{\frac{d R_i(t)}{dt} = - \sum_{j=1}^{i} B_{ij} S_j f_j(t) \quad ; \qquad (i = \overline{1,n})} \tag{3.51}$$

La relación (3.51) constituye la Ecuación General del Modelo Cinético lineal de Conminución Batch, escrita en forma Acumulada.

Sin embargo, la evidencia experimental demuestra que para un gran número de aplicaciones se cumple la relación[11,9,17]:

$$\frac{d R_i(t)}{dt} = - G_i R_i(t) \qquad (i = \overline{1, n}; \; t \to o) \tag{3.52}$$

en que los valores de G_i corresponden a las pendientes de las rectas que resultan al graficar los valores de "$\ell n\ R_i\ (t)$ versus t" para cada fracción de tamaño ($i = \overline{1,n}$), y empleando tiempos cortos de conminución batch.

Luego, recordando que $R_i(t) = \sum_{j=1}^{i} f_j(t)$ y comparando las ecuaciones (3.51) y (3.52), se obtiene la siguiente relación de equivalencia:

$$G_i \cdot \sum_{j=1}^{i} f_j(t) = \sum_{j=1}^{i} B_{ij} S_j f_j(t) \tag{3.53}$$

O bien, introduciendo G_i dentro de la primera sumatoria:

$$\sum_{j=1}^{i} G_i f_j(t) = \sum_{j=1}^{i} (B_{ij} S_j) f_j(t) \tag{3.54}$$

Cuya solución trivial (condición suficiente, aunque no siempre necesaria) es la siguiente:

$$\boxed{G_i = B_{ij} \cdot S_j} \tag{3.55}$$

para $i = \overline{1,n}$; $j = \overline{1,i}$ (o sea, la relación (3.55) se cumple para todo $i \geqslant j$)

Evaluando la expresión (3.55) para el caso particular $i = j$, se obtiene:

$$G_i = B_{ii} S_i \qquad \text{(caso } i = j\text{)}$$

pero como $B_{ii} = 1$ (por definición), se obtiene:

$$\boxed{G_i = S_i} \tag{3.56}$$

Mientras que para $i > j$, se obtendrá:

$$\boxed{B_{ij} = G_i / S_j = S_i / S_j} \tag{3.57}$$

Es decir; finalmente:

$$\boxed{B_{ij} S_j = S_i} \qquad \begin{array}{l} i = \overline{1, n}; \\ j = \overline{1, i} \end{array} \tag{3.58}$$

al reemplazar (3.58) en la ecuación (3.51), se obtiene:

$$\frac{d R_i(t)}{dt} = - \sum_{j=1}^{i} S_i f_j(t) = -S_i \sum_{j=1}^{i} f_j(t) =$$

$$= - S_i R_i(t) \qquad (3.59)$$

cuya solución, después de integrar la ecuación entre t = 0 y t = t, es:

$$\boxed{\left[R_i(t) \right]_{BATCH} = \left[R_i(0) \right]_{BATCH} \cdot \exp \left[-S_i t \right]} \qquad (3.60)$$

Esta expresión corresponde al Modelo Batch Simplificado (ver ecuación (3.40)). La forma equivalente de esta ecuación se obtiene reemplazando $S_i t$ por $S_i^E \bar{E}'$

Por otra parte, el Modelo Continuo Simplificado puede obtenerse como sigue (ver ec. (3.20)):

$$R_{Pi} = \int_0^{\infty} \left[R_i(t) \right]_{BATCH} \cdot E(t)\, dt \qquad (3.61)$$

Reemplazando (3.60) en (3.61), y considerando que la distribución de tiempos de resistencia E (t) la podemos representar mediante la ecuación (3.28), considerando $E(\Theta)\, d\Theta = E(t)\, dt$, se obtiene:

$$R_{Pi} = \int_0^{\infty} R_{Ai} \exp(-S_i t) \frac{N^N (t/\tau)^{N-1}}{\tau (N-1)!} \exp\left(-N \frac{t}{\tau}\right) dt$$

o bien:

$$R_{Pi} = \frac{R_{Ai} N^N}{\tau^N (N-1)!} \cdot \int_0^{\infty} t^{N-1} \cdot \exp \left[-\left(S_i + \frac{N}{\tau} \right) t \right] dt$$

cuya solución final es[9]:

$$\boxed{R_{Pi} = R_{Ai} \cdot \left[1 + (\tau/N)\, S_i \right]^{-N}} \qquad (3.62)$$

La ecuación (3.62) corresponde al Modelo Continuo Simplificado (ver Ec. 3.42). La forma equivalente de esta ecuación se obtiene reemplazando $(S_i \tau)$ por $(S_i^E \bar{E})$.

E.- Un Caso Particular: La Ley de Bond[17,27,28]

Demostraremos en esta sección que la Ecuación de Charles-Walker (ver Ec. (2.39) -

Sección 2.2.D del Capítulo 2) constituye un caso particular del Modelo Matemático Simplificado de Conminución Batch (Ecuación (3.41)), y por ende, también lo será la Ley de Bond (que constituye a su vez un caso particular de la Ecuación de Charles, considerando $\alpha = 0{,}5$ en la ecuación (2.39)).

Reescribamos la ecuación (3.41), como sigue:

$$R_i(\bar{E}) = R_i(0) \cdot \exp\left[-S_i^E \bar{E}\right] \quad ; \quad i = \overline{1, n} \tag{3.63}$$

y supongamos, por ahora, que la Función Selección Específica de Fractura (S_i^E; $i = \overline{1, n}$) depende solamente del tamaño de partícula (d_i; μm) y de la resistencia del material a la fractura, pero que es independiente del tamaño del molino y de las condiciones de operación utilizadas en la molienda. Consideremos además que esta función puede representarse a través de una distribución tipo Schuhmann, con módulo de distribución "α", como sigue:

$$S_i^E = kd_i^\alpha \quad ; \quad i = \overline{1, n} \tag{3.64}$$

Donde k es una simple constante de proporcionalidad, dependiente de la dureza del mineral, mientras que el parámetro "α" depende de la forma como se fracturan las partículas.

Reemplazando (3.64) en (3.63), se obtiene:

$$R_i(\bar{E}) = R_i(0) \exp(-kd_i^\alpha \bar{E}) \tag{3.65}$$

$$\text{para } i = \overline{1, n}$$

Tal como lo propone Bond en el 1er Principio de su Tercera Teoría de la Conminución (concepto de "Registro Energético" asociado a cada tamaño de partícula), calculemos en primer lugar el consumo de energía específica requerida para moler un material desde un tamaño teóricamente infinito hasta el tamaño 80% pasante de la alimentación a un test standard de moliendabilidad (F_{80}; μm), designando por $\bar{E}_F$ tal valor. De la ecuación (3.65), suponiendo $R_i(\bar{E}_F) = 0{,}20$ (20% retenido = 80% pasante), se obtendrá:

$$0{,}20 = \exp(-K F_{80}^\alpha \bar{E}_F) \tag{3.66}$$

de donde:

$$\bar{E}_F = -\frac{\ell n\, 0{,}2}{k F_{80}^\alpha} \tag{3.67}$$

De igual forma, calculemos ahora el consumo de energía específica requerida para moler el mismo material desde un tamaño infinito hasta el tamaño 80% pasante del producto final de un test standard de Bond (P_{80}; μm), y designemos por $\bar{E}_p$ dicho valor. De la ecuación (3.65):

$$0{,}20 = \exp(-k P_{80}^\alpha \bar{E}_p) \tag{3.68}$$

de donde:

$$\bar{E}_p = -\frac{\ell n\, 0{,}2}{k\, P_{80}^{\alpha}} \tag{3.69}$$

Designemos ahora por $W = \Delta\bar{E} = \bar{E}_P - \bar{E}_F$ el consumo de energía específica requerida para llevar el material desde el tamaño F_{80} (μm) hasta el tamaño P_{80} (μm), y obtendremos:

$$W = \bar{E}_p - \bar{E}_F = -\frac{\ell n\, 0{,}2}{K} \cdot \left[\frac{1}{P_{80}^{\alpha}} - \frac{1}{F_{80}^{\alpha}}\right]$$

O bien:

$$W = \frac{\ell n\, 5}{k\, 100^{\alpha}} \left[\left(\frac{100}{P_{80}}\right)^{\alpha} - \left(\frac{100}{F_{80}}\right)^{\alpha}\right] \tag{3.70}$$

y denominando: $W_I = \frac{\ell n\, 5}{k\, 100^{\alpha}} = \frac{1{,}60944}{k\, 100^{\alpha}}$, se obtiene al reemplazar finalmente esta expresión en (3.70):

$$\boxed{W = W_I \left[\left(\frac{100}{P_{80}}\right)^{\alpha} - \left(\frac{100}{F_{80}}\right)^{\alpha}\right]} \tag{3.71}$$

que constituye el Postulado General de Charles-Walker (ver Ecuación 2.39).

La ecuación de Bond se obtiene a partir de la expresión (3.71), suponiendo que α = 0,5, esto es:

$$\boxed{W = W_I \left[\frac{10}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{F_{80}}}\right]} \tag{3.72}$$

ECUACION DE BOND (α = 0,5)

De donde, el valor de W_I estaría dado por:

$$\frac{\ell n\, 5}{k\, 100^{0,5}} = \frac{\ell n\, 5}{10\, k} = \frac{0{,}16094}{k}$$

De la ecuación (3.71) se observa que es imposible definir un solo parámetro (W_I) que sea capaz de representar la resistencia del material fracturado ($1{,}60944/(k\ 100^{\alpha})$) en forma independiente de la forma de quebrarse las partículas (parámetro α), aun cuando el valor de k se mantenga sensiblemente constante en diferentes tamaños de equipos de conminución. En otras palabras, la ecuación de Bond debería considerar como mínimo un parámetro variable α, tal como lo sugirieron Walker y Charles. Bond supone que $\alpha = 0{,}5$ para todos los materiales a ser fracturados.

F.– Otros Enfoques (Modelo de Etapas de Conminución)

Este tipo de enfoque fue originalmente propuesto por los investigadores Callcott y Lynch en Australia (1964)[29,32], para modelar molinos de barras y bolas a escala industrial, con miras a evaluar configuraciones alternativas de circuitos múltiples de molienda y optimizar el flowsheet general de tratamiento de la Planta Mount Isa en Australia (mineral de Pb-Zn)[29]. Posteriormente, otros investigadores[3,29 a 36] han seguido desarrollando esta línea para modelar diversos equipos de conminución (molinos semiautógenos que descargan por sistema de parrilla; circuitos específicos de chancado/harnero; etc.). En este tipo de modelo se enfatizan los conceptos de "etapa de fractura" y "efecto de clasificación interna" del material dentro del correspondiente equipo de conminución, siendo esta última propiedad ("clasificación interna") observada originalmente en la operación industrial de molinos de barras, donde existe una marcada molienda preferencial de las partículas gruesas con respecto al material fino. Dicha propiedad se manifiesta en la práctica a través de perfiles granulométricos "paralelos" del producto de descarga del molino con respecto a la alimentación (% Ac. Pasante versus Tamaño de Partícula, en escala log-log), lo cual constituye también una propiedad intrínseca de los circuitos cerrados de molienda/clasificación que operan con molinos de bolas e hidrociclones.

En los párrafos siguientes, nos limitaremos a describir brevemente los fundamentos matemáticos de este enfoque alternativo, enfatizando su aplicación industrial al caso específico de la molienda efectuada en molinos de barras. No obstante lo anterior, las ecuaciones que se plantean a continuación podrán ser convenientemente adaptadas a otras aplicaciones de interés general, al emplear este tipo de enfoque como criterio de modelación.

– **Simulación Matemática de la Molienda efectuada en Molinos de Barras (Modelo de Etapas)**[3,29]

La característica física más importante de un molino de barras es la molienda pre-

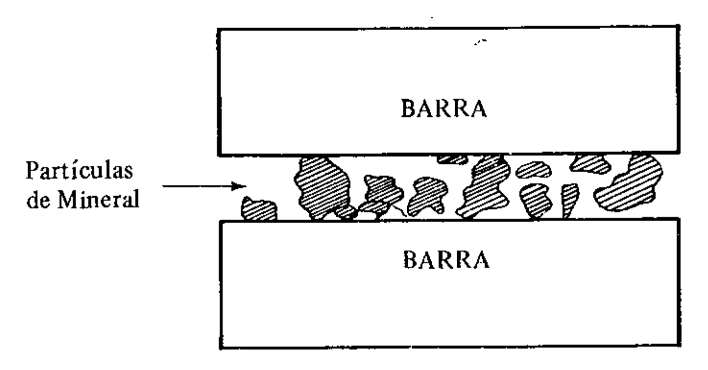


FIGURA 3.5. Representación esquemática del Mecanismo de Acción del Medio de Molienda (carga de barras) sobre las partículas de Mineral, en un Molino de barras.

ferencial de las partículas gruesas con respecto a las partículas finas. Esta propiedad se conoce como "efecto de clasificación interna" en el molino de barras, el cual se origina por la acción específica del medio de molienda (carga de barras) sobre las partículas dentro del molino (ver Figura 3.5).

A medida que las partículas de mineral pasan a través del molino, ellas son sometidas a una serie repetitiva de eventos de fractura (ver Figuras 3.6 y 3.7). El efecto de clasificación interna opera de tal manera, que las partículas más gruesas son eliminadas en forma progresiva, a medida que dichas partículas se aproximan a la descarga final del molino. Los investigadores Callcott y Lynch(32) han definido el siguiente concepto: "Una ETAPA de fractura en un molino de barras corresponde al intervalo de tiempo requerido para eliminar la fracción granulométrica más gruesa alimentada a dicha etapa". De esta manera, el mecanismo de clasificación interna asegurará que ninguna partícula de mineral, en la fracción de tamaño más grueso alimentada a dicha etapa, podrá abandonar la misma sin haber sido previamente reducida de tamaño. Es decir, todas aquellas partículas mayores deberán forzosamente ser fracturadas, produciendo distribuciones de partículas más finas, antes de abandonar la etapa en cuestión.

La ecuación matemática que describe este proceso repetitivo de fractura y clasificación interna dentro del molino de barras es la siguiente:

$$\underline{p} = \left\{ \prod_{k=\nu}^{k=1} \underline{\underline{M}}_k \right\} \cdot \underline{f} \qquad (3.73)$$

Donde:

$\underline{p}$ = vector producto (n x 1), es decir, un vector columna representando la distribución granulométrica parcial del producto de molienda en el molino de barras.

$\underline{f}$ = vector alimentación (n x 1), o sea, un vector columna representando la distribución granulométrica parcial de la alimentación al molino de barras.

$\underline{\underline{M}}_k$ = matriz de transferencia para la k-ésima etapa (n x n); es decir, una matriz relacionando la alimentación y producto obtenido en la k-ésima etapa (k = 1, 2, 3, ... , ν).

$$\prod_{k=\nu}^{k=1} \underline{\underline{M}}_k = \underline{\underline{M}}_\nu \cdot \underline{\underline{M}}_{\nu-1} \cdot \ldots \cdot \underline{\underline{M}}_3 \cdot \underline{\underline{M}}_2 \cdot \underline{\underline{M}}_1 \qquad (3.74)$$

ν = número total de etapas

n = número total de fracciones granulométricas consideradas (exceptuando el material pasante la malla más fina).

La matriz de transferencia en la ecuación (3.73) define el proceso global de fractura que ocurre durante la k-ésima etapa, incluyendo específicamente un evento de molienda, $\underline{\underline{D}}$ y un subsecuente evento de clasificación $\underline{\underline{C}}$, pudiendo esta matriz ser definida de la siguiente

manera:

$$\underline{\underline{M}}_k = (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{C}}) \cdot \underline{\underline{D}} \cdot (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{D}})^{-1} \qquad (3.75)$$

Donde:

$$\underline{\underline{D}} = \underline{\underline{b}} \cdot \underline{\underline{\tilde{S}}} + \underline{\underline{I}} - \underline{\underline{\tilde{S}}} \qquad (3.76)$$

$\underline{\underline{I}}$ = matriz identidad (n x n)

C = matriz clasificación (n x n); se trata de una matriz diagonal, cuyos elementos expresan la proporción de cada rango de tamaño del producto de molienda, que es recirculado dentro de cada etapa considerada. Por definición, la matriz clasificación contiene el valor 1 en la posición (1,1), asegurando así que el primer elemento del vector producto para una etapa cualquiera sea equivalente a cero. Por consiguiente, para la k-ésima etapa:

$$C_{ik} = \begin{cases} 1 & , \text{para } i \neq k \\ 0 & , \text{para } i \neq k. \end{cases}$$

D = matriz de molienda (n x n); se trata de una matriz triangular inferior representando el proceso de molienda. La matriz de molienda es una matriz cuadrada de orden n x n, cuyos valores son distintos a cero, excepto sobre la diagonal principal.

b = matriz de distribución de fractura (n x n); se trata de una matriz escalón, representando la función de distribución de fractura del mineral. Los elementos de esta matriz se definen de la siguiente manera:

$$b_{ij} = \begin{cases} 0 & ; \text{para } i \leqslant j \\ b_{i-j+1,1} \ (\neq 0) & ; \text{para } i > j \end{cases}$$

b_{ij} = fracción en peso de material contenido en el i-ésimo intervalo de tamaño, que se produce por fractura primaria del material retenido sobre la malla j. Corresponde a la función distribución de fractura expresada en forma parcial.

d_i = abertura en micrones de la i-ésima malla.

d_j = abertura en micrones de la j-ésima malla (siendo $d_j > d_i$, e $i > j$).

$\underline{\underline{\tilde{S}}}$ = matriz selección (n x n). Se trata de una matriz diagonal, que representa la función Selección del material y cuyos elementos se definen como sigue:

$$\tilde{S}_{ij} = 0 \qquad ; \text{para } i \neq j$$

$\tilde{S}_{ij} = \tilde{S}_i$; para $i = j$ (siendo $0 \leq \tilde{S}_i \leq 1$)

Siendo:

$\tilde{S}_i$ = fracción en peso del material contenido en el intervalo "i", que es fracturado en la etapa considerada (etapa^{-1})

i = $\overline{1, n}$ (identificación de filas, en matriz n x n)

j = $\overline{1, n}$ (identificación de columnas, en matriz n x n)

Combinando las ecuaciones (3.75) y (3.76), la matriz de transferencia para la k-ésima etapa quedará definida como sigue:

$$\underline{\underline{M}}_K = (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{C}}) \cdot (\underline{\underline{b}} \cdot \tilde{\underline{\underline{S}}} + \underline{\underline{I}} - \underline{\underline{S}}) \cdot \left[\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{C}} \cdot (\underline{\underline{b}} \cdot \tilde{\underline{\underline{S}}} + \underline{\underline{I}} - \tilde{\underline{\underline{S}}}) \right]^{-1} \qquad (3.77)$$

siendo, $k = \overline{1, \nu}$

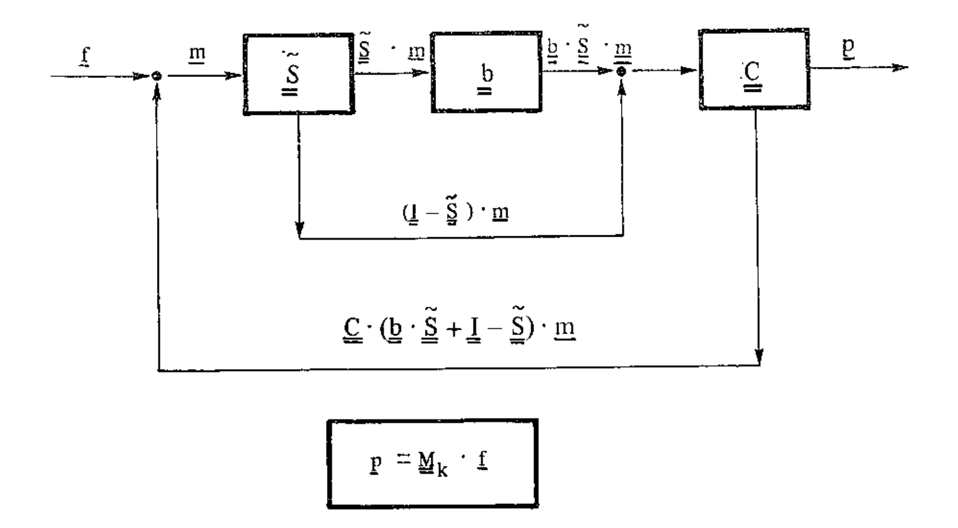
Los siguientes comentarios ayudarán a comprender mejor la aplicabilidad del conjunto de ecuaciones (3.73) a (3.77) a la simulación matemática del proceso de molienda en molinos de barras:

(1) Para el caso de molinos de barras, las etapas sucesivas de fractura son similares pero no idénticas, ello explica la utilización del sub-índice k en la matriz $\underline{\underline{M}}_K$. Ocurre un cambio progresivo en la matriz de transferencia, a medida que las partículas de mineral atraviesan las diversas zonas hipotéticas de fracturación dentro del molino. Cada etapa de fractura puede ser representada en forma esquemática, tal como se ilustra en la Figura 3.6. El proceso repetitivo global de fractura que ocurre dentro del molino de barras puede representarse esquemáticamente mediante la Figura 3.7.

(2) La fracción de tamaño más gruesa, alimentada a una etapa cualquiera, deberá obligatoriamente ser eliminada al término de dicha etapa. En cualquier caso, se supone que la matriz $\underline{\underline{M}}_K$ no cambia de valor con respecto al tamaño máximo alimentado a la k-ésima etapa de fractura.

(3) La matriz de transferencia para k-ésima etapa podrá obtenerse de la correspondiente matriz para la (k - 1)-ésima etapa, por simple eliminación de la última fila y columna en esta última matriz. El primer elemento del vector alimentación de la k-ésima etapa será igual a cero por definición, debiendo entonces ser también eliminado. En general, todos aquellos elementos eliminados de los vectores columnas representando análisis granulométricos intermedios deberán ser reemplazados por ceros al finalizar los cálculos.

(4) Los parámetros $\underline{\underline{M}}_K$ y ν permiten describir íntegramente el proceso de molienda en el molino de barras. La matriz $\underline{\underline{b}}$ es una propiedad característica del material, la matriz $\tilde{\underline{\underline{S}}}$ es una propiedad característica tanto del material como del equipo de molienda; el parámetro ν será una propiedad exclusiva del equipo de molienda (i.e. es una función directa del tiempo promedio de residencia en el molino, el cual a su vez depende de la geometría, condiciones de diseño, relación L/D, etc., del equipo de molienda).

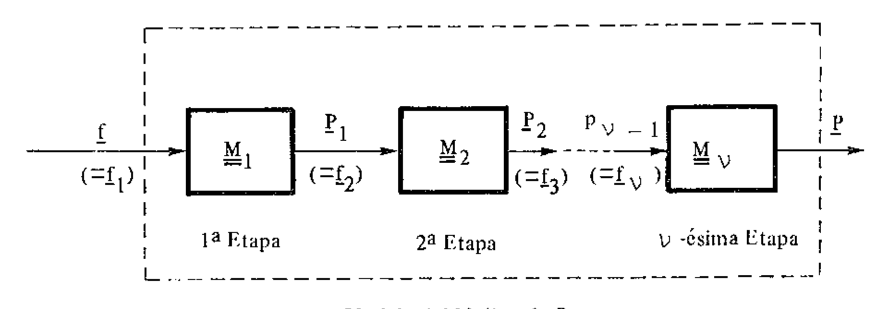


$$p = M_k \cdot f$$

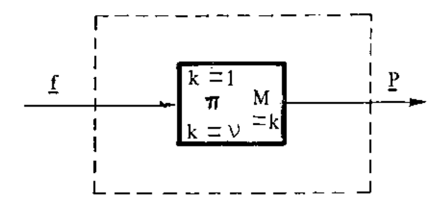
Siendo:

$$M_k = (I - C) \cdot (b \cdot \tilde{S} + I - \tilde{S}) \cdot \left\{ I - C \cdot (b \cdot \tilde{S} + I - \tilde{S}) \right\}^{-1}$$

FIGURA 3.6. Representación esquemática de cada Etapa de Fractura en el Molino de Barras.



Modelo del Molino de Barras
(Total de ν Etapas)



Modelo Simplificado
Molino de Barras.

FIGURA 3.7. Representación esquemática del Proceso Repetitivo de Fractura que ocurre dentro de un Molino de Barras.

Todos estos parámetros pueden ser determinados experimentalmente para cada proceso en particular. Bastará para ello conocer un par de valores experimentales $\underline{p}$ y $\underline{f}$ y entonces, a través de un procedimiento de cálculo iterativo, encontrar los mejores valores de estos parámetros que minimicen las diferencias al cuadrado, observadas entre los valores experimentales y calculados del vector producto.
Cuando la matriz $\underline{\underline{M}}_k$ es conocida para un mineral en particular, se podrán expresar todos los efectos de variación del flujo másico y/o volumétrico de alimentación, análisis granulométrico de alimentación, velocidad de rotación del molino, etc., en término exclusivo del parámetro ν . El parámetro ν constituye entonces un PARAMETRO SIMPLE Y UNICO, capaz de describir completamente el proceso de molienda.

(5) Todos los cálculos pueden simplificarse si son colocados en una misma base comparativa, suponiendo un valor standard de la matriz $\underline{\underline{b}}$. Esta función, expresada en forma acumulada pasante, fue definida inicialmente por Broadbent y Callcott como sigue:

Def.: $$b_{ij} = B_{i-1,j} - B_{ij} \qquad (3.78)$$

$$B_{ij} = \left[1 - \exp\left(-d_i/d_j\right)\right] \Big/ \left[1 - \exp\left(-1\right)\right] \qquad (3.79)$$

Siendo: $$B_{ij} = \sum_{\ell = i+1}^{n} b_{\ell j} \qquad (3.80)$$

$$B = \left[B_{ij}\right] \quad : \text{con } B_{ij} = \begin{cases} 0 & ; \text{ para } i < j \\ 1 & ; \text{ para } i = j \\ B_{i-j+1,1} (\neq 0) & ; \text{ para } i > j \end{cases}$$

Donde:

$\underline{\underline{B}}$ = matriz de distribución de fractura (n x n), expresada en forma acumulada pasante. Los elementos de esta matriz $[B_{ij}]$ se definen como sigue:

B_{ij} = fracción en peso de material con tamaño $< d_i$, que es producido por fractura primaria del material con tamaño d_j. Función Distribución de Fractura expresada en forma Acumulada Pasante.

d_i, d_j = tamaños final e inicial de referencia, respectivamente (um). Siendo $d_j \geqslant d_i$; $i \geqslant j$.

(6) La función SELECCION, representada por la matriz $\tilde{S} = [\tilde{S}_{ij}]$, podrá ser fácilmente calculada utilizando el método SIMPLEX, o alguna otra técnica apropiada de mejor ajuste (Criterio de Mínimos Cuadrados).

(7) El número de etapas de fractura; ν , puede ser estimado por simple inspección del número de fracciones granulométricas que han "desaparecido" del vector producto, con respecto al número total de fracciones de tamaño existentes originalmente en el vector alimentación. De acuerdo al método matricial aquí empleado para calcular el vector producto, se deberá obviamente considerar un NUMERO ENTERO

DE ETAPAS durante el cálculo. En la práctica, sin embargo, el NUMERO REAL DE ETAPAS de fractura (ν) será generalmente un número FRACCIONARIO (por ej.: $\nu = 2{,}7$ etapas de fractura, significando que las 2 primeras etapas se han completado y un 70% de la tercera etapa está en vías de completarse). Es por ello que deberemos recurrir a un método de interpolación lineal en este caso, interpolando en el ejemplo dado entre 2 y 3 etapas. La siguiente fórmula práctica resume el método de interpolación descrito:

$$P_i^{(\nu)} = P_i^{(\alpha)} + (\nu - \alpha) \cdot \left[P_i^{(\alpha+1)} - P_i^{(\alpha)} \right] \qquad (3.81)$$

Donde:

$P_i^{(\nu)}$ = i-ésimo elemento del vector producto, calculado con ν etapas reales de fractura.

$P_i^{(\alpha)}$ = i-ésimo elemento del vector producto, calculado con α etapas enteras de fractura ($\alpha < \nu$)

ν = Nº real de etapas ($\alpha + 1 > \nu > \alpha$).

α = Nº de etapas enteras de fractura, equivalentes al número de ceros que aparecen en el vector producto, comenzando a contar desde la malla tope hacia abajo.

$P_i^{(\alpha+1)}$ = i-ésimo elemento del vector producto, calculado con $(\alpha + 1)$ etapas enteras de fractura.

i = sub-índice indicador de la posición del elemento en el vector producto ($i = 1\ 2, \ldots, n$).

$i = 1$, corresponde a la posición de la malla más gruesa seleccionada (malla tope).

$i = n$, corresponde a la posición de la malla más fina (por ej.: a la posición de la malla 100, considerándose por tanto que el material – 100 # ocuparía la posición $i = n + 1$.)

El siguiente ejemplo aclarará el método de cálculo utilizado:

Supongamos que el vector producto (análisis granulométrico de descarga del molino de barras) tiene 2 componentes idénticos a cero (es decir, $p_1 = p_2 = 0$). En este caso, el número real de etapas de fractura, ν, estará comprendido entre $\alpha = 2$ y $\alpha + 1 = 3$. De acuerdo a la ecuación (3.81), el primer elemento de $\underline{p}$, con valor distinto a cero (es decir p_3), estará dado por:

$$P_3^{(\nu)} = P_3^{(2)} + (\nu - 2) \cdot \left[P_3^{(3)} - P_3^{(2)} \right]$$

El cuarto componente, P_4, estará dado por:

$$P_4^{(\nu)} = P_4^{(2)} + (\nu - 2) \cdot \left[P_4^{(3)} - P_4^{(2)} \right]$$

y así sucesivamente, para los restantes componentes del vector producto (i = 3, 4, 5, ..., n).

El NUMERO EXACTO de etapas de fractura, ν , deberá ser calculado de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$\nu = (\alpha + 1) - R_p^{(\alpha + 1)} / R_f^{(\alpha + 1)} \quad (3.82)$$

Donde:

ν = número real de etapas de fractura.

α = cantidad de ceros en el vector producto.

$R_p^{(\alpha + 1)}$ = % en peso acumulado, retenido sobre la (α + 1)-ésima malla del vector producto.

$R_f^{(\alpha + 1)}$ = % en peso acumulado, retenido sobre la (α + 1)ésima malla del vector alimentación.

Todos los cálculos anteriores son fácilmente programables en el Computador.

Es interesante observar que las curvas granulométricas resultantes de la molienda en molino de barras, para ν = 1, 2, 3, ..., etc. etapas de fractura, se mantienen paralelas con respecto a la curva granulométrica de alimentación al molino de barras (graficando los resultados según "% Acumulado Pasante versus Tamaño (µm)" en papel log-log. Esta característica típica se debe al antes mencionado efecto de "Clasificación Interna" observado en los molinos de barras industriales.

3.3 Estimación de Parámetros y Criterios Generales de Escalamiento en la Molienda

A. *Estimación de Parámetros*

a.1) Ensayos con Monotamaños a Escala de Laboratorio

Consideremos la ecuación general del modelo cinético de conminución batch, en función del consumo específico de energía, $\bar{E}$:

$$\frac{df_i}{d\bar{E}} = -S_i^E f_i + \sum_{j=1}^{i} b_{ij} S_j^E f_j \quad (3.83)$$

para: $i = \overline{1, n}$

la cual, para la malla más gruesa, se reduce a:

$$\frac{df_1}{d\bar{E}} = -S_1^E f_1 \tag{3.84}$$

Suponiendo que S_1^E es constante en el tiempo (modelo lineal), al integrar la ecuación (3.84) se obtiene:

$$f_1(\bar{E}) = f_1(0)\ \exp(-S_1^E \bar{E}) \tag{3.85}$$

O bien:

$$\ell n\ [f_1(\bar{E}) / f_1(0)] = -S_1^E \bar{E} \tag{3.86}$$

Donde $f_1(0)$ representa la fracción de material inicialmente retenida en la malla 1, y $f_1(\bar{E})$ representa la fracción remanente en dicha malla después de aplicar un input energético $\bar{E}$. Luego, si a partir de los resultados de pruebas de molienda batch, como los presentados en la Tabla 3.1, se construye un gráfico de $\ell n\ [f_1(\bar{E}) / f_1(0)]$ versus $\bar{E}$, se debiera obtener una recta descendente con pendiente $-S_1^E$.

La Figura 3.8 confirma en este caso tal expectativa. De hecho la linearidad de esta curva es una confirmación inequívoca de la validez de la hipótesis referente a la constancia de S_1^E en el tiempo (o versus $\bar{E}$).

Tabla 3.1. Resultados de Ensayos con Monotamaños[24]

– Diám. Molino	: 8 pulgadas	Mineral	: 1983 g
– Nivel de Llenado	: 45%	Tamaño	: 10 x 14#
– % Velocidad Crítica	: 70%	% Sólidos	: 65%
– Potencia Neta	: 0,047 kw		

Granolumetrías (% Pasante)

Malla	Abertura Micrones	Tiempo de Molienda; min 0.	0,5	1,0	2,0	4,0	8,0
10	1700	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
14	1180	5,85	22,52	33,86	54,89	78,24	94,55
20	850	0,18	7,74	14,86	28,04	52,25	81,79
28	600	0,12	4,74	9,61	18,26	37,55	68,15
35	425	0,10	3,21	6,70	12,64	27,44	53,82
48	300	–	2,31	4,92	9,25	20,51	41,33
65	212	–	1,85	3,92	7,37	16,54	33,87
100	150	–	1,53	3,23	6,16	13,83	28,33
150	105	–	1,29	2,72	5,27	11,65	23,67
200	74	–	1,07	2,22	4,42	9,62	19,46
270	53	–	0,92	1,91	3,88	8,29	16,76
400	37	–	0,84	1,69	3,48	7,21	14,68
E (kwh/ton)			0,198	0,395	0,790	1,58	3,16

Al repetir este procedimiento con distintos tamaños máximos (monotamaños) en la alimentación, se podrán calcular los valores de S_1^E para cada fracción granulométrica de interés. En estricto rigor, para la estimación de S_i^E $(i = \overline{1, n})$ no es necesario que la alimentación inicial sea un "monotamaño" (es decir, aquellas partículas retenidas entre dos mallas consecutivas de la serie Tyler Standard) como en el caso de la Tabla 3,1, pero ello sí es requerido para estimar la función distribución de fractura, según se discute a continuación.

Una forma equivalente de la ecuación (3.83) es (ver ecuación 3.51):

$$\frac{dF_i}{d\bar{E}} = \sum_{j=1}^{i} B_{ij} S_j^E f_j \quad ; \quad i = \overline{1, n} \tag{3.87}$$

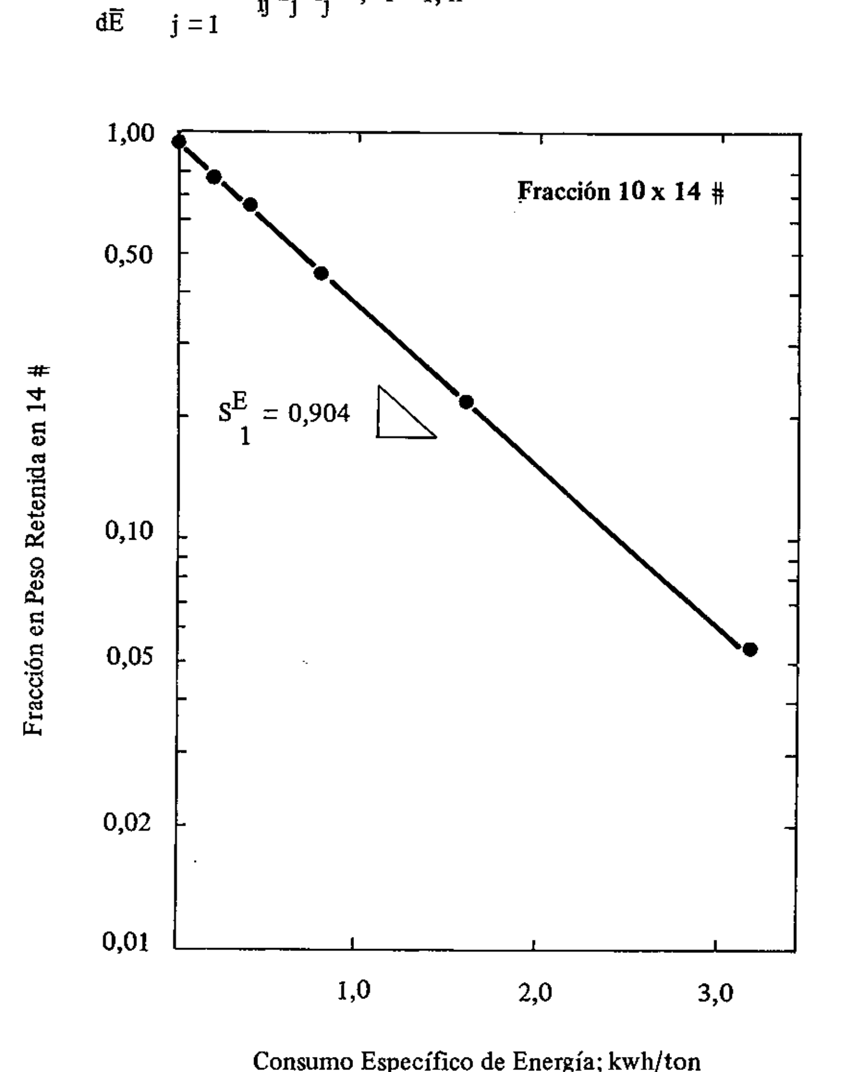


FIGURA 3.8. Ejemplo de determinación gráfica de la función selección específica para la fracción 10 x 14 mallas (ver Tabla 3.1).

o también:

$$\frac{dF_i}{d\bar{E}} = B_{i1}\, S_1^E \cdot f_1 + B_{i2}\, S_2^E \cdot f_2 + \ldots + B_{ii}\, S_i^E \cdot f_i \qquad (3.88)$$

Si la carga inicial es un "monotamaño", a tiempos cortos ($t \rightarrow 0$) se tendrá:

$$\lim_{\bar{E}\rightarrow 0} f_1 = 1 \quad ; \quad \lim_{\bar{E}\rightarrow 0} f_{i\neq 1} = 0 \; ; \qquad (3.89)$$

y reemplazando (3.89) en (3.88):

$$\lim_{\bar{E}\rightarrow 0} \frac{dF_i}{d\bar{E}} = B_{i1} \cdot S_1^E \qquad ; \; i = \overline{1, n} \qquad (3.90)$$

Luego, la pendiente inicial del gráfico "F_i versus $\bar{E}$" estará dada por $K_i^E = B_{i1} \cdot S_1^E$; de donde es posible obtener:

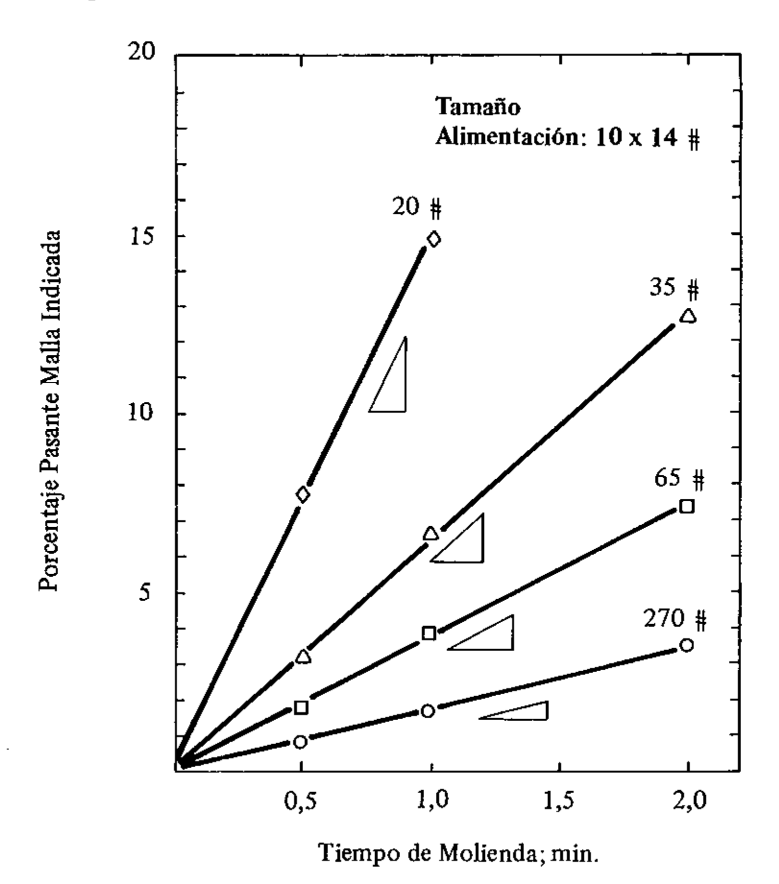


FIGURA 3.9. Ejemplo de cálculo de la función dist. de fractura, a partir de ensayos con monotamaños (ver Tabla 3.1)

$$B_{i1} = K_i^E / S_1^E \quad ; \quad 1 = \overline{2, n} \tag{3.91}$$

La Figura 3.9 ilustra este tipo de cálculo para el caso de la Tabla 3.1, mientras que la Figura 3.10 presenta los resultados finales para B_{i1} en función del tamaño de partícula d_i, en escala log-log.

Nuevamente, al repetir este tipo de ensayos con distintos monotamaños, se podrá estimar los valores de B_{ij} para las correspondientes fracciones granulométricas. Dicho procedimiento resulta ser claramente tedioso e impráctico.

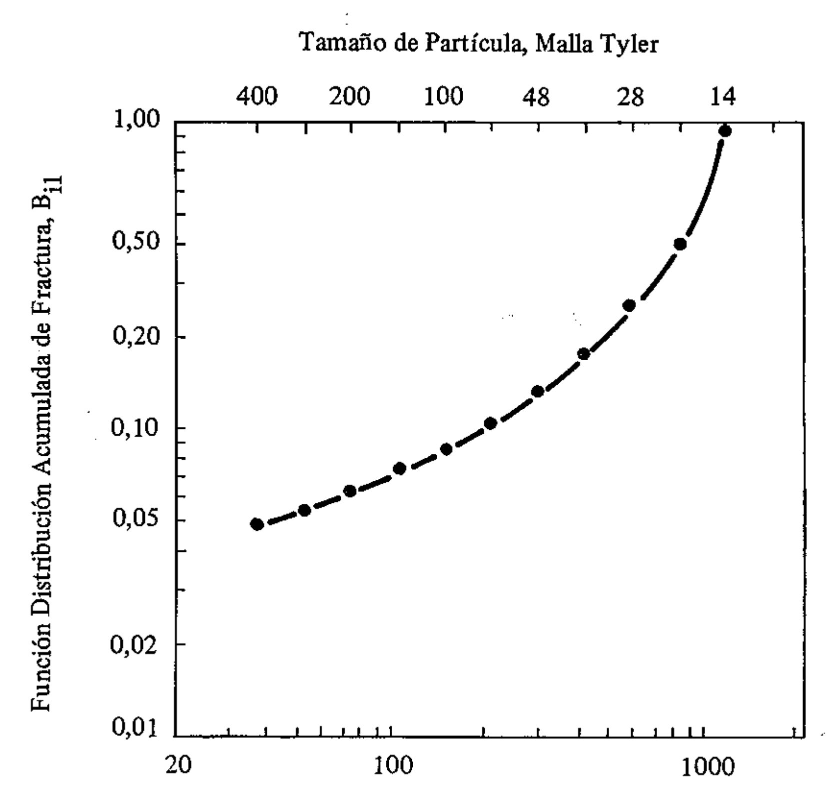


Figura 3.10. Función distribución de fractura resultante de los datos presentados en la Tabla 3.1

Estudios sobre la materia han permitido derivar relaciones empíricas entre las funciones selección y distribución de fractura versus el tamaño de partícula, a saber[4,37]:

$$S_i^E = \alpha_o \cdot d_i^{\alpha 1} \quad ; \quad 1 = \overline{1, n} \tag{3.92}$$

$$B_{ij} = \beta_o \cdot \left(\frac{d_i}{d_j}\right)^{\beta_1} + (1-\beta_o) \cdot \left(\frac{d_i}{d_j}\right)^{\beta_2} \quad ; \quad i = \overline{1, n}\, ; j \leq i \tag{3.93}$$

Nótese que en esta última expresión B_{ij} no depende de d_i y d_j en forma separada, sino de la razón d_i/d_j. Por ello, basta con evaluar experimentalmente B_{i1}, y luego mediante la ecuación (3.93) se podrán estimar los restantes valores de B_{ij} ($j > 1$). Esta propiedad de la función distribución de fractura se conoce como "normalizabilidad" de B_{ij} con respecto al tamaño de partícula. Las Figuras 3.11 y 3.12 presentan una ilustración práctica de dicha propiedad, cuando al graficar los valores de B_{ij} versus la razón d_i/d_j coinciden los valores experimentales obtenidos con las distintas fracciones granulométricas.

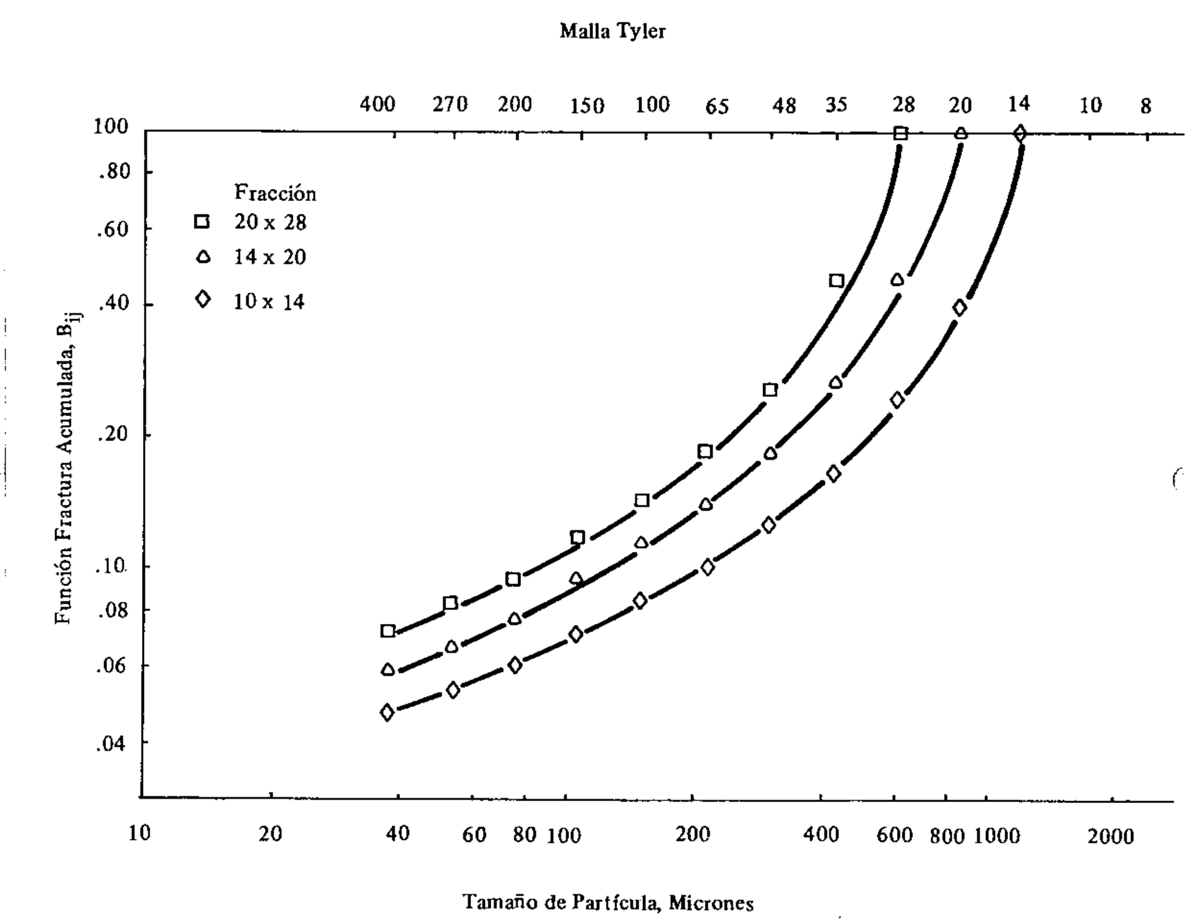


FIGURA 3.11. Función dist. de fractura acumulada versus tamaño, para 3 fracciones diferentes. Resultados extractados de la Referencia 24.

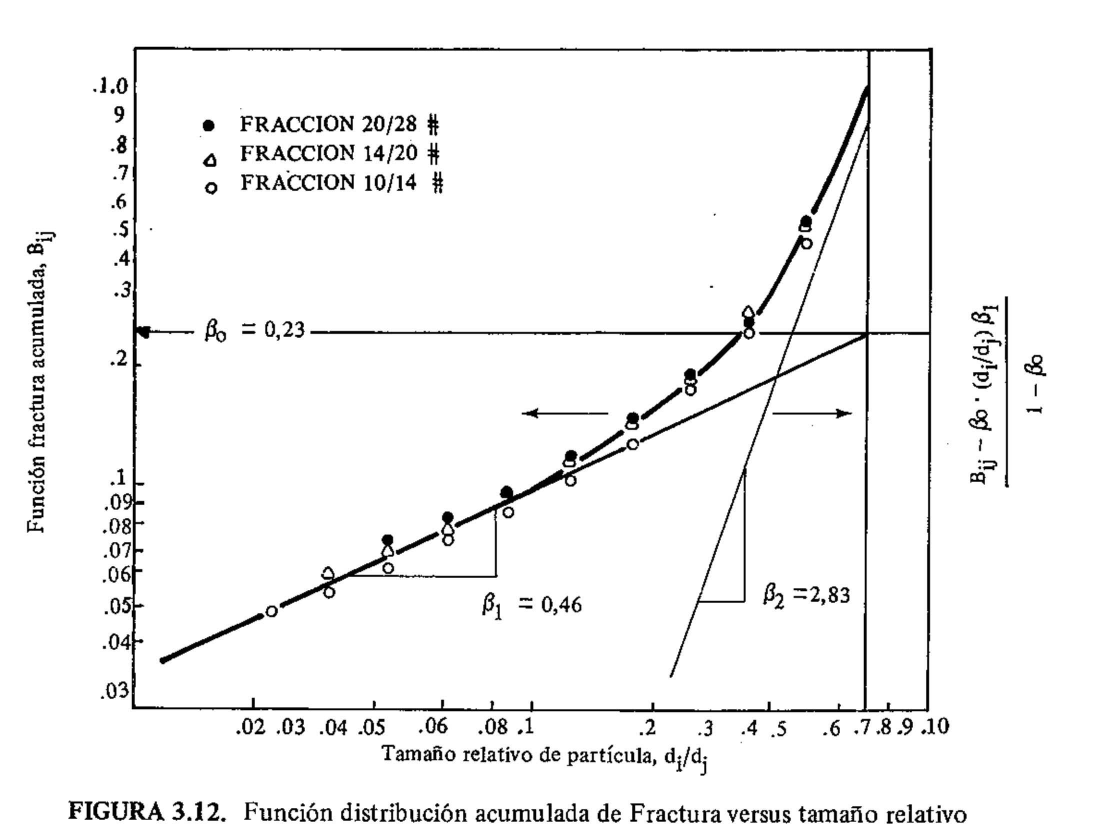


FIGURA 3.12. Función distribución acumulada de Fractura versus tamaño relativo de partícula. Ensayos de molienda discontinua con 3 monotamaños diferentes.

Finalmente, para calcular el parámetro α en la ecuación (3.92) bastaría con realizar ensayos con un mínimo de 2 monotamaños diferentes. Sin embargo, se ha observado también que en aquellos casos en que la razón [diám. de bola/diám. de partícula] no es suficientemente grande, la ecuación (3.92) no aplica, y debe ser reemplazada por otra del tipo(4):

$$S_i^E = \frac{\alpha_o \cdot d_i^{\alpha_1}}{1 + \left(\frac{d_i}{d_c}\right)^{\alpha_2}} \quad ; i = \overline{1, n} \tag{3.94}$$

donde, d_c es un parámetro cuyo valor dependerá de dicha razón. Esta ecuación indica que para cada malla el $\ell n\ S_i^E$ aumenta cuasi linealmente su valor con pendiente α_1 en la medida que el $\ell n d_i$ también crece, hasta alcanzar un máximo a:

$$d_{max} = d_c \cdot \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1}\right)^{1/\alpha_2} \tag{3.95}$$

más allá del cual decrece en forma aproximadamente lineal con pendiente (α_1 - α_2). En todo caso, resulta interesante destacar que la ecuación (3.94) propuesta se reduce a la ecuación (3.92) cada vez que $d_c \gg d_i$.

a.2) **Ensayos con Perfiles Granulométricos Reales, a Escala de Laboratorio**

Suponiendo que se realizan pruebas batch de molienda a distintos tiempos en el laboratorio, utilizando la distribución granulométrica natural del material previamente preparado a 100%- 10 # Tyler, se podrá determinar las funciones B_{ij} y S_i^E mediante alguna de las siguientes dos metodologías alternativas:

— **Estimación de Parámetros Cinéticos de Molienda, mediante Técnicas de Regresión No-Lineal**

Aceptando la validez de las relaciones funcionales propuestas por las ecuaciones (3.93) y (3.94) para las funciones B_{ij} y S_i^E, respectivamente, se podrán estimar dichos parámetros a partir de resultados batch obtenidos a escala de laboratorio, empleando técnicas standard de regresión no-lineal.

El problema de minimización puede ser planteado como sigue:

* Encontrar valores $\left[\hat{\alpha}_o, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{d}_c\right]$ y $\left[\hat{\beta}_o, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right]$

tales que la función objetivo:

$$\phi = \sum_{\forall \bar{E}} \sum_{i=1}^{n} W_i(\bar{E}) \cdot \left[F_i(\bar{E}) - \hat{F}_i(\bar{E})\right]^2 \qquad (3.96)$$

sea mínima.

En la expresión anterior, $F_i(\bar{E})$ representa la granulometría del producto de molienda batch (% acumulado pasante) medida experimentalmente después de aplicar un input energético $\bar{E}$ (o "t" minutos de molienda), mientras que $\hat{F}_i(\bar{E})$ representa la misma granulometría predicha por el modelo, y $W_i(\bar{E})$ representa un factor de ponderación relativo a las distintas mediciones (dependiente del tamaño d_i considerado, y del input energético $\bar{E}$ aplicado).

Existe una gran diversidad de algoritmos numéricos para solucionar el problema de minimización anterior, y la selección final dependerá exclusivamente de la disponibilidad de rutinas computacionales que agilicen su implementación en cada aplicación en particular.

— **Método de Gutiérrez – Rojas**(24)

Recientemente, los investigadores Gutiérrez-Rojas, del CIMM, desarrollaron una metodología bastante simple y eficiente para estimar los parámetros B_{ij} y S_i^E, a partir de pruebas batch de molienda realizadas a escala de laboratorio. Este trabajo será publicado a fines de este año (CONAMET; 1985), entregando a continuación sólo las fórmulas generales de B_{ij} y S_i^E encontradas por los autores durante el desarrollo de un extensivo trabajo experimental realizado por el investigador J. Rojas en la ejecución de su Tesis de Grado (USACH), para optar al título de Ingeniero Civil Metalúrgico.

Las fórmulas encontradas por los autores, que no presuponen ninguna relación funcional a priori de los parámetros cinéticos versus el tamaño de partícula, son las siguientes:

$$S_i^E = \frac{\sum_{k=1}^{m} \lambda_k \cdot K_i(\bar{E}_k) \cdot \hat{R}_i(\bar{E}_k) \cdot \hat{f}_i(\bar{E}_k)}{\sum_{k=1}^{m} \lambda_k \cdot \hat{R}_i(\bar{E}_k) \cdot \hat{f}_i(\bar{E}_k)} \quad ; \qquad (3.97)$$

siendo: $i = \overline{1, n}$

$$B_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^{m} \lambda_k \cdot K_i(\bar{E}_k) \cdot \hat{R}_i(\bar{E}_k) \cdot \hat{f}_j(\bar{E}_k)}{S_i^E \cdot \sum_{k=1}^{m} \lambda_k \cdot \hat{R}_i(\bar{E}_k) \cdot \hat{f}_j(\bar{E}_k)} \qquad (3.98)^*$$

siendo: $i = \overline{1, n}$; $j = \overline{1, i}$

En estas ecuaciones, el significado de los términos es como sigue:

B_{ij}; S_i^E; S_j^E = tienen el mismo significado dado anteriormente.

λ_k = factor de ponderación arbitrario dependiente del input energético aplicado ($\bar{E}$) (**).

m = Nº de ensayos realizado a distintos tiempos de molienda (t_k; $k = \overline{1, m}$) o inputs energéticos aplicados ($\bar{E}_k$).

i, j = subíndices utilizados para identificar la i-ésima y j-ésima malla, respectivamente.

$\bar{E}_k$ = input energético (kwh/ton) aplicado durante el k-ésimo ensayo de molienda.

(*) Obsérvese que cuando j = i, la ecuación (3.98) se transforma en la (3.97).

(**) Una expresión útil encontrada para λ_k (factores de ponderación para cada ensayo de molienda) es como sigue: $\lambda_k = a + b \cdot \bar{E}_k$; (3.101).

donde: a y b = coeficientes arbitrarios ($\sum_{k=1}^{m} \lambda_k = 1$)

siendo: $\lambda_k \geq 0$; para $k = \overline{1,m}$

$0 \leq a \leq 1/m$

$$b = (1 - m \cdot a) / \sum_{k=1}^{m} \bar{E}_k$$

$$K_i(\bar{E}_k) = A_i + B_i \cdot \bar{E}_k + C_i \cdot \bar{E}_k^2 \quad ; \qquad (3.99)$$

$(i = 1, 2, ..., n)$

= parámetro cinético de molienda de la i-ésima malla, al cabo de "t" minutos de molienda (o después de aplicar un input energético $\bar{E}$). El subíndice k se refiere al Nº del ensayo realizado, siendo k = 1, 2, 3, ..., m.

Se presupone una relación cuadrática entre K_i y $\bar{E}_k$ (hipótesis validada experimentalmente), siendo A_i, B_i, C_i constantes para cada malla "i" (determinables experimentalmente); $i = \overline{1, n}$.

$$R_i(\bar{E}_k) = R_i(o) \cdot \exp\left\{- \quad A_i + (B_i/2) \cdot \bar{E}_k + (C_i/3)\bar{E}_k^2\right\} \cdot \bar{E}_k \qquad (3.100)$$

= valor ajustado de $R_i(\bar{E}_k)$; este último, valor medido experimentalmente (% retenido acumulado sobre la malla "i" al cabo de "t" minutos de molienda, o después de aplicar un input energético $\bar{E}$). Nuevamente el subíndice "k" identifica el ensayo realizado ($k = \overline{1, m}$) e "i" se refiere a la malla considerada ($i = \overline{1, n}$). A partir de esta expresión, y utilizando la Técnica de Mínimos Cuadrados, se pueden calcular las constantes A_i, B_i y C_i, requeridas en el cálculo de k_i. El valor de $R_i(0)$ es el valor inicial ($t = 0$) de $R_i(\bar{E}_k)$.

$\hat{f}_i(\bar{E}_k) = \hat{R}_i(\bar{E}_k) - \hat{R}_{i-1}(\bar{E}_k)$, % retenido parcial sobre la i-ésima malla, durante el k-ésimo ensayo de molienda (valores ajustados; i = 1,2,3..., n).

$\hat{f}_j(\bar{E}_k) = \hat{R}_j(\bar{E}_k) - \hat{R}_{j-1}(\bar{E}_k)$. Idem comentarios que para $\hat{f}_i(\bar{E}_k)$, pero referidos a la j-ésima malla.

En general, los valores de a y b serán aquellos que minimicen la suma residual de cuadrados entre valores experimentales y predichos de $R_i(\bar{E}_k)$, para $i = \overline{1, n}$ y $k = \overline{1, m}$. Las fórmulas (3.97) y (3.98) fueron aplicadas exitosamente por los autores, para estimar los parámetros cinéticos de molienda batch en diversos casos estudiados.

a.3) Ensayos a Escala Industrial

Aceptando nuevamente la validez experimental de las ecuaciones (3.93) y (3.94), se podrá estimar los parámetros B_{ij} y S_i^E a partir de resultados a escala industrial, mediante técnicas de regresión no-lineal.

Nuevamente deberá encontarse los "mejores" valores de α_o, α_1, α_2, d_c; β_o, β_1 y β_2, tales que la función objetivo:

$$\phi = \sum_{i=1}^{n} W_i (F_i - \hat{F}_i)^2 \text{ sea mínima.} \qquad (3.102)$$

En la expresión anterior, F_i representa la granulometría de descarga del molino en el estado estacionario (% Ac. Pasante) medida experimentalmente, $\hat{F}_i$ representa la misma granulometría según la predicción del modelo y W_i representa un factor de ponderación relativo

a las distintas mediciones granulométricas efectuadas.

Existe una gran diversidad de algoritmos numéricos[4,16,38] para la solución de un problema de minimización como éste y la selección final dependerá de la disponibilidad de rutinas computacionales que agilicen su implementación en cada aplicación en particular. En todo caso, para una mayor estabilidad numérica del algoritmo, se recomienda en general proceder de la siguiente manera:

i. Determinar los parámetros de la función distribución de fractura; $\hat{\beta}_o$, $\hat{\beta}_1$ y β_2 a escala de laboratorio.

ii. Manteniendo fijos estos parámetros, minimizar con respecto a la función selección para encontrar $\hat{\alpha}_o$, $\hat{\alpha}_1$, $\hat{\alpha}_2$, y $\hat{d}_{crit}$. Inicialmente, fijar también $d_{crit} > d_i$ y dependiendo de la calidad del ajuste dejarlo libre si se juzga necesario.

iii. Reestimar β_o, β_1 y β_2 con los nuevos valores de los α's determinados en el paso anterior.

iv. Repetir los dos últimos pasos hasta que la solución converja.

a.4) Estimación de Parámetros con el Modelo Simplificado de Molienda Continua

En la Sección 3.2.D se derivó un modelo matemático simplificado, como caso especial del modelo general de conminución, cuando se cumple:

$$B_{ij} = S_i/S_j \quad ; \quad i = \overline{1,n} \quad j = \overline{1,i} \tag{3.103}$$

Bajo tales circunstancias, para un molino continuo (ver Ecuación 3.43):

$$(1-F_i) = \frac{(1-F_i^{IN})}{\left\{1 + \frac{S_i^E \cdot \bar{E}}{N}\right\}^N} \quad ; i = \overline{1,n} \tag{3.104}$$

donde F_i^{IN} representa la distribución granulométrica (% acumulado pasante) de la alimentación al molino, F_i la de la descarga y $\bar{E}$ la potencia consumida por tonelada alimentada al molino (carga fresca más circulante).

De esta manera, la estimación de S_i^E a partir de resultados industriales se reduce a la simple evaluación de la expresión:

$$S_i^E = \frac{N}{\bar{E}}\left\{\left[\frac{1-F_i^{IN}}{1-F_i}\right]^{1/N} - 1\right\} \quad ; i = \overline{1,n} \tag{3.105}$$

La Tabla 3.2 presenta un ejemplo de este tipo de cálculos. Nótese que con este modelo simplificado no es necesario el cálculo de la función fractura B_{ij}, aun cuando su valor está implícito y es obtenible a partir de la Ecuación (3.103).

TABLA 3.2. Ejemplo de Cálculo de la Función Selección Específica en Base al Modelo Simplificado (Ecuación (3.105)).

Malla Tyler	Abertura µm	% Pasante Alim.	% Pasante Desc.	S_i^E ton/kwh
4	4750	97,88	99,31	1,015
6	3350	94,74	98,20	0,950
8	2360	90,05	96,06	0,770
10	1700	84,33	92,83	0,610
14	1180	77,11	87,68	0,451
20	850	70,42	82,65	0,375
28	600	63,05	76,46	0,306
35	425	51,51	66,01	0,232
48	300	38,76	53,24	0,170
65	212	30,87	44,03	0,130
100	150	26,18	37,82	0,104
150	106	22,66	32,79	0,084
200	74	19,74	28,44	0,068
270	53	17,14	24,67	0,056
400	37	14,50	20,71	0,044

Tonelaje Alimentación Molino : 617,2 tph
Potencia Consumida : 1090,0 kw
Razón Largo/Diámetro : 1,28
Cons. Esp. de Energía : 1,77 kwh/ton

NOTA: A falta de mayor información referente a la distribución de tiempos de residencia en el molino, la razón largo/diámetro (L/D) es una buena aproximación para el parámetro N.

B.— Relaciones de Escalamiento

Estudios sobre la materia[4,18] han demostrado que los parámetros determinados por los métodos descritos en la sección anterior son directamente escalables a otras condiciones de interés.

En términos generales, el criterio de escalamiento propuesto por el grupo de investigadores encabezados por J.A. Herbst[18] es el siguiente:

1. La función selección específica, S_i^E, dentro de los rangos normales de las distintas variables de operación y diseño, es constante y determinada solamente por las características intrínsecas del mineral.

2. La función fractura, B_{ij}, es igualmente invariante.

Lo anterior es particularmente válido frente a variaciones en el nivel de llenado del molino y la velocidad de giro. Sin embargo, se han observado importantes efectos de la distribución de tamaños de la carga de bolas[23] y el diseño de algunos revestimientos. También se han observado efectos no tan importantes del porcentaje de sólidos[20] en el molino y del grado de fineza del producto descargado[18].

Por todo esto, se recomienda que el ensayo de laboratorio o piloto a ser escalado

sea ejecutado bajo condiciones lo más cercanas posibles a la situación proyectada.

Para concluir, cabe señalar que las excepciones a este criterio general de escalamiento, más que ser una deficiencia del mismo, resultan de gran interés puesto que abren nuevas rutas de optimización de las instalaciones existentes. En tal contexto, la alternativa operacional más atractiva desde un punto de vista técnico será aquella que exhiba los más altos valores de S_i^E para cada malla. Esta última aseveración es fácilmente visualizable a partir de la ecuación (3.105), donde al analizar el caso N = 1 (mezcla perfecta) dicha ecuación se reduce a:

$$S_i^E = \frac{\dot{M}\,(F_i - F_i^{IN})}{P\,(1 - F_i)} \; ; \; i = \overline{1, n} \qquad (3.106)$$

$\dot{M}$ = t/h

P = kW

El numerador de (3.106) representa las TPH de fino (pasante malla "i") generadas en el molino, y el denominador representa la potencia aplicada al grueso (material retenido acumulado en la malla "i"). De aquí que la **función Selección Específica** pase a constituir un **factor de eficiencia energética en la molienda industrial.**

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS DEL CAPITULO 3

1. J.A. Herbst et al.; "Population Balance Models for Design of Continous Grinding Mills", 10th IMPC, 1973, London, p. 23-45.
2. A.L. Mular and J.A. Herbst; "Digital Simulation: An Aid for Mineral Processing Plant Design";. Book (2nd Ed.): "Mineral Processing Plant Design (Ch. 14)", p. 306-338. Mular-Bhappu Editors (AIME-SME, 1980).
3. A.J. Lynch; "Mineral Crushing and Grinding Circuits" (Book), 1st Edition, Elsevier Sc. Publ. Co., Amsterdam-Oxford-N. York, 1977.
4. L.G. Austin; R.R. Klimpel and P.T. Luckie; "Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling" (Book) 1st Edition, Guinn Printing Inc., Hoboken, N. Jersey, USA, 1984.
5. D.F. Kelsall and K.J. Reid; "The Derivation of a Mathematical Model for Breakage in a Small Continous Wet Ball Mill", Paper 4.2, Joint AICHE-Inst. of Chem. Engng. Meeting, London, 1965, p. 13.
6. L. Gutiérrez; "Simulación de la Molienda Continua", Tesis de Grado (Ing. Civil Metalúrgico), U. de Concepción, Chile, 1971. p. 1-26.
7. J.A. Herbst; G.A. Grandy and T.S. Mika; "On the Development and Use of Lumped Parameters Models for an Open and Closed-Circuit Grinding", Trans. IMM, Section C, Vol. 77, 1968, p. 193.
8. L. Gutiérrez and A.E. Oblad; "Simulação en Computador de Circuitos de Moagen-Classificação", VI Encontro Nac. de Trat. de Minérios e Hidromet., UFRJ, R. de Janeiro, Brasil, Sept. 1979.
9. J.E. Sepúlveda; "Apuntes de Clases; Curso: Análisis, Modelación y Optimización de Procesos de Conminución y Concentración". Prog. de Magister en Met. Extractiva, U. de Chile, Stgo., 1984.
10. L. Gutiérez; O. Ríos y A. Quiroz; "Dimensionamiento y Optimización de Circuitos Industriales de Molienda/clasificación, mediante Técnicas de Modelación Matemática"; Minerales, Vol. 37, Nº 157, 1982, p. 25-41.
11. J.A. Herbst and D.W. Fuerstenau; "The Zero Order Production of Fine Sizes in Conminution and its Implications in Simulation"; AIME Trans., Vol. 241, Dec. 1968, p. 538-548.
12. K. Rajamani; "Optimal Control of Closed Circuit Ball Mill Grinding", Ph. D. Dissertation, Univ. of Utah, 1979.
13. S.G. Malgham; "The Scale-up of Ball Mills using Population Balance Models". Dissertation, Univ. of California, Berkeley, 1976.
14. L.G. Austin; R.R. Klimpel and A.N. Beattie; "Solutions of Equations of Grinding", Zerkleinen 2nd European Symp. on Conminution, Amsterdam, 1966; Dechema - Monographien, Vol. 57, Pt. 1, 1967, p. 281-299.
15. J.A. Herbst and D.W. Fuerstenau; "Mathematical Simulation of Dry Ball Milling using Specific Power Information"; AIME Trans., Vol. 254, 1973, p. 373.
16. J.A. Herbst; K. Rajamani and D. Kinneberg; "ESTIMILL A Computer Program for the Simulation of Grinding Circuits"; Univ. of Uthah, 1977.
17. L. Gutiérrez; "Apuntes de Clases; Curso: Procesamiento de Minerales", Depto. Metalurgia, Univ. de Santiago de Chile, 1983.
18. J.A. Herbst and D.W. Fuerstenau; "Scale-up Procedure for Continous Grinding Mill Desing using Population Balance Models", Int. Journal of Min. Processing, Vol. 7, 1980, p. 1-31.
19. M. Siddique; "A Kinetic Approach to Ball Mill Scale-up for Dry and Wet Systems", Thesis; Univ. of Utah, S. Lake City, Utah, 1977, 106 p.
20. J.E. Sepúlveda; "Una Cuarta Ley" para la Molienda/Clasificación". Trab. presentado en el IV Simp. sobre Molienda, de ARMCO-Chile S.A., V. del Mar, Nov. 1984,

43 p.

21. T.O. Olsen and S.R. Krogh; "Mathematical Model of Grinding at Different Conditions in Ball Mills"; AIME Trans.; Pet. Eng., Vol. 252; p. 452-457.
22. L.G. Austin: "Understanding Ball Mill Sizing". Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., 12 (2), 1973, p. 121-129.
23. J. Menacho Ll.; "Modelo de Desgaste de Bolas y Optimización de su Perfil de Tamaño en Molinos Rotatorios Continuos". Tesis D. Sc. Ingeniería Metalúrgica, Univ. de Concepción, Chile, 1985.
24. J. Rojas; "Determinación del Consumo de Energía en la Molienda, utilizando un Molino de Torque de Laboratorio", Tesis de Grado (Ing. Civil Metalúrgico), U. de Santiago de Chile, 1985.
25. F. Concha A.; "Fundamentos Dinámicos de la Mineralurgia", Apuntes del Curso Panamericano de Metalurgia Estractiva, O.E.A., Univ. de Concepción, Chile, 1983.
26. K.J. Reid; "A Solution to the Batch Grinding Equation", Chem. Eng. Sci, Vol. 20, 1965, p. 953-963.
27. L.G. Austin and P.T. Luckie; "Grinding Equations and the Bond Work Index", Trans. AIME, Vol. 252, p. 259-266; 1972.
28. R.F. Yap, J.L. Sepúlveda and R. Jauregui; "Determination of the Bond Work Index using an Ordinary Laboratory Batch Ball Mill" (ver Ref. 24, Cap. 2).
29. J.A. Lynch et al.; "Developing the Optimum Perfomance of a Multi-Stage Grinding Circuit", Trans. Inst. Min. Met., V. 76, 1967, p. C 169-182.
30. S.R. Broadbent and T.G. Callcott; "A Matrix Analysis of Processes involving Particle Assemblies", Phil. Trans. A., V. 249 (960), Nº 99; 1956.
31. T.G. Callcot; "Tumbling Mills and Breakage Processes", Proc. Aust. I.M.M., V. 181, Nº 1; 1957.
32. T.G. Callcott and A.J. Lynch; "An Analysis of Breakage Processes within Rod Mills", Proc. Aust. I.M.M., V. 209, Nº 109; 1964.
33. A.J. Lynch; "A Mathematical Model of a Multi-Stage Conminution System". Preprint 10 D. 58th Annual Meeting, A.I. Ch. E., 1965.
34. N. Draper and A.J. Lynch; "An Analysis of the Performance of Multi-Stage Conminution and Cyclone Clasification Circuits", Proc. Aust. I.M.M., Vol. 213, Nº 89; 1965.
35. A.J. Lynch; "Matrix Models of Certain Mineral Dressing Processes". Ph. D. Thesis, Univ. of Queensland, Australia, 1964.
36. W.J. Whiten; "The Simulation of Crushing Plants with Models developed using Multiple Spline Regression" 10th Int. Symp. on the Application of Computer Methods in the Mineral Industry (APCOM), Journal of the South African Inst. of Mining & Metallurgy, p. 257-264; May 1972.
37. K. Rajamani and J.A. Herbst. "Simultaneous Estimation of Selection and Breakage Functions from Batch, and Continuous Grinding Data", Trans. IMM, Vol. 93, p. c74, 1984.
38. J.E. Sepúlveda; "CIMMULA: Rutinas Computacionales para el Diseño, Optimización y Control de Circuitos de Conminución", Estudio CIMM E-401, 1985.

CAPITULO 4

TEORIAS MODERNAS DE CLASIFICACION

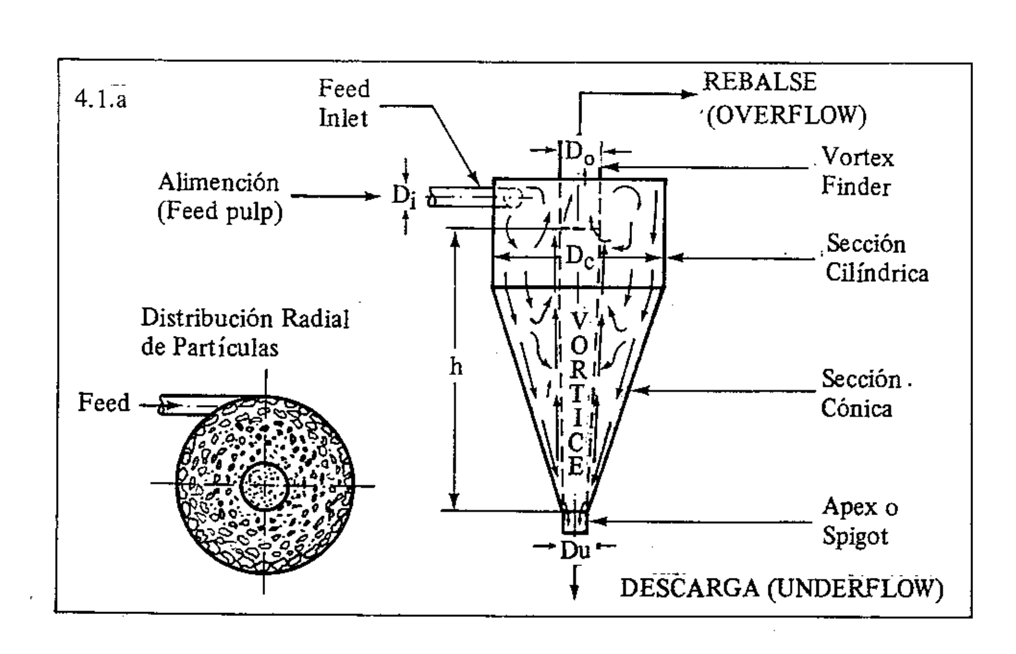
4.1 Introducción

La mayoría de los circuitos industriales de molienda operan en circuito cerrado con clasificadores, de manera tal que:

(a) El producto final del circuito de molienda generalmente coresponde al producto fino (o rebalse) del clasificador;
(b) La alimentación al circuito de molienda consiste en parte, o totalmente, del producto grueso (o descarga) proveniente de un clasificador, y
(c) La eficiencia global del circuito de molienda es afectada notoriamente por la eficiencia de separación del clasificador.

Las razones anteriores son de suficiente importancia como para justificar el desarrollo de modelos matemáticos adecuados, capaces de describir el comportamiento de hidrociclones y/u otras unidades industriales de clasificación operando en circuitos cerrados de molienda-clasificación, con miras a la optimización global del proceso.

La Figura 4.1a muestra esquemáticamente el recorrido típico de las partículas finas y gruesas dentro de un hidrociclón. Se observa en general que para el caso de un material con densidad homogénea, las partículas gruesas y finas serán separadas por efecto de la fuerza. centrífuga y de la gravedad. Dentro del hidrociclón, la masa de agua y de partículas minerales



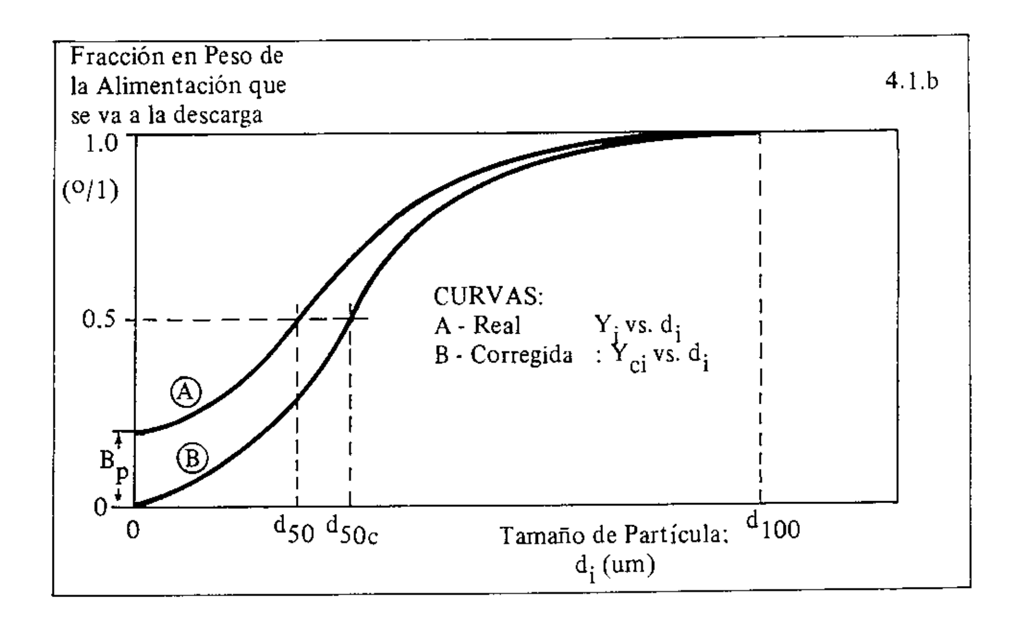


FIGURA 4.1. Esquema Típico de un Hidrociclón y Curvas de Eficiencia Real y Corregida.

seguirá una trayectoria helicoidal, creándose un vórtice de baja presión, por efecto del cual las partículas finas saldrán del hidrociclón a través del Vortex Finder, una conexión que une la región del vórtice al rebalse del clasificador. Las partículas más gruesas, por su parte, debido a su mayor masa, se ubicarán más cerca de la periferia (o paredes del hidrociclón), abandonando entonces el clasificador por el orificio de descarga.

En el caso específico del hidrociclón, podremos suponer que el producto grueso en la descarga estará formado por dos componentes[1,2,5]:

(a) Partículas gruesas que aparecen en la descarga como resultado del proceso mismo de clasificación, y

(b) Partículas finas que son arrastradas por el agua hacia la descarga del hidrociclón. Se acostumbra decir entonces que estas partículas finas han "corto-circuitado" el proceso normal de clasificación en el hidrociclón, pasando directamente desde la alimentación hacia la descarga del clasificador.

Para describir el proceso de clasificación dentro del hidrociclón, se acostumbra definir una CURVA DE PARTICION o CURVA DE EFICIENCIA REAL, tal como se ilustra en la Fig. 4.1.b. Dicha curva especifica, en función de la granulometría, la fracción en peso de partículas que pasan desde la alimentación a la descarga, bajo condiciones de operación estacionarias. En dicha figura, puede observarse que para los tamaños más gruesos la eficiencia real es casi 100%, indicando que en este rango granulométrico casi todas las partículas saldrán por la descarga del hidrociclón. No obstante, se observa que para los tamaños más finos la eficiencia no es 0%, indicando que una pequeña cantidad de finos será arrastrada por el agua hacia la descarga del clasificador. El fenómeno anterior se denomina generalmente "bypass" o cortocircuito, y se ilustra también en la Figura 4.1 bajo el nombre de CURVA DE PARTICION CORREGIDA (es decir, corregida por el efecto de bypass).

Efectuando un balance de masa global, podremos establecer la siguiente relación

matemática entre las curvas de eficiencia real y corregida[1,2]:

$$Y = Y_c (1 - B_p) + Bp \quad (4.1)$$

Donde:

Y	=	eficiencia real para partículas de tamaño d; (°/1)
Y_c	=	eficiencia corregida (partículas de tamaño d); (°/1)
B_p	=	fracción en peso correspondiente al Bypass = partición del agua para el Underflow.
$Y_c \cdot (1 - B_p)$	=	fracción en peso de partículas de tamaño d, realmente clasificada.
B_p	=	fracción en peso de partículas de tamaño d, arrastrada por el agua hacia la descarga.

De esta manera, con los correspondientes valores de eficiencia real (Y) para cada rango granulométrico, podremos calcular Y_c a través de la relación inversa:

$$Y_c = (Y - B_p) / (1 - B_p) \quad (4.2)$$

4.2 Modelos Empíricos más Usuales, de Clasificación vía Hidrociclones.

A.– Modelo de Lynch-Rao[3]

Lynch y Rao han desarrollado un conjunto de 4 ecuaciones empíricas, válidas para ciclones industriales (de 15 a 26 pulgadas diámetro), tratando pulpas de 0 a 70% de sólidos en peso y a presiones excediendo 4 psig. No obstante, estas ecuaciones pueden también ser generalizadas para ciclones de menor diámetro (según se verá más adelante). El modelo aplica bajo condiciones normales de operación, según las cuales el diámetro del Vortex es considerablemente mayor que el diámetro del apex, y cuando el % de sólidos en la descarga es inferior a un cierto valor máximo límite, para evitar el "roping effect" (efecto de Cordel).

– ECUACION DE CAPACIDAD VOLUMETRICA

$$Q = A_o (P)^{A_1} (VF)^{A_2} (100 - PSF)^{A_3} \quad (4.3)$$

Donde:

Q	=	caudal volumétrico de pulpa alimentada al ciclón; (m^3/h)
P	=	presión de alimentación al ciclón; (psi)
VF	=	diámetro del Vortex Finder (abertura rebalse); (pulg)
PSF	=	% sólidos en peso de alimentación al ciclón
A_o, A_1, A_2, A_3	=	constantes típicas para el sistema mineral/hidrociclón utilizado.

Los valores de A_1, A_2 y A_3 obtenidos por Lynch-Rao, para ciclones industriales, son:

$A_1 = 0{,}5$
$A_2 = 1{,}0$
$A_3 = 0{,}125$

La constante A_o dependerá entonces de la combinación mineral/hidrociclón, debiendo ser determinada empíricamente para cada tipo de mineral ensayado.

– ECUACION DE DISTRIBUCION DEL AGUA

$$WOF = B_o + B_1 (WF) + B_2 \, SPIG) \qquad (4.4)$$

Donde:

WOF	=	flujo másico de agua en el rebalse (TPH)
WF	=	flujo másico de agua en la alimentación (TPH)
SPIG	=	diámetro del apex (abertura de descarga o Spigot); (pulg)
B_o, B_1, B_2	=	constantes típicas para cada sistema mineral/ciclón investigado.

Los valores de B_1 y B_2 obtenidos por Lynch-Rao, para ciclones industriales son:

$B_1 = 1{,}1$
$B_2 = -10{,}0$

La constante B_o deberá entonces ser calculada empíricamente, para el tipo de mineral ensayado.

– ECUACION DE d_{50} CORREGIDO

$$\ln d_{50}(corr) = C_o + C_1 (VF) + C_2 (SPIG) + C_3 (P) + C_4 (WOF) \qquad (4.5)$$

Donde:

d_{50} (corr)	=	tamaño de partícula en micrones, correspondiente al material clasificado que tiene la misma probabilidad de aparecer en el rebalse o la descarga del clasificador.
C_o, C_1, C_2, C_3 y C_4	=	constante típicas para cada sistema mineral/ciclón investigado.

Los valores de C_1, C_2, C_3 y C_4, determinados por Lynch-Rao, para hidrociclones industriales (donde VF y SPIG son expresados en pulgadas, P en psig y WOF en TPH), están dados por:

$C_1 = 1/2{,}6 = 0{,}3846$
$C_2 = -1/3{,}5 = -0{,}2857$
$C_3 = 1/10{,}7 = 0{,}0935$
$C_4 = -1/52 = -0{,}0192$

La constante C_o deberá entonces nuevamente ser determinada en forma empírica, para cada caso en particular.

– ECUACION PARA CURVA DE EFICIENCIA REDUCIDA

Lynch y Rao determinaron empíricamente que la curva de eficiencia corregida puede ser expresada en función de la variable adimensional d/d_{50} (corr), a través de la siguiente fórmula:

$$Y_c = [\exp(\alpha \cdot d/d_{50}(\text{corr})) - 1] / [\exp(\alpha \cdot d/d_{50}(\text{corr})) + \exp(\alpha) - 2] \qquad (4.6)$$

Donde:

α = parámetro característico del material siendo clasificado
d = temaño de partícula (µm)
d_{50} (corr) = valor de d_{50} corregido (µm)
Y_c = eficiencia corregida para partículas de tamaño d = eficiencia reducida para partículas con tamaño adimensional d/d_{50} (corr).

El valor de d_{50} (corr) puede ser estimado aproximadamente del gráfico, "Y_c versus d" (igual al valor de d para Y_c = 0,5, en Fig. 4.1.b). La Ecuación (4.6) es una función explícita de la variable adimensional d/d_{50}(corr), y, según Lynch-Rao, Y_c no debería variar con las condiciones de operación.

Una vez estimado el valor de d_{50} (corr), el correspondiente valor aproximado de α podrá ser calculado según:

$$\left[\frac{d\,Y_c}{d\,x}\right]_{x=1} = \frac{\alpha \cdot e^{\alpha}}{4(e^{\alpha}-1)} = Y'_c \qquad (4.7)$$

Donde: $x = d/d_{50}$ (corr)

$Y'_c = \left[\frac{d\,Yc}{dx}\right]_{x=1}$ = pendiente de la curva "Yc versus x", para x = 1, o sea para d = d_{50} (corr). Este valor se determina en forma gráfica.

La Ec. (4.7) deberá ser resuelta en forma iterativa. Como primera aproximación, calcule: $\alpha \simeq 4 \cdot Y'_c$ lo cual es válido para valores grandes de α, es decir, para exp $(\alpha) \gg 1$. Una vez estimado $\alpha_1 \simeq 4 \cdot Y'_c$ el valor de α_2 (para la segunda iteración) podrá ser calculado según:

$$\alpha_2 = 4(1 - e^{-\alpha_1})\,Y'_c \qquad (4.8)$$

Calculado α_2, el valor de α_3 podrá ser calculado como:

$$\alpha_3 = 4(1 - e^{-\alpha_2})\,Y'_c \text{ ; etc.} \qquad (4.9)$$

En general, para la n-ésima iteración, tendremos:

$$\alpha_n = 4(1 - e^{-\alpha_{n-1}})\,Y'_c \qquad (4.10)$$

El cálculo anterior deberá ser repetido el número de veces necesario, hasta que el sistema converja (deberá establecerse una tolerancia máxima permisible).

El procedimiento de cálculo indicado es tedioso de ser realizado a mano; no obstante, es fácilmente programable en el computador. Generalmente, podremos suponer que el gráfico "Y_c versus d" es aproximadamente lineal en la cercanía de d = d_{50} (corr), de modo que podremos elegir dos puntos que encierren el valor de d_{50} (corr), para de allí estimar el valor de d_{50} (corr) mediante una simple interpolación lineal. Conocido d_{50} (corr), podremos calcular la pendiente de la recta ajustada para dichos puntos (Y'_c) y estimar "α" utilizando el método iterativo arriba mencionado (ecuaciones 4.7 a 4.10).

Los valores de α y d_{50} (corr) así calculados pueden ser entonces utilizados como UNA PRIMERA ESTIMACION de los valores más apropiados de dichos parámetros, pudiendo posteriormente ser incluidos en un PROGRAMA DE REGRESION NO LINEAL, el cual, utilizando la conocida técnica de MINIMOS CUADRADOS, ajustará ambos parámetros en forma SIMULTANEA.

– UTILIZACION DEL MODELO DE LYNCH-RAO

En primer lugar, deberemos definir el tamaño de hidrociclón requerido para las pruebas de clasificación a ser desarrolladas. En caso de utilizarse hidrociclones industriales de gran tamaño (15-26" diámetro), bastaría con calcular los parámetros A_o, B_o, C_o y α en las Ec. (4.3) a (4.6) antes mencionadas, ya que el resto de constantes A_1, A_2, A_3,, B_1 B_2, C_1, C_2 C_3 y C_4 ya fueron determinadas por Lynch-Rao, de trabajo experimental realizado en planta (ver Ec. 4.3 a 4.6). En el caso que las condiciones anteriores no se cumplan, será necesario efectuar un detallado trabajo experimental, diseñado apropiadamente para calcular todas las constantes A_i, B_i, C_i y α involucradas en el modelo de Lynch-Rao. Una vez calculados los parámetros en referencia (A_i; i = $\overline{0,3}$; B_j; j = $\overline{0,2}$; C_k; k = $\overline{0,4}$ y parámetro α), se podrá simular cualquier condición de operación en el hidrociclón, tendiente a la optimización global del proceso de clasificación.

Supongamos por ahora que sólo necesitamos calcular los parámetros A_o, B_o, C_o y α para un sistema mineral/hidrociclón determinado. El conjunto de etapas a realizar es el siguiente:

– CALCULO DE LAS CONSTANTES DEL HIDROCICLON

En primer lugar, deberemos asegurarnos que el hidrociclón se encuentra operando bajo condiciones estacionarias, procediendo entonces a muestrear y analizar los flujos de alimentación, rebalse y descarga. Si el caudal volumétrico de alimentación y la presión de entrada al hidrociclón son conocidos, será posible calcular entonces todas las constantes del sistema mineral/hidrociclón. Utilizando los valores de dichas constantes, podremos predecir el comportamiento del hidrociclón bajo cualquier condición operacional **nueva** deseada. La secuencia de etapas a seguir es la siguiente:

(i) Mida las dimensiones del VF y SPIG (aberturas de rebalse y descarga, respectivamente, en pulgadas).
(ii) Mídase también la presión de alimentación (P; psig), el caudal de alimentación (Q; m^3/h) y el % de sólidos en peso de la pulpa alimentada al hidrociclón (PSF; %).
(iii) Tómese muestras del rebalse y descarga del hidrociclón, midiéndose los % de sólidos en peso y las distribuciones granulométricas para cada uno de estos flujos.
(iv) Calcule el valor de la constante A_o en ecuación (4.3).
(v) Calcule las TPH de agua en la alimentación y rebalse del hidrociclón, utilizando fórmula de dos productos (balance de masa p/sólido y agua).
(vi) Calcule constante B_o desde ecuación (4.4).
(vii) Calcule la distribución granulométrica de alimentación, utilizando los análisis gra-

nulométricos de rebalse y descarga, mediante un balance de masas global.

(viii) Convierta todas las distribuciones granulométricas en peso, a TPH de material retenido sobre cada fracción granulométrica, para los flujos de alimentación, rebalse y descarga.

(ix) Calcule la proporción en peso de agua de la alimentación que se va a la descarga del hidrociclón.

(x) Calcule la masa de material para cada fracción de tamaño en la alimentación, que cortocircuitando el proceso de clasificación es arrastrada por el agua hacia la descarga del hidrociclón.

(xi) Substraiga este material de la alimentación y descarga del ciclón.

(xii) El material remanente en la descarga habrá aparecido allí como consecuencia del proceso de clasificación del material remanente existente en la alimentación. Calcule entonces el % de material en cada fracción granulométrica de la alimentación que se ha ido a la descarga como resultado de la clasificación. Grafique la curva de eficiencia corregida y de allí encuentre el valor de d_{50} (corregido).

(xiii) Calcule la constante C_o, desde ecuación (4.5).

(xiv) Convierta la escala de tamaños (d) a la forma adimensional ($d/d_{50}(corr)$), y grafique la curva de eficiencia reducida.

(xv) Grafique varias curvas de acuerdo a la Ec. (4.6), para diferentes valores de "α", y encuentre el mejor valor de "α", o bien:
Considere todos los puntos de la curva de eficiencia corregida, calculando simultáneamente los mejores valores de α y $d_{50}(corr)$, de acuerdo a la técnica de mínimos cuadrados, utilizando para ello alguna técnica apropiada de regresión no lineal.

– CALCULO DE LOS PRODUCTOS DEL MISMO HIDROCICLON, BAJO CONDICIONES OPERACIONALES DIFERENTES.

Una vez calculados los parámetros A_o, B_o, C_o y α, podremos predecir el comportamiento del hidrociclón bajo cualquier otra condición operacional deseada. Los pasos a seguir son los siguientes:

(i) Calcule el nuevo caudal volumétrico de pulpa, o presión de alimentación al hidrociclón (dependiendo cual sea la incógnita), mediante la ecuación (4.3).

(ii) El flujo volumétrico de agua en la alimentación podrá ser calculado utilizando el valor de Q (calculado en etapa anterior), y el % de sólidos en peso de la pulpa alimentada al hidrociclón.

(iii) Calcule el flujo másico de agua en el rebalse, mediante la ecuación (4.4).

(iv) Calcule por diferencia el flujo másico de agua en la descarga. De allí, calcule el "bypass" de agua = TPH agua en la descarga/TPH agua en la alimentación.

(v) Calcule el peso de partículas de cada tamaño que aparecen en el underflow (descarga), debido al arrastre del agua.

(vi) Calcule el valor de $d_{50}(corr)$ para la operación, mediante la ecuación (4.5).

(vii) Calcule el flujo másico de partículas para cada rango de tamaño en la alimentación que aparece en la descarga debido al proceso mismo de clasificación. Para ello utilice los valores de $d_{50}(corr)$ y la ecuación (4.6).

(viii) Calcule la masa total, análisis granulométricos y % de sólidos en el flujo de descarga.

(ix) Idem que (viii), pero en el flujo de rebalse.

Toda la secuencia de cálculo anterior es larga y tediosa, no obstante, es fácilmente programable en el computador. Existe en CIMM un programa de computación que permite calcular los parámetros del hidrociclón (A_o, B_o, C_o y α) y a la vez simular el comportamiento

del hidrociclón para cualquier cambio deseado en las condiciones operacionales. Dicho programa incluye una Subrutina que calcula los parámetros d_{50}(corr) y α, utilizando un método iterativo de regresión no lineal, según ya se mencionaba anteriormente.

En la Sección 4.3 se incluye un ejemplo detallado de Simulación de Hidrociclones, basado en el modelo de Lynch-Rao.

B.— Modelo de L.R. Plitt[4,6]

L.R. Plitt desarrolló en 1976 un modelo matemático de estructura similar al modelo de Lynch-Rao, pero con algunas diferencias importantes. En general, los mecanismos de clasificación y de bypass se igualan a los de Lynch-Rao. Sin embargo, el principio de constancia de la curva de eficiencia reducida es argumentado, de igual forma que la dependencia de partición del agua en términos exclusivos del diámetro del apex y del flujo másico de agua en la alimentación. Esto es, de acuerdo al modelo de Lynch-Rao:

$$B_p = WUF/WF = (WF - WOF) / WF = 1 - WOF/WF \qquad (4.11)$$

De acuerdo a la ecuación (4.4):

$$WOF/WF = B_o/WF + B_1 + B_2\,(SPIG/WF) \qquad (4.12)$$

Donde: WUF = TPH de agua en la descarga del hidrociclón

Luego:

$$B_p = 1 - B_1 - B_o/WF - B_2\,(SPIG/WF) \qquad (4.13)$$

O sea:

$$B_p = f\,(SPIG, WF, B_o, B_1, B_2) \qquad (4.14)$$

tal como discutíamos anteriormente, para el modelo de Lynch-Rao.

– **CURVA DE EFICIENCIA CORREGIDA.**

Plitt adoptó la ecuación:

$$Y_c = 1 - \exp\,[-\ln a\,(d/d_{50}(corr))^m] \qquad (4.15)$$

para representar la curva de eficiencia corregida del hidrociclón. Basándose en resultados empíricos y efectuando un detallado análisis estadístico, Plitt concluyó que su ecuación ajustaba con igual precisión a los valores experimentales, comparada con la ecuación (4.6) de Lýnch-Rao.

Las restricciones más importantes a ser cumplidas por la Ec. (4.15) son: (a) para $d = d_{50}$(corr), $Y_c = 0{,}5$; (b) para $d = 0$, entonces $Y_c = 0$; (c) para $d \to \infty$, entonces $Y_c = 1$. Luego:

$$0{,}5 = 1 - \exp\,(-\ln a)$$

O sea: $a = 2$; reemplazando este valor en Ec. (4.15), se obtiene finalmente:

$$Y_c = 1 - \exp\left[- \ln 2 \cdot (d/d_{50}(corr))^m \right] \quad (4.16)$$

O su forma equivalente:

$$Y_c = 1 - \exp\left[- 0{,}69315 \cdot (d/d_{50}(corr))^m \right] \quad (4.17)$$

La Ec. (4.17) indica que la curva de clasificación corregida puede ser representada apropiadamente por una expresión matemática del tipo Rosin - Rammler. El valor del parámetro "m" constituye una medida directa de la eficiencia global de clasificación. De esta forma, si m >3, tendremos el caso de una clasificación nítida de partículas gruesas y finas en los flujos de descarga y rebalse del hidrociclón, respectivamente. Valores de "m" inferiores a 2 indicarán una separación relativamente pobre entre partículas gruesas y finas, y así sucesivamente.

La ecuación de eficiencia corregida (Ec. 4.6) propuesta por Lynch-Rao utiliza el parámetro "α" para medir la eficiencia global de clasificación (Sharpness of classification), en forma análoga al parámetro "m" propuesto por Plitt.

La Ec. (4.17) puede ser linearizada, de la siguiente manera:

$$\underbrace{\ln \ln \left[\frac{1}{1 - Y_c}\right]}_{\hat{Y}} = \underbrace{\left[\ln \ln 2 - m \ln d_{50}(corr)\right]}_{B_o} + \underbrace{m \cdot \left[\ln d\right]}_{B_1 \cdot X} \quad (4.18)$$

Por lo tanto:

$m = B_1$ = pendiente de la recta ajustada (técnica de mínimos cuadrados)

$d_{50}(corr) = \exp\left[(\ln \ln 2 - B_o) / m \right] = \exp\left[(-0{,}36651 - B_o)/B_1 \right] =$

= punto correspondiente a la relación: $2 = 1/(1 - \hat{Y}c)$

La correlación aproximada existente entre los parámetros m y α está dada por:

$$m \simeq 0{,}72135 \cdot \alpha / (1 - \exp(-\alpha)) \quad (4.19)$$

La cual puede a su vez ser aproximada por las siguientes expresiones:

$$m \simeq 0{,}72135 + 0{,}43956 \cdot (\alpha)^{1,15728}; \text{ para } 0 \leqslant \alpha \leqslant 4{,}2 \quad (4.20)$$

$$m \simeq 0{,}72135 \cdot \alpha \quad ; \text{ para } \alpha \geqslant 4{,}2 \quad (4.21)$$

O bien:

$$\alpha \simeq 2{,}03454 \cdot [\, m - 0{,}72135 \,]^{0,8641} \quad ; \text{ para } m < 3{,}1 \quad (4.22)$$

$$\alpha \simeq 1{,}38629\, m \quad ; \text{ para } m \geqslant 3{,}1 \quad (4.23)$$

Las ecuaciones (4.19) a (4.23) permiten correlacionar, entonces, las ecuaciones de eficiencia corregida para ambos modelos propuestos (Lynch-Rao y Plitt).

ECUACION DE d_{50} CORREGIDO

La ecuación de $d_{50}(corr)$ utilizada por Plitt es del tipo:

$$d_{50}(corr) = \frac{A_o \cdot D_c^{A_1} \cdot D_i^{A_2} \cdot D_o^{A_3} \cdot \exp(A_4 \cdot Sv)}{D_u^{A_5} \cdot h^{A_6} \cdot Q^{A_7} \cdot (\rho_s - \rho_\ell)^{A_8}} \tag{4.24}$$

Donde:

$d_{50}(corr)$ = valor de d_{50} corregido (micrones)

D_c = diámetro interno del hidrociclón, medido en la parte inferior del Vortex Finder (pulgadas)

D_i diámetro interno de la abertura de alimentación al hidrociclón, o bien $(4\ A_i/\pi)^{0,5}$ para entradas no circulares (pulg.)

A_i = área de la sección transversal de entrada al hidrociclón (pulg^2)

D_o = diámetro interno de la abertura de rebalse, o Vortex Finder del hidrociclón (pulg)

Sv = % volumétrico de sólidos en la pulpa alimentada al hidrociclón (%)

Du = diámetro interno de la abertura de descarga (apex) del hidrociclón (pulg)

h = "Free Vortex Height" del hidrociclón, definida como la distancia entre la parte inferior del Vortex Finder y la parte superior del apex (orificio de descarga); (pulg)

Q = flujo volumétrico de pulpa alimentado al hidrociclón (pie^3/min)

ρ_s, ρ_ℓ = densidades del sólido y del líquido, respectivamente (g/cm^3).

$A_o, A_1, ..., A_8$ = constantes del modelo ajustado (función del material y del equipo), debiendo ser determinadas experimentalmente para cada tipo de mineral e hidrociclón utilizados. A falta de dicha información experimental, Plitt propone utilizar los siguiente valores:

$A_1 = 0,46$; $A_5 = 0,71$; ($A_o = 35$, ver *)
$A_2 = 0,60$; $A_6 = 0,38$
$A_3 = 1,21$; $A_7 = 0,45$
$A_4 = 0,063$; $A_8 = 0,50$

(*) Utilizando los valores de las constantes anteriores, deberemos de todas maneras determinar empíricamente el valor de la constante A_o (función del material y probablemente también del equipo de clasificación). En caso de no poder realizarse pruebas experimentales, deberá utilizarse el valor propuesto por Plitt; $A_o = 35$.

- **ECUACION DEL PARAMETRO "m" (Sharpness of Separation)**

Plitt propone también la siguiente ecuación para calcular el parámetro "m" en función de las variables de diseño y de operación del hidrociclón:

$$\ln m = K_o + K_1 (1 - Rv) + K_2 \ln (D_c^2 h/Q) \qquad (4.25)$$

Donde:

$$Rv = \frac{Qu}{Q} = \frac{S}{1+S} \qquad (4.26)$$

S = distribución de caudales volumétricos (Flow split) del rebalse y descarga del hidrociclón = Q_u/Q_o

Q, Qo, Qu = flujos volumétricos de pulpa de alimentación, rebalse y descarga del hidrociclón, respectivamente (pie^3/min).

K_o, K_1, K_2 = constantes del modelo ajustado (función del material y del equipo). Los valores propuestos por Plitt son: $K_o = -1$; $K_1 = 1,58$; $K_2 = 0,15$.

- **ECUACION DE DISTRIBUCION DE CAUDALES VOLUMETRICOS DE REBALSE Y DESCARGA (Flow Split).**

$$S = \frac{B_o \cdot (D_u/D_o)^{B_1} \cdot (h)^{B_2} \cdot (Du^2 + D_o^2)^{B_3} \cdot \exp (B_4 \cdot Sv)}{H^{B_5} \cdot D_c^{B_6}} \qquad (4.27)$$

Donde:

H = presión estática de pulpa alimentada, en pies $= 2,31\ P/\rho$
P = presión de alimentación (psig)
ρ = densidad de la pulpa de alimentación (g/cm^3)
$B_o, B_1, ..B_6$ = constantes del modelo ajustado (función del material y del equipo), debiendo ser determinadas experimentalmente para cada tipo de mineral e hidrociclón. A falta de dicha información, Plitt propone utilizar los siguientes valores:

($B_o = 2,9$)(*)
$B_1 = 3,31$; $B_4 = 0,0054$
$B_2 = 0,54$; $B_5 = 0,24$
$B_3 = 0,36$; $B_6 = 1,11$

Además:

$$S = \text{Flow Split} = Q_u/Q_o \qquad (4.28)$$

(*) Utilizando los valores de las constantes B_1 a B_6, indicados anteriormente, deberemos en lo posible determinar empíricamente el valor de la constante B_o (función del material y probablemente del equipo); o en caso contrario, suponer $B_o = 2,9$.

$Q \;=\; Q_o + Q_u$

Con los valores de m y d_{50}(corr), calculados según las Ec. (4.25) y (4.24) respectivamente, podrá determinarse fácilmente la curva de eficiencia corregida, de acuerdo al modelo de Plitt. La eficiencia real o curva de clasificación real podrá ser entonces obtenida a través de las siguientes etapas de cálculo:

(a) Deberemos primeramente calcular el Bypass:

$$B_p = (R_v - R_s \cdot \phi) \;/\; (1 - \phi) \tag{4.29}$$

Donde: B_p = fracción en peso de agua de alimentación, que aparece en la descarga del hidrociclón (°/1)

$$R_v = Q_u / Q = S / (1 + S) \tag{4.30}$$

S = flow split, determinado mediante ecuación (4.27)

R_s = MS_u / MS_f = fracción en peso de sólido de alimentación, que aparece en la descarga del hidrociclón (°/1)

MS_u = TPH de sólidos en el flujo de descarga del hidrociclón

MS_f = TPH de sólidos en el flujo de alimentación del hidrociclón

ϕ = $S_v/100$ = fracción volumétrica de sólidos en la pulpa alimentada al hidrociclón (°/1)

La partición de agua en la descarga no está correlacionada explícitamente con las variables de operación, como en el modelo de Lynch-Rao, no obstante, el valor de B_p podrá ser calculado en función de R_v, R_s, y S_v. El valor de S_v (% volumétrico de sólidos en pulpa de alimentación) es un dato conocido; el valor de $R_v = S / (1 + S)$ está correlacionado con las variables de operación a través de la Ec. (4.27) y el valor de R_s = partición global de sólidos en la descarga podrá ser calculado de la siguiente manera:

$$R_s = MS_u / MS_f \tag{4:31}$$

Para cada rango granulométrico tendremos:

$$Y_i = \frac{MSu \cdot ui}{MS_f \cdot f_i} = \text{partición real para i-ésima fracción granulométrica} = R_s \left[\frac{u_i}{f_i} \right] \tag{4.32}$$

Donde las letras (y/o subíndices) f, u, o se refieren a alimentación, descarga y rebalse del hidrociclón, respectivamente (u_i = fracción en peso de material retenido sobre la i-ésima malla, en la descarga, etc. ...).

Reordenando la Ec. (4.32) y sumando para todas las fracciones granulométricas, obtendremos:

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i \cdot f_i = R_s \cdot \sum_{i=1}^{n} ui = R_s \qquad (4.33)$$

De esta manera:

$$R_s = \Sigma\ Y_i f_i = \Sigma\ f_i \cdot [Y_{ci}(1-B_p) + B_p] =$$
$$= (1-B_p)\ \Sigma\ f_i \cdot Y_{ci} + B_p \Sigma f_i$$

Finalmente:

$$R_s = (1 - B_p) \cdot R_{sc} + B_p \qquad (4.34)$$

Donde:

$R_{sc} = \Sigma f_i \cdot Y_{ci}$ = Partición corregida global de sólidos

Sustituyendo (4.34) en la ecuación (4.29)

$$B_p = \frac{R_v - [(1 - B_p) R_{sc} + B_p] \cdot \phi}{1 - \phi} \qquad (4.35)$$

Despejando B_p de la ecuación anterior:

$$B_p = \frac{R_v - R_{sc} \cdot \phi}{1 - R_{sc} \cdot \phi} \qquad (4.36)$$

Con el Bypass (B_p) y la partición corregida será posible calcular la partición real de sólidos y de agua ($= B_p$), conduciendo a una definición completa de los productos de rebalse y descarga del hidrociclón.

Finalmente, necesitamos de la relación "presión-capacidad" del hidrociclón.

– **ECUACION "PRESION VS. CAPACIDAD"**

Plitt encontró la siguiente expresión matemática para correlacionar los datos de presión vs. capacidad de hidrociclón:

$$P = \frac{Co \cdot Q^{C_1} \cdot \exp(C_2 \cdot S_v)}{D_c^{C_3} \cdot D_i^{C_4} \cdot h^{C_5} \cdot (Du^2 + D_o^2)^{C_6}} \qquad (4.37)$$

O bien:

$$Q = E_o \cdot P^{E_1} \cdot D_c^{E_2} \cdot D_i^{E_3} \cdot h^{E_4} \cdot (D_u^2 + D_o^2)^{E_5} \cdot \exp(-E_6 \cdot S_v) \qquad (4.38)$$

Unidades: P – psi
Q – pie^3/min

D_c, D_o, D_u, D_i, h – pulgadas
S_v – porciento

$C_o, C_1 ..., C_6$ = constantes (ecuación 4.37)	}	a ser determinadas experimentalmente p/cada sistema mineral/hidrociclón investigado.
$E_o, E_1 ..., E_6$ = " (ecuación 4.38)		

Plitt propone utilizar los siguientes valores de constantes:

$(C_o = 4{,}7)^*$; $C_1 = 1{,}78$; $C_2 = 0{,}0055$; $C_3 = 0{,}37$; $C_4 = 0{,}94$; $C_5 = 0{,}28$; $C_6 = 0{,}87$

$(E_o = 0{,}21)^*$

$E_1 = 0{,}56$; $E_2 = 0{,}21$; $E_3 = 0{,}53$; $E_4 = 0{,}16$; $E_5 = 0{,}49$; $E_6 = 0{,}0031$

C.— *Discusión sobre los Modelos de Lynch-Rao y Plitt.*

Los dos modelos más usuales de ciclonaje presentados en este Capítulo, dan resultados bastante compatibles con valores residuales (diferencias entre valores predichos y datos experimentales) esencialmente iguales bajo condiciones típicas de operación. No obstante, el modelo de Plitt tiene una ligera ventaja con respecto al de Lynch-Rao, debido a los siguientes factores:

(1) La partición de agua en el modelo de Plitt depende de todas las variables de operación, mientras que Lynch y Rao presuponen que depende solamente del caudal de agua alimentado y del diámetro del apex.

(2) Los parámetros m y d_{50}(corr) de la curva de eficiencia corregida del modelo de Plitt pueden ser calculados mediante simple regresión lineal, en cambio los parámetros α y d_{50}(corr) del modelo de Lynch-Rao deberán ser calculados mediante técnicas de regresión no lineal; i.e., a través de un procedimiento de cálculo iterativo.

(3) La precisión de ambas ecuaciones de eficiencia corregida (Plitt y Lynch-Rao) es aproximadamente la misma; no obstante, Lynch y Rao presuponen que la curva de partición corregida en función de la variable adimensional d/d_{50}(corr) es constante, mientras que Plitt admite variaciones de la misma en función de las condiciones de operación, para lo cual incluso suministra pruebas estadísticas.

(4) Plitt ha logrado identificar algunas nuevas combinaciones de factores que tienen una mejor correlación con los parámetros del modelo, especialmente la combinación $(D^2 h/Q)$ que depende del tiempo promedio de residencia de la pulpa dentro del hidrociclón, y $(D_o^2 + D_u^2)$ que depende del área total de salida del ciclón.

(5) Plitt ha incluido en su análisis estadístico de variables los resultados de aproximadamente 300 pruebas experimentales realizadas por Lynch-Rao, abarcando así una gran variedad de condiciones operacionales con diversos tipos de materiales ensayados. Es por ello que el modelo de Plitt es considerado de tipo más general (sirviendo tanto para optimización y control de procesos como para efectos de dimensionamiento de equipos de clasificación).

(*) Aunque utilicemos los valores de las constantes C_1 a C_6 y E_1 a E_6, propuestas por Plitt, deberemos de todas maneras calcular empíricamente los parámetros C_o y E_o (función del material y del equipo); o en caso contrario suponer los valores $C_o = 4{,}7$; $E_o = 0{,}21$, indicados anteriormente.

Más aún, en caso que no se disponga de datos experimentales, los parámetros determinados por Plitt podrán ser utilizados como una primera aproximación para analizar un sistema mineral-hidrociclón determinado.

En base a la discusión anterior, se recomienda que el modelo de Plitt sea aplicado, siempre que esto sea posible, en la simulación de procesos de ciclonaje. Las predicciones de este modelo serán de elevada precisión cuando sea utilizado en conjunto con datos experimentales.

– EVALUACION DE PARAMETROS EN EL MODELO DE PLITT

Para modelar el funcionamiento de un hidrociclón, se necesita especificar ambos parámetros que definen la curva de partición corregida (d_{50} corregido y parámetro m), como asimismo el Bypass y la relación presión vs. capacidad del hidrociclón. Este conjunto de variables depende fundamentalmente de los siguientes factores:

(1) Dimensiones del hidrociclón (diámetro del ciclón, área de entrada, vortex finder, diámetro del apex y free vortex height).

(2) Condiciones de operación (caudal volumétrico o presión de alimentación, % de sólidos en la pulpa alimentada, etc.).

En el caso más general, deberíamos incluir todos los factores arriba mencionados como variables de interés que influyen sobre la operación del hidrociclón. En la práctica sin embargo, solamente estaremos interesados en algunos de dichos factores. De cualquier forma, será necesario variar deliberadamente aquellos factores de importancia, para determinar sus efectos sobre los parámetros del modelo. Generalmente, el caudal volumétrico de pulpa de alimentación al ciclón es un factor de difícil control, siendo por ello recomendable controlar las dimensiones, presión y % de sólidos, dejando a Q tomar sus valores naturales.

Planearemos para ello varias series de pruebas de ciclonaje; en cada serie fijaremos los valores del diámetro del ciclón y el % de sólidos de alimentación. Tendremos así 5 factores: D_i, D_o, D_u, h y P.

Utilizaremos un diseño factorial 2^N a dos niveles, con punto central y pruebas repetidas en el centro. El diseño factorial completo daría 33 pruebas sin incluir las réplicas en el centro ($33 = 2^5 + 1$). A fin de economizar recursos humanos y materiales, podremos hacer un diseño factorial fraccionado, $(1/2) \times 2^5 + 1 = 17$ pruebas, más 8 pruebas repetidas escogidas aleatoriamente. Necesitaremos al menos 2 series de pruebas distintas en caso que el diámetro del ciclón y/o el % de sólidos de alimentación sean incluidos como factores. Cada serie de pruebas no debe variar los mismos factores.

Por ejemplo, se puede fijar las dimensiones del ciclón y la presión de alimentación, variándose el % de sólidos a la entrada del ciclón para analizar en más detalle el efecto de dicha variable. En general, el diseño factorial tendrá un nivel superior y otro inferior además del punto central. Plitt recomienda variar el diámetro del apex en relación al diámetro del orificio de rebalse (Vortex finder) y no independientemente, dichos factores. El esquema mostrado abajo ilustra valores típicos a ser considerados para cada factor.

NIVEL	D_i/D_c	D_o/D_c	h/D_c	D_u/D_o	P (psi)
Alto	0,25	0,22	4	0,5	8
Central	0,20	0,17	3	0,7	20
Bajo	0,15	0,12	2	0,9	32

Los valores reales utilizados en las pruebas experimentales dependerán de los equipos y piezas disponibles. El % de sólidos en volumen en la alimentación varía típicamente entre 1 y 15%. Cada prueba servirá para obtener un solo valor de los parámetros. Si fuese un test repetido, deberá utilizarse el valor promedio de las mediciones básicas realizadas.

El procedimiento de cálculo incluye dos etapas fundamentales:

ETAPA 1

(a) Determinar para cada rango granulométrico la partición real definida a través de la expresión:

$$Y_i = \frac{MS_u \cdot u_i}{MS_f \cdot f_i} = \frac{u_i (f_i - oi)}{f_i (u_i - o_i)} \qquad ; i = 1, 2, 3, ..., n$$

(b) Calcular el Bypass, igual a la partición del agua:

$$B_p = Q_u (1 - \phi_u) / [Qa (1 - \phi_a)]$$

(c) De la relación $Y_{ci} = (Y_i - B_p) / (1 - Bp)$, calcular la partición corregida para cada rango granulométrico ($i = \overline{1, n}$).

(d) Los valores de Y_{ci} versus d_i pueden ser graficados en papel Rosin-Rammler, o papel milimetrado, utilizando los ejes coordenados $\ell n(-\ell n(1-Y_c))$ versus $\ln d$. Los valores de partición corregida así calculados deberán alinearse en una recta. Para caracterizar el tamaño d, relativo a cada rango granulométrico, deberemos usar el tamaño promedio geométrico entre los límites máximo y mínimo, correspondientes a cada intervalo considerado. Los puntos que se aparten significativamente de la recta pueden ser descartados para efectos de ajuste.

(e) Podremos entonces calcular los valores de m y $d_{50}(corr)$ en forma gráfica, o aún mejor a través de las fórmulas:

$$m = COV (X,Z) / VAR (X)$$

$$d_{50}(corr) = \exp (\overline{X} + (\ln \ln 2 - \overline{Z}) / m)$$

Donde:

$$COV (X, Z) = \overline{XZ} - \overline{X} \cdot \overline{Z}$$

$$VAR (X) = \overline{X^2} - (\overline{X})^2$$

$$\overline{XZ} = \sum_{i=1}^{n} X_i Z_i / n$$

$$\overline{X^2} = \sum_{i=1}^{n} X_i^2 / n$$

$$Z_i = \ln (-\ln (1-Y_{ci}))$$

$X_i \quad = \ln d_i$ (considerar solamente puntos buenos)

(f) Calcular la varianza de la ecuación : $\hat{Y}_{ci} = 1 - \exp(-\ln 2\,(d_i/d50)^m)$

como: $$S^2_y = \sum_{i=1}^{n} \frac{(Y_{ci} - \hat{Y}_{ci})^2}{n-1}$$ (sólo puntos buenos)

ETAPA 2

(a) Utilizando regresión lineal múltiple, ajustar los valores de d_{50}(corr), m, S y Q para las relaciones linearizadas correspondientes a las Ec. (4.24), (4.25), (4.27) y (4.38), respectivamente. Aquí, cada punto representa un test experimental, y si fuese considerado apropiado en el programa de regresión múltiple, éste deberá ser ponderado en relación a $1/S^2_y$

(b) Finalmente, los resultados anteriores podrán ser utilizados para simular el comportamiento del hidrociclón dentro de los rangos de variación experimental definidos para cada factor.

– SIMULACION DE CICLONAJE PARA VARIOS COMPONENTES[7]

La mayoría de los minerales claisficados no son puros, sino que generalmente están compuestos de varios componentes mineralógicos; para dicho caso, el modelo de ciclones se generaliza de la siguiente manera:

(a) Primeramente, los parámetros m y d_{50}(corr) existen para cada componente.

(b) Segundo, el bypass no es equivalente a la partición de agua, sino que deberá ser correlacionado directamente con las dimensiones del ciclón y las condiciones de operación. Esta correlación no ha sido aún elaborada en la literatura científica.

c) Tercero, deberá incluirse en el análisis el posible problema de liberación incompleta del mineral.

De acuerdo a lo dicho anteriormente, se requiere aún de mucha investigación referente al proceso de ciclonaje de minerales con varios componentes, para definir completamente el sistema de modelaje de hidrociclones.

4.3 Ejemplo de Cálculo – Modelo de Lynch y Rao[8]

Un hidrociclón industrial D15 B está operando bajo condiciones estacionarias, efectuándose entonces un muestreo de ciclonaje, cuyos resultados se indican a continuación:

Q = caudal de pulpa alimentada = 1.455,3(1/min) = 87,318 (m^3/h) pulpa.

FLUJO	% Sólidos en Peso	Densidad de Pulpa (g/cc)
Alimentación	48,6	1,43
Rebalse	41,3	1,34
Descarga	65,5	1.68

ANALISIS GRANULOMETRICOS

Malla Tyler	Abertura (μm)	% en peso parcial, retenido Rebalse	Descarga
35	417	–	8,6
48	295	–	6,8
65	208	0,6	11,4
100	147	5,5	15,9
150	104	14,9	19,7
200	74	24,4	14,7
270	53	18,0	9,2
-270	< 53	36,6	13,7
TOTAL	–	100,0	100,0

ρ_s = gravedad específica del sólido = 2,65 g/cc

P = presión de alimentación = 8 psig.
VF = diámetro del Vortex Finder (ab. rebalse) = 4,5 pulg.
SPIG = diámetro del Apex (ab. descarga) = 2,5 pulg.

Ejercicio: (1) Calcule las constantes de Ciclonaje (modelo de Lynch-Rao)
(2) Calcule los tonelajes, densidades de pulpa y análisis granulométricos de los productos de rebalse y descarga, cuando el VF es cambiado desde 4,5 a 5,5 pulgadas. Todas las otras variables independientes, tonelaje y granulometría de alimentación, permanecen constante.

SECUENCIA DE CALCULO – ETAPA Nº 1

(a) Cálculo de F_s = TPH de sólidos alimentado al ciclón.

$$F_s = 87{,}318\ (m^3\ \text{pulpa/h}) \times 1{,}43\ (\text{ton pulpa}/m^3\ \text{pulpa}) \times \frac{48{,}6}{100}\ (\text{ton Sol/ton pulpa})$$

F_s **= 60,684 (ton/hora) sólidos.**

(b) Cálculo de Us y Os = TPH de sólidos en descarga y rebalse del hidrociclón, respectivamente.

Balance de Sólido $F_s = O_s + U_s$

Balance de Pulpa $(F_s/0{,}486) = (O_s/0{,}413) + (U_s/0{,}655)$

De donde: O_s = **36,013 (ton/hora) sólidos en el rebalse**
U_s = **24,671 (ton/hora) sólidos en la descarga**

(c) Cálculo del análisis granulométrico de alimentación al hidrociclón. (Desde este punto en adelante, es más conveniente trabajar en TPH de sólidos, para cada fracción granulométrica, en cada flujo considerado).

Malla Tyler	ALIMENTACION TPH	ALIMENTACION %Peso	REBALSE TPH	REBALSE % Peso	DESCARGA TPH	DESCARGA % Peso
35	2,122	3,50	–	–	2,122	8,6
48	1,678	2,77	–	–	1,678	6,8
65	3,028	4,99	0,216	0,6	2,812	11,4
100	5,904	9,73	1,981	5,5	3,923	15,9
150	10,266	16,85	5,366	14,9	4,860	19,7
200	12,414	20,46	8,787	24,4	3,627	14,7
270	8,752	14,42	6,482	18,0	2,270	9,2
-270	16,560	27,28	13,181	36,6	3,379	13,7
TOTAL	60,684	100,00	36,013	100,0	24,671	100,0

(d) Calcule el valor de constante A_o.

$$A_o = Q \cdot P^{-A1} \cdot VF^{-A2} \cdot (100-PSF)^{-A3}$$

Considerando: $Q = 87{,}318\ m^3/h$; $P = 8$ psi; $VF = 4{,}5"$; $PSF = 48{,}6\%$
$A_1 = 0{,}5$
$A_2 = 1{,}0$
$A_3 = 0{,}125$

Se obtiene: A_o = **4,1925**

Es decir: Q = $\mathbf{4{,}1925 \cdot P^{0,5} \cdot VF^{1,0} \cdot (100-PSF)^{0,125}}$ (e.1)

(e) Calcule WUF = TPH de agua apareciendo en la descarga, y B_p.

$WUF = (U_s/0{,}655) - U_s = (24{,}671/0{,}655) - 24{,}671$

WUF = 12,995 TPH agua en la descarga

$$B_p = \frac{WUF}{WF} = \frac{(U_s/0{,}655) - Us}{(F_s/0{,}486) - F_s} = \frac{12{,}995}{64{,}180} = 0{,}202$$

($B_p = 0{,}202$ implica que 20,2% del agua alimentada al ciclón se va a la descarga).

(f) Calcule WOF = TPH de agua en el rebalse y el valor de la constante Bo.

WOF = WF–WUF = 64,180 – 12,995 = **51,185 TPH agua en rebalse**

$WOF = B_o + B_1(WF) + B_2\ (SPIG)$ (e.2)

De aquí: $B_o = WOF - B_1\ (WF) - B_2\ (SPIG)$

Considerando: $WOF = 51{,}185$; $B_1 = 1{,}1$; $B_2 = -10{,}0$; $WF = 64{,}180$; $SPIG = 2{,}5$

Se obtiene: B_o = **5,587**

Es decir: **WOF =5,587 + 1,1 (WF) – 10(SPIG)** (e.2)

(g) Calcule las TPH de sólidos en c/fracción **granulométrica** de la alimentación que:

– irá a la descarga debido al efecto de bypass
– irá a la descarga debido al efecto de clasificación

TPH DE SOLIDOS EN LA ALIMENTACION

Malla Tyler	A Ser Bypaseada (*)	A Ser Clasificada	TOTAL
35	0,429	1,693	2,122
48	0,339	1,339	1,678
65	0,612	2,416	3,028
100	1,193	4,711	5,904
150	2,066	8,160	10,226
200	2,508	9,906	12,414
270	1,768	6,984	8,752
-270	3,345	13,215	16,560
TOTAL	12,258	48,426	60,684

(h) Calcule las TPH de sólidos en c/fracción granulométrica de la descarga que:

– Se encuentra allí debido al efecto de bypass
– " " " " " " " clasificación

TPH DE SOLIDOS EN LA DESCARGA

Malla Tyler (**)	Debido al Bypass(**)	Debido a Clasif. (Dif)	TOTAL
35	0,429	1,693	2,122
48	0,339	1,339	1,678
65	0,612	2,200	2,812
100	1,193	2,730	3,923
150	2,066	2,794	4,860
200	2,508	1,119	3,627
270	1,768	0,502	2,270
-270	3,345	0,034	3,379
TOTAL	12,258	12,413	24,671

(i) Calcule puntos sobre las curvas de partición real y corregida, y encuentre d_{50}(corr) del gráfico correspondiente.

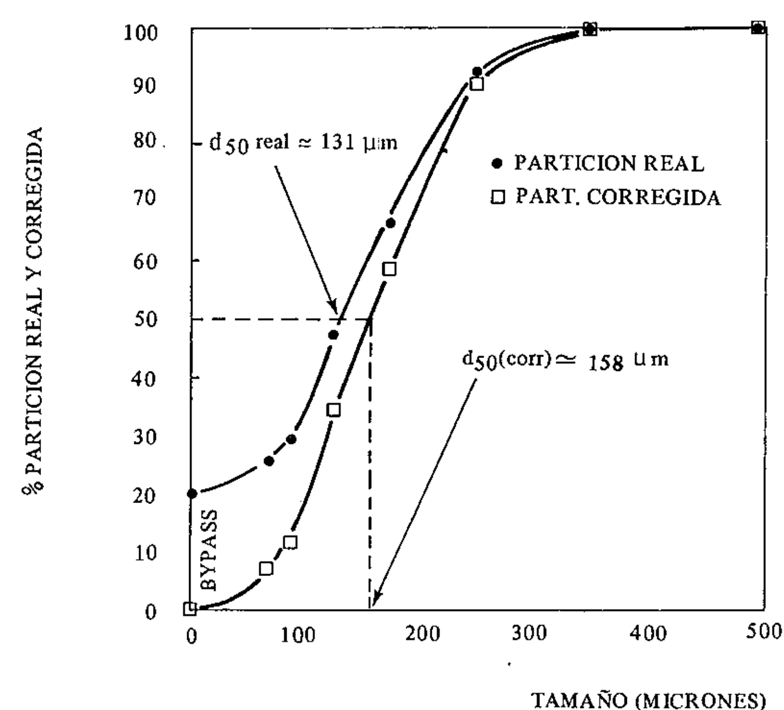
(*) (TPH total de sólidos en cada malla) x B_p =TPH sólidos a ser bypaseada

(**) Equivalente a columna "a ser bypaseada" del ítem (g)

Malla Tyler	d_i (um)*	Y_i = % Partición Real(*)	Y_{ci} = % Partición Corregida (*)
35	496	100,00	100,00
48	351	100,00	100,00
65	248	92,87	91,06
100	175	66,45	57,95
150	124	47,53	3[illegible],24
200	88	29,22	11,30
270	63	25,94	7,19
-270	<63	(20,40)	(0,26)
TOTAL	—	(40,65)	(25,63)

R. MURANDA

FIGURA 4.2



(*) Y_i = [(TPH sólidos malla i, descarga) / (TPH sólidos malla i, aliment.)] x 100

Y_{ci} = [(TPH sólidos malla i, clas. descarga)/(TPH sólidos malla i, alim. clas.)] x 100

Los Gráficos "% Y_i versus d_i" y "% Y_{ci} versus d_i" se muestran en la Figura 4 2. De allí se obtiene = d_{50} (real) ≈ 131 um y d_{50} (corr) ≈ 158 μm.

(*) Tamaños promedios geométricos calculados para c/malla considerada.

(j) **Calcule constante C_o en ecuación (5):**

$$\ln d_{50}(corr) = C_o + C_1 (VF) + C_2 (SPIG) + C_3 (P) + C_4 (WOF); \quad (e.3)$$

Suponer: $C_1 = 1/2,6 = 0,3846$; VF = 4,5"
$C_2 = -1/3,5 = -0,2857$; SPIG = 2,5"
; P = 8 psi
$C_3 = 1/10,7 = 0,0935$; WOF = 51,185 TPH agua rebalse
$C_4 = -1/52 = -0,0192$; $d_{50}(corr) = 158$ μm

Reemplazando arriba se obtiene: $C_o = 4,2809$

O sea: $\ln d_{50}(corr) = 4,2809 + 0,3846 (VF) - 0,2857 (SPIG) + 0,0935 (P) - 0,0192 (WOF)$ (e.3)

(k) Asuma $\alpha = 4,2$ para la ecuación exponencial de eficiencia corregida (valores de α y $d_{50}(corr)$ podrán ser calculados mediante regresión no lineal, ajustando la curva $Y_c = (e^{\alpha x} - 1) / (e^{\alpha x} + e^{\alpha} - 2)$ a los valores experimentales de Yc_i (°/1) versus $x_i = d_i/d_{50}(corr)$).

(l) Ahora que Ud. ha encontrado todos los parámetros (o constantes) que definen la operación del hidrociclón, está en condiciones de utilizar las ecuaciones (e.1) a (e.3), para predecir los productos del hidrociclón bajo cualquier nueva condición de operación deseada.

ETAPA Nº 2

Supongamos que VF es cambiado desde 4,5 a 5,5". Todas las otras variables independientes, tonelaje y granulometría de alimentación, permanecen constantes. Se pide calcular los tonelajes, densidades de pulpa y análisis granulométricos de rebalse y descarga, cuando VF = 5,5".

(a) Calcule la nueva presión de alimentación (P) de la ecuación (e.1) en caso que ésta cambie:

$$87,318 = 4,1925 \cdot P^{0,5} \cdot (5,5)^{1,0} \cdot (100\text{-}48,6)^{0,125} \quad (e.1)$$

Luego: **P = 5,36 psi**

(b) Calcule la nueva distribución de agua (si cambia)

De acuerdo a ecuación (e.2):

$$WOF = 5,587 + 1,1 (WF) - 10 (SPIG) \quad (e.2)$$

$$B_p = \frac{WUF}{WF} = 1 - \frac{WOF}{WF}$$

Como WF = cte; SPIG = cte. ⇒ WOF = cte; B_p = cte.

Luego, la distribución de agua **NO CAMBIA.**

(c) Calcule las TPH en cada fracción de tamaño en la alimentación yendo al underflow (descarga del ciclón) debido al efecto de bypass (si cambia).

Como B_p = cte, los valores calculados en Etapa Nº 1, **NO CAMBIAN**

(d) Calcule las TPH en cada fracción de tamaño que irá a la descarga debido al efecto de clasificación (si cambia).

Como B_p = cte., $(1 - B_p)$ = también constante, luego los valores calculados en Etapa Nº 1 **NO CAMBIAN.**

(e) Calcule el valor de $d_{50}(corr)$ (si cambia)

De acuerdo a ecuación (e.3):

$$\ln d_{50}(corr) = 4{,}2809 + 0{,}3846\,(VF) - 0{,}2857\,(SPIG) + 0{,}0935\,(P) - 0{,}0192\,(WOF) \qquad (e.3)$$

Luego:

$$\ln d_{50}(corr) = 4{,}2809 + 0{,}3846\,(5{,}5) - 0{,}2857\,(2{,}5) + 0{,}0935\,(5{,}36) - 0{,}0192\,(51{,}185)$$

$$\therefore\ \mathbf{d_{50}(corr) = 181{,}34\,\mu m}$$

(f) Calcule los valores de las coordenadas sobre la curva de eficiencia reducida, usando la ecuación:

$$\%\,Y_c = \left[\frac{e^{\alpha x} - 1}{e^{\alpha x} + e^{\alpha} - 2}\right] \times 100 \qquad (e.4)$$

Malla Tyler	**d_i (μm)**	**$d_i/d_{50}(corr)$**	**% Y_c (ver *)**	**Y_c (°/1)**
35	496	2,74	99,93	0,9993
48	351	1,94	98,13	0,9813
65	248	1,37	82,72	0,8272
100	175	0,97	46,80	0,4680
150	124	0,68	19,97	0,1997
200	88	0,49	9,42	0,0942
270	63	0,35	4,85	0,0485
-270	(31,5)*	(0,174)	(1,61)	(0,0161)

(*) Considerar: $\alpha = 4{,}2$; $x_i = d_i/d_{50}(corr)$; suponer además $d_i = 31{,}5\,\mu m$ para material −270 # Tyler.

(g) Calcule los valores de $Y_i = Y_{ci}(1 - B_p) + B_p$, para cada malla, y de allí calcule las TPH en la descarga y rebalse y los análisis granulométricos (en %) para c/flujo considerado (ver (**)).

Malla Tyler	Y_{ci}(°/1)	Y_i(°/1)	f_i(°/1)	$Y_i \ f_i$(°/1)	U_i(°/1)	O_i(°/1)
35	0,9993	0,9994	0,0350	0,0350	0,0940	
48	0,9813	0,9851	0,0277	0,0273	0,0733	0,0007
65	0,8272	0,8621	0,0499	0,0430	0,1155	0,0110
100	0,4680	0,5755	0,0973	0,0560	0,1505	0,0658
150	0,1997	0,3614	0,1685	0,0609	0,1636	0,1714
200	0,0942	0,2772	0,2046	0,0567	0,1523	0,2356
270	0,0485	0,2407	0,1442	0,0347	0,0932	0,1744
-270	(0,0161)	0,2148	0,2728	0,0586	0,1576	0,3411
TOTAL	–	--	1,0000	0,3722	1,0000	1,0000

Resumiendo, se tiene:

Malla	**Alimentación**		**Rebalse (*)**		**Descarga (*)**	
Tyler	**TPH**	**% Peso**	**TPH**	**% Peso**	**TPH**	**% Peso**
35	2,122	3,50	0,000	0,00	2,122	9,40
48	1,678	2,77	0,022	0,07	1,656	7,33
65	3,028	4,99	0,419	1,10	2,609	11,55
100	5,904	9,73	2,505	6,58	3,399	15,05
150	10,226	16,85	6,531	17,14	3,695	16,36
200	12,414	20,46	8,974	23,56	3,440	15,23
270	8,752	14,42	6,647	17,44	2,105	9,32
-270	16,560	27,28	12,999	34,11	3,561	15,76
TOTAL	60,684	100,00	38,097	100,00	22,587	100,00

(h) Calcule los % de sólidos del rebalse y la descarga

	TPH Sólidos	**TPH Agua**	**TPH Pulpa**	**% Sólidos**
F	60,684	64,180	124,864	48,60
O	38,097	51,185	89,282	42,67
U	22,587	12,995	35,582	63,48

(*) $U_s = R_s \cdot F_s = 0{,}3722 \cdot F_s = 22{,}587$ -TPH sólidos en la descarga
$O_s = F_s - U_s = 0{,}6278 \cdot F_s = 38{,}097$ " " " el rebalse

NOTA:
(**) $R_s = U_s/F_s = \sum_{i=1}^{n} Y_i \cdot f_i$; $U_i = (Y_i/R_s) \cdot f_i$; $O_i = \dfrac{(Y_i - 1)\, U_i f_i}{(Y_i f_i - U_i)}$

ANEXO DEL CAPITULO 4

"DIMENSIONAMIENTO DE HIDROCICLONES VIA MODELOS MATEMATICOS EMPIRICOS"

A.– METODO KREBS[9]

B.– MODELO KREBS MODIFICADO[9]
(Gutiérrez, L. & Oblad, E.)

A.– DIMENSIONAMIENTO DE HIDROCICLONES KREBS, BASANDOSE EN CURVAS Y TABLAS EMPIRICAS PROPORCIONADAS POR KREBS

1.– ECUACION DEL TAMAÑO DE CORTE REAL

$$d_{95} = 16.098\, f_1\, f_2\, f_3\, D_c^{0.467} \qquad (1)$$

Siendo:

d_{95} = Tamaño de corte del 95% (μm). Se define como el tamaño de separación del ciclón, que garantiza un máximo de 5% de material retenido en dicha malla de corte, en el producto de rebalse del hidrociclón.

D_c = Diámetro interno de la sección cilíndrica del ciclón (pulg.).

f_1 = Factor corrector de la densidad real del sólido alimentado al ciclón ($f_1 = 1$, para $\rho_s = 2.65$ g/cm^3; es decir, para **mineral de cuarzo puro**).

Donde, $$f_1 = \left(\frac{1.65}{\rho_s - 1}\right)^{0.485} \qquad (1.1)$$

f_2 = Factor corrector del porcentaje de sólidos en volumen alimentado al ciclón ($f_2 = 1$, para $\phi = 10\%$ sólidos en volumen; es decir $\simeq$ 23% sólidos en peso, para un mineral de $\rho_s = 2.65$ g/cm^3).

Donde, $f_2 = (\frac{40}{50-\phi})^{1.791}$ (1.2)

f_3 = Factor corrector de la presión de alimentación al ciclón ($f_3 = 1$, para $P = 10$ psig).

Donde, $f_3 = (\frac{10}{P})^{0.252}$ (1.3)

ρ_s = Densidad real del sólido (g/cm^3).

ϕ = % de sólidos en volumen, en alimentación al hidrociclón (%).

Donde, $\phi = P_s(\rho_p/\rho_s) = 100\, P_s/[P_s + \rho_s(100-P_s)]$ (1.4)

P = Presión de alimentación (psig).

P_s = % de sólidos en peso, en alimentación al ciclón (%).

ρ = Densidad de pulpa de alimentación al hidrociclón (g/cm^3).

Donde, $\rho = 100\rho_s/[P_s + \rho_s(100 - P_s)]$ (1.5)

2.– ECUACION DE CAPACIDAD VOLUMETRICA

$$Q = 0.408\ f_4\, f_5\, D_c^{2.047} \quad (2)$$

Siendo:

Q = Caudal de pulpa de alimentación (m^3/h/ciclón).

f_4 = Factor corrector de la presión de alimentación ($f_4 = 1$, para $P = 10$ psig).

Donde, $f_4 = (P/10)^{0.475}$ (2.1)

f_5 = Factor corrector del % de sólidos en volumen alimentado al ciclón ($f_5 = 1$, para $\phi = 0$, o sea para agua pura).

Donde, $f_5 = 1 + 4.461 \times 10^{-3}\, \phi^{1.28}$ (2.2)

D_c = Diámetro interno del ciclón (pulg).

NOTA: - En el desarrollo de la Ecuación (1), se ha supuesto un diámetro de vortex y área de entrada constantes (valores estándares: $\bar{D}_o \simeq 0.4\, D_c$; $\bar{A}_i \simeq 0.05\, D_c^2$; $\bar{D}u \simeq 0.5\, \bar{D}_o$).

- En el desarrollo de la Ecuación (2), nuevamente se ha supuesto implícitamente que:
$D_o \simeq 0.4\, D_c$ (valor típico del diámetro del vortex)
$A_i \simeq 0.05\, D_c^2$ (valor típico del área de entrada)

3. PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA EL DIMENSIONAMIENTO DE CICLONES KREBS

3.1 Datos de Entrada

ρ_s = Densidad del sólido (g/cm^3)

d_{95} = Tamaño de corte requerido (μm)

Q = Caudal de pulpa de alimentación (m^3/h)

3.2 Metodología de Cálculo

a) Se calcula factor $f_1 = 1.65/(\rho_s - 1)^{0.485}$

b) Se hace un barrido completo con diámetros de ciclones variando entre 2" y 30". y variando la presión de alimentación entre 2 y 30 psig. Se comienza con $D_c = 2"$ y P = 2 psig.

c) Para cada diámetro de ciclón y presión de alimentación se calculan:

factor $f_3 = (10/P)^{0.252}$

factor $f_2 = d_{95}/(16.098\ f_1\ f_3\ D_c^{0.467})$

$\phi = 50 - (40/f_2^{0.5584})$

$P_s = 100\,\phi\,\rho_s/\,[100 + \phi\,(\rho_s - 1)]$

d) Se pregunta si ϕ se encuentra o no en un rango de operación normal ($1 \leq \phi < 50$)

Si $\phi < 1$ o $\phi \geq 50 \Rightarrow$ va a etapa (i).
En caso contrario (Normal) $\Rightarrow$ continúa con etapa (e).

e) Se calculan:

factor $f_4 = (P/10)^{0.475}$

factor $f_5 = 1 + 4.461 \times 10^{-3}\,\phi^{1.28}$

$Q_1 = 0.408\ f_4\ f_5\ D_c^{2.047}$ (m^3/h/ciclón)

$N_c = Q/Q_1$ (Nº de ciclones requeridos)

f) Se imprimen valores de P (psi), ϕ (%), P_s (%), N_c — Para cada valor de D_c comenzando con $D_c = 2"$)

g) Se incrementa P en 2 psig y se retorna a etapa (c), hasta alcanzar P = 30 psig, continuando entonces con etapa (h) a continuación

h) Se incrementa D_c (= 2, 3, 4, 6, 10, 12, 15, 20, 26 y 30" diámetro) y se retorna a etapa (c), recomenzando con P = 2 psig, etc...., hasta obtener D_c = 30". De aquí se pasa a etapa (j).

i) En este caso, se trata de una SALIDA TEMPORAL DE EMERGENCIA del Programa, por no cumplirse restricciones de ϕ (y por ende de P). Se pregunta si $D_c \leq 30$". En **Caso Afirmativo**, se prueba con un nuevo valor de D_c y se retorna a etapa (c). En **Caso Negativo**, se produce Término Normal del Programa.

j) Salida Normal, por Término del Programa.

3.3 EJEMPLO DE CALCULO (METODO KREBS)

TEST 1

DATOS:

Densidad Sólido:	2.80
Diám. corte (MIC):	150.00
Flujo pulpa (m^3/h):	98.20

RESULTADOS:

DIAM.	PRESION (PSI)	% SOL. VOL.	% SOL. PESO	NUMERO DE CICLONES	
2"	2	33.13	58.11	90.	89.99
	4	34.70	59.80	64.	63.65
	6	35.55	60.69	52.	52.02
	8	36.12	61.29	45.	45.09
	10	36.55	61.73	40.	40.37
	12	36.89	62.07	37.	36.89
	14	37.17	62.36	34.	34.18
	16	37.41	62.59	32.	31.99
	18	37.62	62.80	30.	30.19
	20	37.80	62.98	29.	28.66
	22	37.96	63.14	27.	27.34
	24	38.11	63.29	26.	26.19
	26	38.24	63.42	25.	25.18
	28 .	38.36	63.54	24.	24.28
	30	38.47	63.65	23.	23.46

DIAM.	PRESION (PSI)	% SOL. VOL.	% SOL. PESO	NUMERO DE CICLONES	
3"					
	2	31.25	56.00	40.	40.06
	4	32.99	57.96	28.	28.28
	6	33.93	58.99	23.	23.08
	8	34.57	59.67	20.	20.00
	10	35.05	60.17	18.	17.89
	12	35.43	60.57	16.	16.34
	14	35.74	60.89	15.	15.14
	16	36.00	61.17	14.	14.16

	18	36.23	61.41	13.	13.36
	20	36.44	61.61	13.	12.68
	22	36.62	61.80	12.	12.10
	24	36.78	61.96	12.	11.59
	26	36.93	62.11	11.	11.14
	28	37.06	62.25	11.	10.73
	30	37.19	62.37	10.	10.37

DIAM. 4"	PRESION (PSI)	% SOL. VOL.	% SOL. PESO	NUMERO DE CICLONES	
	2	29.79	54.29	23.	22.59
	4	31.67	56.47	16.	15.92
	6	32.68	57.62	13.	12.99
	8	33.37	58.37	11.	11.24
	10	33.88	58.93	10.	10.06
	12	34.29	59.37	9.	9.18
	14	34.63	59.73	9.	8.50
	16	34.91	60.03	8.	7.95
	18	35.16	60.29	8.	7.50
	20	35.38	60.52	7.	7.12
	22	35.57	60.72	7.	6.79
	24	35.75	60.91	7.	6.50
	26	35.91	61.07	6.	6.25
	28	36.06	61.22	6.	6.02
	30	36.19	61.36	6.	5.82

DIAM. 6"	PRESION (PSI)	% SOL. VOL.	% SOL. PESO	NUMERO DE CICLONES	
	2	27.53	51.55	10.	10.10
	4	29.62	54.10	7.	7.10
	6	30.75	55.42	6.	5.78
	8	31.51	56.30	5.	5.00
	10	32.08	56.95	4.	4.47
	12	32.54	57.46	4.	4.08
	14	32.91	57.87	4.	3.78
	16	33.23	58.22	4.	3.53
	18	33.51	58.52	3.	3.33
	20	33.75	58.79	3.	3.16
	22	33.97	59.02	3.	3.01
	24	34.16	59.23	3.	2.88
	26	34.34	59.42	3.	2.77
	28	34.50	59.59	3.	2.67
	30	34.65	59.75	3.	2.58

DIAM. 10"	PRESION (PSI)	% SOL. VOL.	% SOL. PESO	NUMERO DE CICLONES	
	2	24.33	47.38	4.	3.68

4	26.72	50.51	3.	2.58
6	28.01	52.14	2.	2.10
8	28.88	53.20	2.	1.81
10	29.53	53.99	2.	1.62
12	30.05	54.60	1.	1.47
14	30.48	55.11	1.	1.36
16	30.84	55.53	1.	1.27
18	31.16	55.89	1.	1.20
20	31.43	56.21	1.	1.14
22	31.68	56.49	1.	1.09
24	31.90	56.74	1.	1.04
26	32.11	56.97	1.	1.00
28	32.29	57.18	1.	.96
30	32.46	57.37	1.	.93

DIAM. 12"	PRESION (PSI)	% SOL. VOL.	% SOL. PESO	NUMERO DE CICLONES	
	2	23.08	45.66	3.	2.57
	4	25.58	49.05	2.	1.80
	6	26.94	50.79	1.	1.46
	8	27.85	51.94	1.	1.26
	10	28.54	52.79	1.	1.13
	12	29.08	53.45	1.	1.03
	14	29.53	53.98	1.	.95
	16	29.91	54.44	1.	.89
	18	30.24	54.83	1.	.84
	20	30.53	55.17	1.	.79
	22	30.79	55.47	1.	.75
	24	31.02	55.74	1.	.72
	26	31.23	55.98	1.	.69
	28	31.43	56.21	1.	.67
	30	31.61	56.41	1.	.65

DIAM. 15"	PRESION (PSI)	% SOL. VOL.	% SOL. PESO	NUMERO DE CICLONES		
	2	21.47	43.36	2.	1.65	
	4	24.12	47.09	1.	1.16	
	6	25.55	49.01	1.	.94	
	8	26.52	50.27	1.	.81	
	10	27.25	51.19	1.	.72	
	12	27.83	51.91	1.	.66	(*)
	14	28.30	52.50	1.	.61	
	16	28.70	52.99	1.	.57	
	18	29.05	53.42	1.	.54	
	20	29.36	53.79	1.	.51	
	22	29.64	54.12	0.	.48	

NOTA: Corresponde a Condición Experimental finalmente Seleccionada.

*** MENOS DE UN CICLON OPERANDO***

DIAM. 20"	PRESION (PSI)	% SOL. VOL.	% SOL. PESO	NUMERO DE CICLONES	
	2	19.25	40.02	1.	.94
	4	22.10	44.27	1.	.66
	6	23.65	46.45	1.	.53
	8	24.69	47.87	0.	.46

MENOS DE UN CICLON OPERANDO

DIAM. 26"	PRESION (PSI)	% SOL. VOL.	% SOL. PESO	NUMERO DE CICLONES	
	2	17.07	36.56	1.	.56
	4	20.13	41.37	0.	.39

MENOS DE UN CICLON OPERANDO

DIAM. 30"	PRESION (PSI)	% SOL. VOL.	% SOL. PESO	NUMERO DE CICLONES	
	2	15.82	34.47	0.	.43

MENOS DE UN CICLON OPERANDO

B.– METODO KREBS MODIFICADO POR GUTIERREZ, L. Y OBLAD, E.

1.– ECUACION DEL TAMAÑO DE CORTE REAL

$$d_{95} = 16.098\, f_1\, f_2\, f_3\, f_4\, f_5\, D_c^{0.467} \qquad (3)$$

$(R^2 = 0.9845)$

Siendo:

d_{95} = Tamaño de corte del 95% (μm)

$f_1 = [1,65/(\rho_s - 1)]^{0,485}$; ρ_s estándar = 2.65 g/cm^3

$f_2 = [40/(50 - \phi)]^{1.791}$; ϕ estándar = 10% sólidos en volumen

$f_3 = (10/P)^{0.252}$; P estándar = 10 psig.

$f_4 = (D_o/\bar{D}_o)^{0.60}$; $\bar{D}_o = D_o$ estándar $= 0.4\, D_c$

$f_5 = (A_i/\bar{A}_i)^{0.15}$; $\bar{A}_i = A_i$ estándar $= 0.05\, D_c^2$

2.— ECUACION DEL TAMAÑO d_{50} CORREGIDO

$$d_{50}(c) = K_D \cdot D_C^{-0,28} D_o^{0.64} A_i^{0.14} (53-\phi)^{-1.37} (\rho_s-1)^{-0.5} P^{-0.25} D_u^{-0.5} h^{-0.5} \mu^{0.5} \quad (4)$$

$(R^2 = 0.9731)$

Donde:

$$K_D = \begin{cases} 85582.4\,[1 - 1.618 \exp(-0.227\, D_c)\,]; \text{ para } D_c \geqslant 6" \\ 34223.0 \qquad ; \text{ para } D_c < 6" \end{cases} \quad (4.1)$$

$d_{50}(c)$ = Tamaño d_{50} corregido (μm)
D_c = Diámetro del ciclón (pulg)
D_o = Diámetro del vortex (pulg)
D_u = Diámetro del apex (pulg)
A_i = Area de entrada al ciclón ($pulg^2$)
h = Distancia comprendida entre el centro del área de entrada al ciclón y la parte superior del apex (pulg)
ϕ = % sólidos en volumen de pulpa alimentación (%)
μ = Viscosidad aparente de la pulpa alimentada (centipoises)
ρ_s = Gravedad específica del sólido (g/cm^3)
P = Presión de alimentación (psig)

3.— ECUACION DE CAPACIDAD VOLUMETRICA

$$Q = K_Q\, D_c^{0.271}\, P^{0.5}\, (1 + 4.461 \times 10^{-3}\, \phi^{1.28})\, D_o^{0.982}\, A_i^{0.323} \quad (5)$$

$(R^2 = 0.9918)$

$$K_Q = a_o + a_1 D_c + a_2 D_c^2 + a_3 D_c^3 + a_4 D_c^4 + a_5 D_c^5 \quad (5.1)$$

$a_o = 2.321 \quad a_1 = -2.187 \times 10^{-1} \quad a_2 = 1.553 \times 10^{-2}$

$a_3 = -4.534 \times 10^{-4} \quad a_4 = 5.944 \times 10^{-6} \quad a_5 = -2.868 \times 10^{-8}$

Q = Caudal volumétrico de pulpa alimentada (m^3/h)

4.— ECUACION DE RECUPERACION DE AGUA EN LA DESCARGA

$$B_p = \frac{(100-P_{su})P_{sa} \sum_{i=1}^{n} Y_{ci}\, f_{ai}/100}{100\,(P_{su}-P_{sa}) + (100-P_{su})P_{sa} \sum_{i=1}^{n} Y_{ci}\, f_{ai}/100} \quad (6)$$

Donde: B_p = Fracción de agua alimentada que se recupera en la descarga del ciclón (o/1)

P_{su} = % sólidos en peso en flujo de descarga (%)

P_{sa} = % sólidos en peso en flujo de alimentación (%)

Y_{ci} = Eficiencia corregida para i-ésima fracción granulométrica (o/1); $i = \overline{1,n}$

5.— ECUACION DE EFICIENCIA REDUCIDA

$$Y_{ci} = [\exp(\alpha X_i) - 1] \,/\, [\exp(\alpha X_i) + \exp(\alpha) - 2] \qquad (7)$$

Donde:

X_i = $d_i/d_{50}(c)$ = Tamaño adimensional de partícula para i-ésima malla

d_i = Tamaño de partícula para i-ésima malla (µm)

α = Parámetro de eficiencia de clasificación (característico del material y equipo)

6.— ECUACION DEL DIAMETRO DEL APEX

$$D_u = 1.7242 - 0.0174\, P_{su}^* + 0.0591 \ln U_s^* + 0.1624(\ln U_s^*)^2 \qquad (8)$$

($R^2 = 0.8705$)

Donde:

P_{su}^* = % de sólidos en peso equivalente en la descarga, para un material con $\rho_s = 2.65$.

U_s^* = Valor equivalente de TPH de sólidos obtenidos en la descarga, para $\rho_s = 2.65$ g/cm^3

Siendo:

$P_{su}^* = 265 P_{su} / [2.65 P_{su} + \rho_s (100 - p_{su})]$

$U_s^* = 2.9211\, U_s / (\rho_s \cdot N_c)$

Con las siguientes restricciones prácticas: $D_u \geqslant 3/8"$

$D_u < D_o$

N_c = Número de ciclones usados en la batería
U_s = THP sólidos en flujo descarga
P_{su} = % sólidos en peso, descarga del ciclón.

7.— ALGUNOS EJEMPLOS DEMOSTRATIVOS DEL GRADO DE AJUSTE DE LOS MODELOS

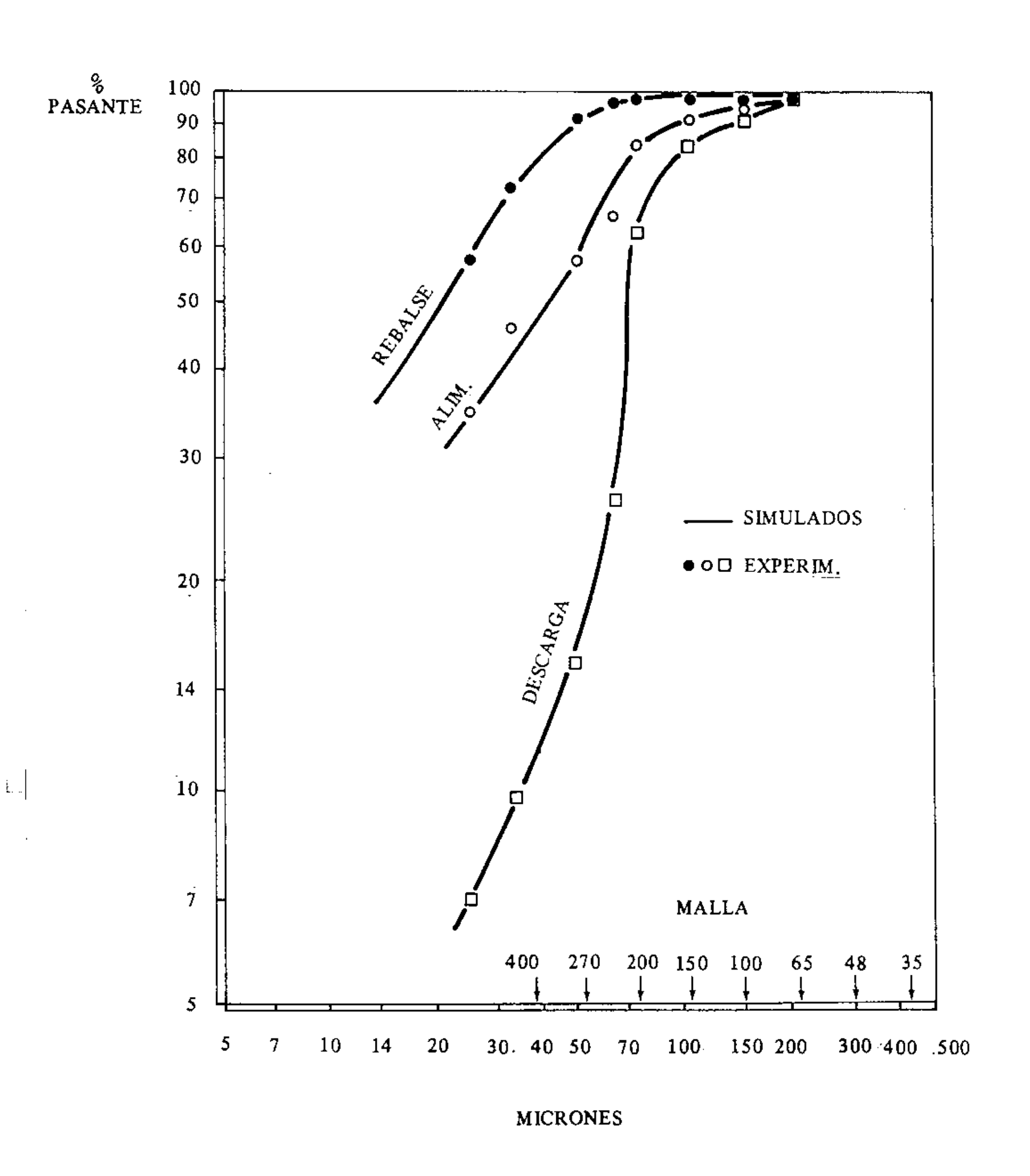


FIGURA Nº 1. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y SIMULADOS – TEST Nº 1
Ciclón Krebs - 6" Diámetro
Material = Arena Monazítica ($\rho_S = 3.6$)
Ensayo de Clasificación y Espesamiento – Planta Piloto.

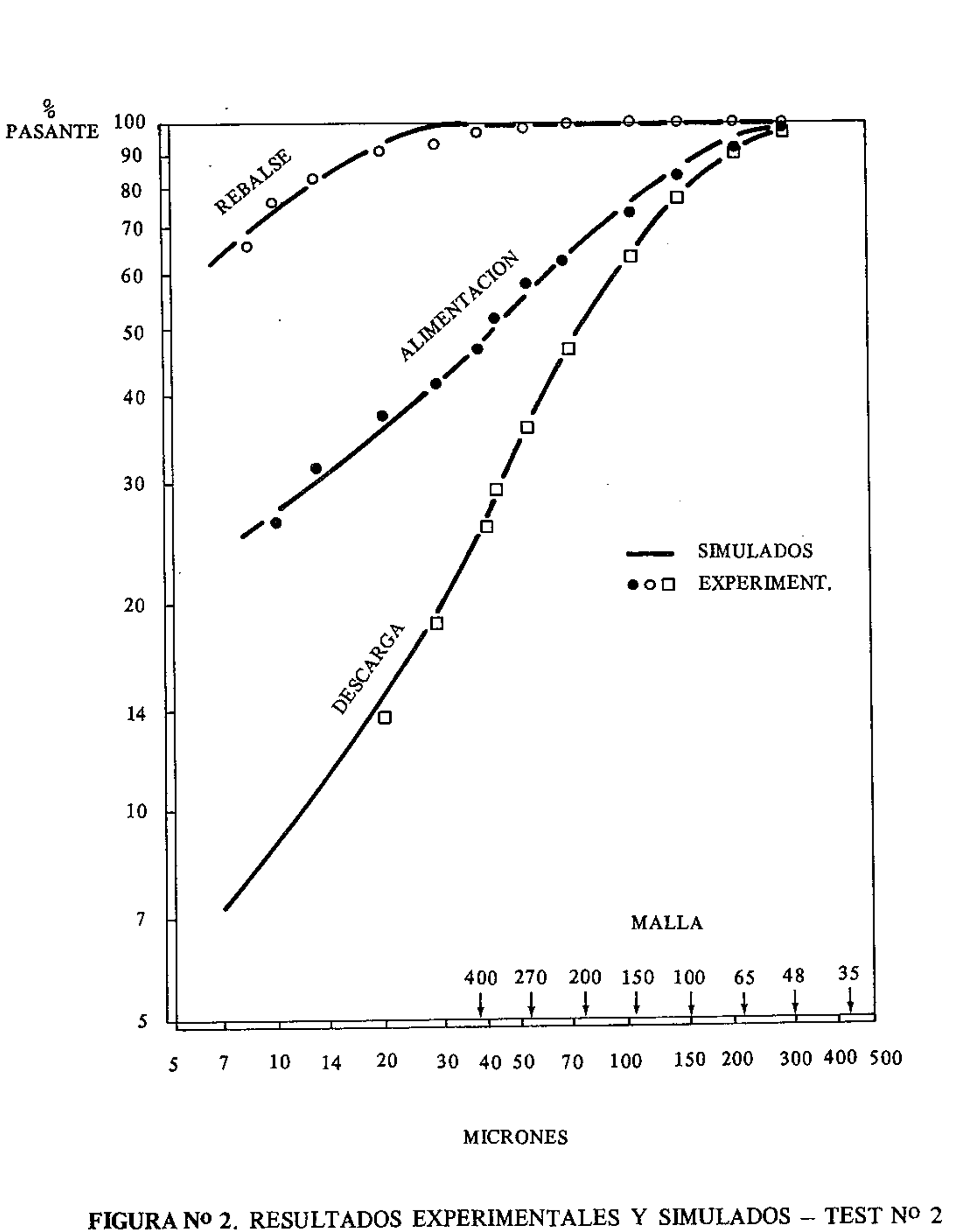


FIGURA Nº 2. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y SIMULADOS – TEST Nº 2
Ciclón Krebs - 6" Diámetro
Material = Fosfato I (ρ_s = 2.8)
Ensayo de Deslamado - Planta Piloto

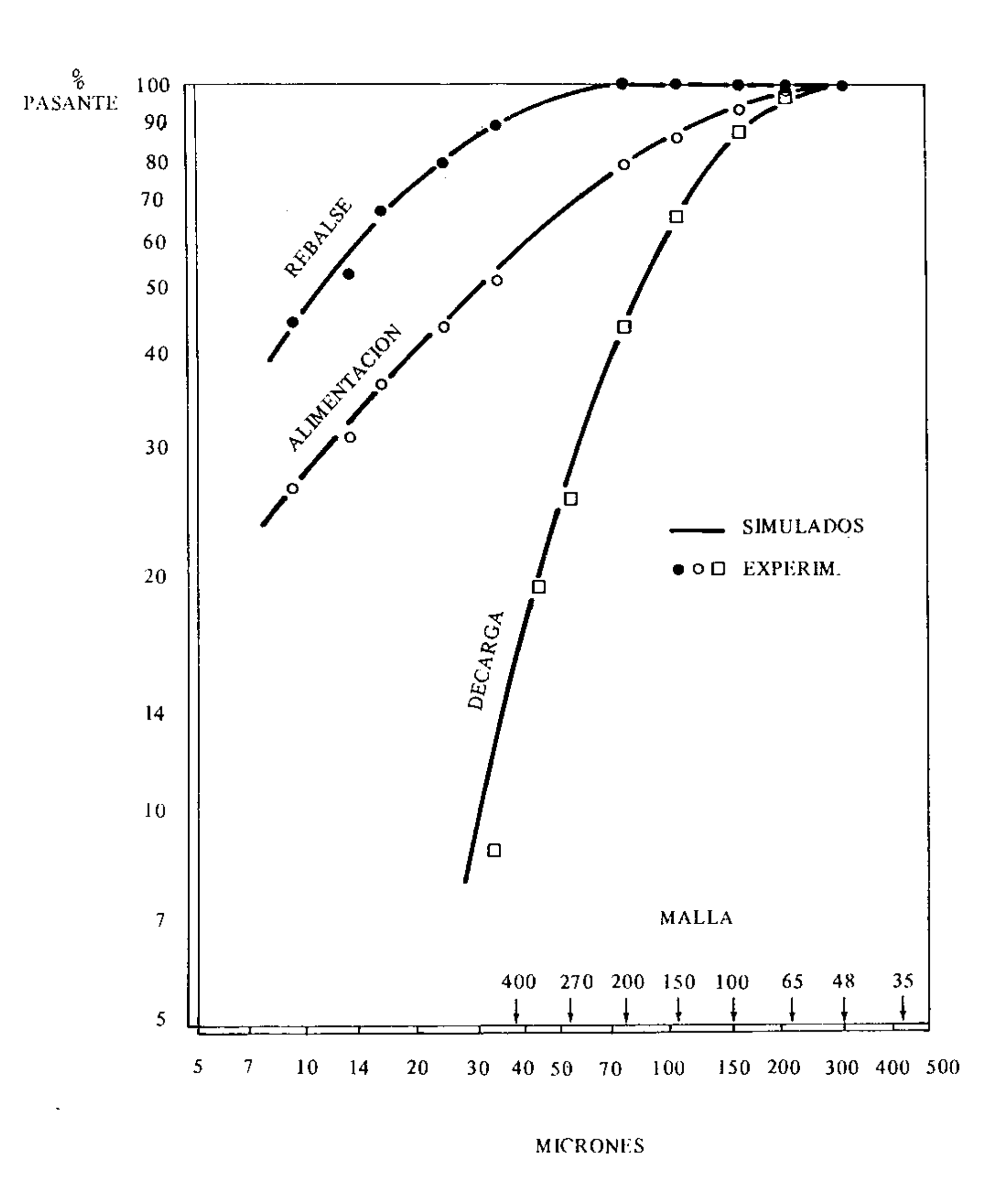


FIGURA Nº 3. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y SIMULADOS - TEST Nº 3
Ciclón Krebs - 20" Diámetro
Material = Fosfato II (ρ_S = 3.2)
Circuito Deslamado-Industrial

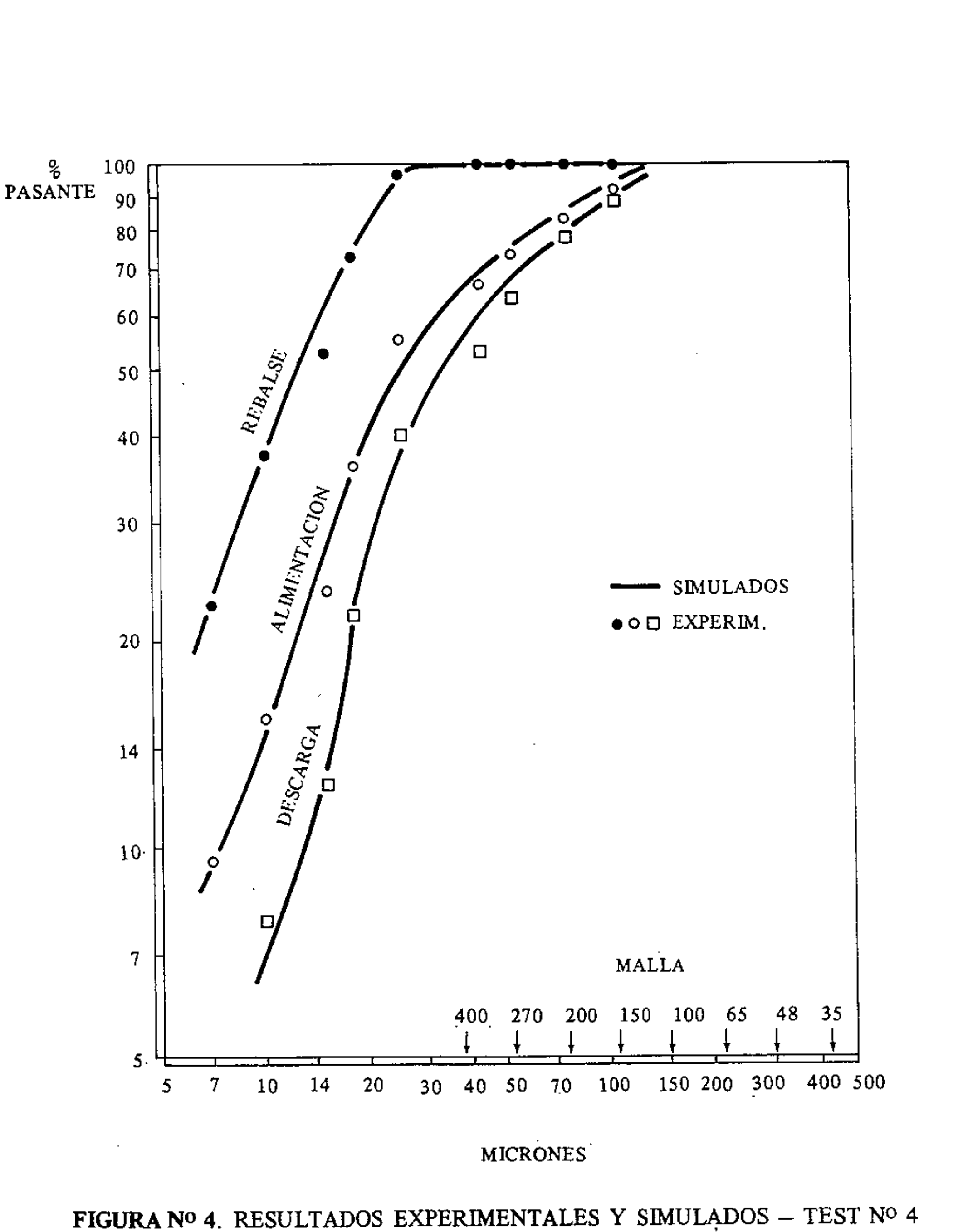


FIGURA Nº 4. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y SIMULADOS – TEST Nº 4
Ciclón Krebs - 15" Diámetro
Material = Hematita (Mineral de Fe; $\rho_s = 5.0$)
Circuito Semi Industrial (Deslamado)

8. PROGRAMA COMPUTACIONAL

8.1 Datos de Entrada

- D_c, D_o, A_i, P, ρ_s, α, h, μ, N_c, Q, P_{sa}, P_{su}
- Granulometría Alimentación.

8.2 Metodología de Cálculo

8.3 Resultados Simulados (Output del Programa)

- P_{so}, d_{95}, d_{50}, $d_{50}(c)$, B_p, D_u
- U_s/A_s; O_s/A_s; U_s; O_s
- Y_i; Y_{ci}; $i = \overline{1, n}$
- f_{ai}, f_{oi}; f_{ui}; $i = \overline{1, n}$
- Nº de iteraciones

8.4 Ejemplo de Cálculo (Cont. del Modelo Simple)

DATOS DE ENTRADA

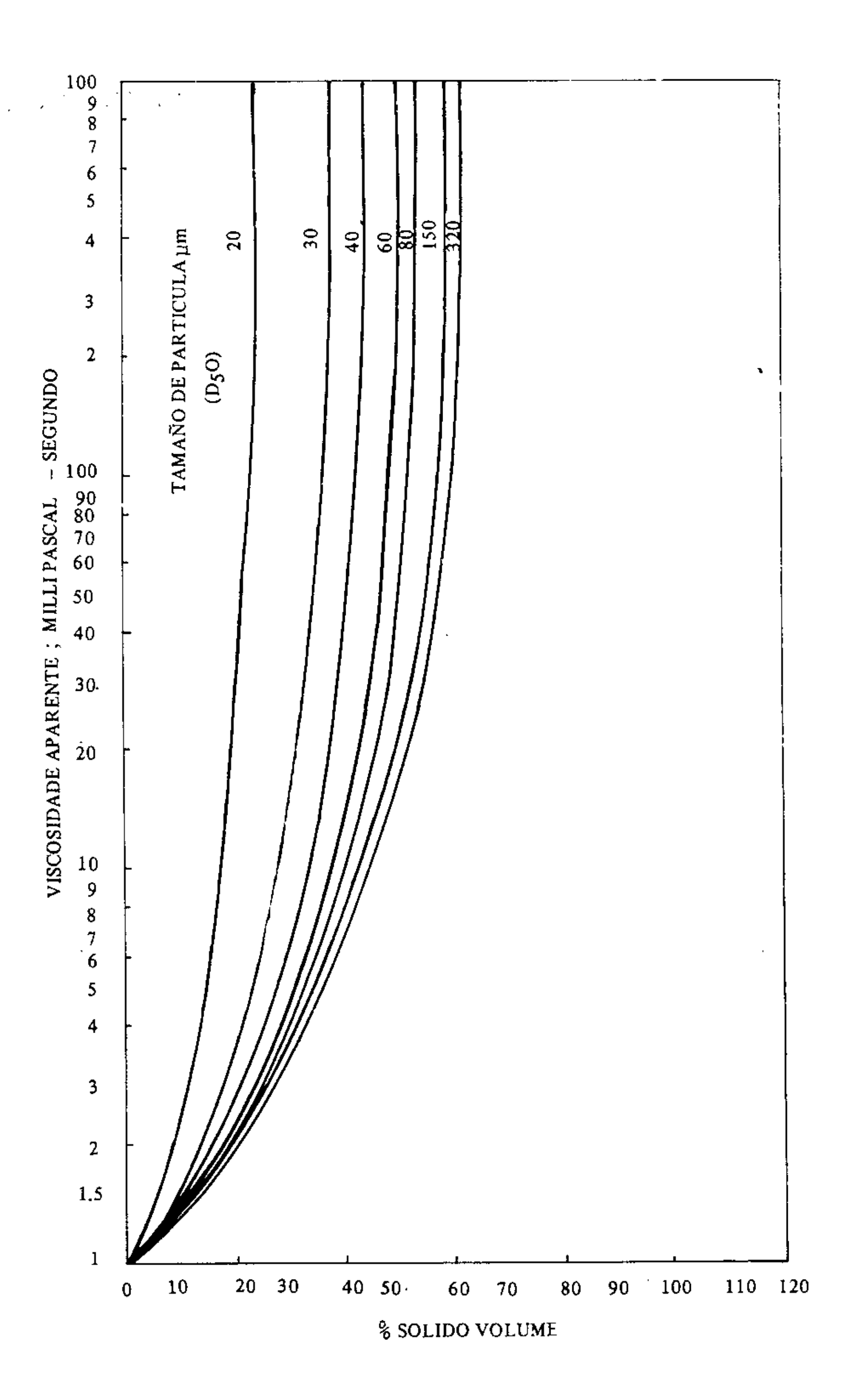
IDENTIFICACION DE LA PRUEBA	:	test 1
DIAMETRO DEL CICLON (PLGD)	:	15.000
VORTEX FINDER (PLGD)	:	4.000
AREA ENTRADA CICLON (PLGD)**2	:	11.000
PRESION (PSI)	:	12.000
DENSIDAD DEL SOLIDO (T/M3)	:	2.800
ALFA MOD. RAO–LYNCH	:	3.160
ALTURA CICLON (PLGD)	:	51.000
NUMERO DE CICLONES	:	1.000
FLUJO DE ALIMENTACION (T/H)	:	82.450
% SOLIDO ALIMENTACION	:	54.530
% SOLIDO DESCARGA	:	71.950
VISCOSIDAD DE LA PULPA (CP)	:	4.200

RESULTADOS DE LA SIMULACION			**EXPERIM.**
CORTE D95 (MICRONES)	:	160.097	150 - 212 μm
% SOLIDOS REBALSE	:	43.555	43.87
CORTE D50 REAL (MICRONES)	:	109.749	118.81
CORTE D50 CORR (MICRONES)	:	136.002	139.87
BYPASS DE AGUA (%)	:	23.843	23.42
PARTICION DE SOLIDOS DESCARGA	:	50.998	50.09
PARTICION DE SOLIDOS DE REBALSE	:	49.002	49.91
FLUJO DE SOLIDO (TPH/CICLON) DESC.	:	42.048	41.30
FLUJO DE SOLIDO (TPH/CICLON) REB.	:	40.402	41.15
DIAMETRO CALCULADO APEX (PLGD.)	:	2.843	2.50

8.4 EJEMPLO DE CALCULO (Cont.)

MICRONES	PARTICION REAL	PARTIC. CORREG.
4750.	100.00	100.00
3350.	100.00	100.00
2360.	100.00	100.00
1700.	100.00	100.00
1180.	100.00	100.00
850.	100.00	100.00
600.	100.00	100.00
425	99.91	99.88
300.	98.42	97.92
212.	89.21	85.84
150.	68.29	58.36
106.	48.40	32.24
74.	36.69	16.87
53.	31.24	9.71
45.	29.60	7.56
37.	28.18	5.69
26.	26.54	3.55
18.	25.56	2.25
13.	25.01	1.54
–13.	24.39	.72

MICRONES	ALIM. % PASANTE	REBALSE	EXP.	DESCARGA	EXP.
4750.	91.02	100.00	100.00	82.39	82.07
3350.	89.06	100.00	100.00	78.55	78.16
2360.	87.64	100.00	100.00	75.76	75.32
1700.	86.36	100.00	100.00	73.25	72.77
1180.	85.08	100.00	100.00	70.74	70.22
850.	83.99	100.00	100.00	68.61	68.04
600.	82.84	100.00	100.00	66.35	65.74
425.	80.89	100.00	100.00	62.53	61.85
300.	77.82	99.90	99.99	56.61	55.72
212.	72.25	98.67	99.46	46.86	45.15
150.	65.84	94.52	96.46	38.28	35.33
106.	56.96	85.17	88.18	29.85	25.86
74.	49.95	76.11	79.29	24.81	20.73
53.	47.96	73.32	76.40	23.59	19.62
45.	46.68	71.48	74.47	22.85	19.00
37.	44.23	67.89	70.68	21.49	17.88
26.	39.82	61.28	63.74	19.20	15.98
18.	35.22	54.29	56.43	16.89	14.09
13.	31.14	48.05	49.91	12.89	12.44


VISCOSIDADE APARENTE ; MILLI PASCAL – SEGUNDO
TAMAÑO DE PARTICULA µm
(D50)
20
30
40
60
80
150
320
% SOLIDO VOLUME

CARACTERISTICAS GEOMETRICAS TIPICAS DE CICLONES KREBS

R. MURANDA B

MODELO CICLON	D_c (pulg.)	A_i (pulg.^{2})	D_o (pulg.)	h (pulg.)	d_{95} (μm)
D3B	3	0.25	1/2; 5/8; 3/4.	19.00	15 a 30
D4B–12°	4	0.25; 0.56; 1.2	3/4; 1; 1 1/4.	24.25	25 a 37
D6B–12°	6	1.3; 2.2	1 1/4; 1 1/2; 1 3/4; 2; 2 1/4; 2 1/2; 3.	30.00	30 a 44
D10B	10	3.1; 4.8	1 1/2; 2; 2 1/2; 3; 3 1/2; 4.	42.00	44 a 53
D10LB	10	7.8	2 1/2; 3; 3 1/2; 4.	34.00	44 a 63
D15B	15	7.0; 11.0	4; 4 1/2; 5 1/4; 6.	53.88	53 a 74
D15LB	15	14.0	6; 7 1/2.	54.00	63 a 80
D20B	20	11.0; 17.0; 21.0	4 1/2; 5 1/4; 6; 6 3/4; 7 1/2.	75.00	74 a 88
D20LB	20	27.0; 33.0	6; 6 3/4; 7 1/2; 8 1/4; 9.	77.25	80 a 104
D26	26	45.0	8; 10; 12.	74.00	104 a 147
D26B	26	45.0; 60.0	8; 10; 12.	74.75	104 a 147
D30S	30	54.0	10; 12; 14.	84.00	110 a 160
D30L	30	70.0	12; 14; 15; 16; 17.	–	147 a 208
D50	50	130.0	18;20.	–	175 a 246
D80	80	300.0	22; 28; 34.	–	246 a 310

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS DEL CAPITULO 4

1. Kelsall, D.F., "A. Further Study of the Hydraulic Cyclone", Chem. Eng. Sci., **2**, 254-274, 1953.
2. Yoshioka, N. and Hotta, Y. "Liquid Cyclone as a Hydraulic Classifier", Chem. Eng., Japan., **19**, 632-635, 1955.
3. Lynch, A.J. & Rao, T.C., "Modelling and Scale-up of Hydrocyclone Classifiers", XI Int. Min. Proc. Cong. II, 1-25, 1975.
4. Plitt, L.R., "Analysis of Solid-Solid Separations in Classifiers", Bul., CIM, **64** (April), 42-47, 1971.
5. Reid, K.J., "Derivation of an Equation for Classifier-Reduced Performance Curves", Can. Met. Q., **10**, 253-254, 1971.
6. Plitt, L.R., "A Mathematical Model of the Hydrocyclone Classifier", Bul., CIM, **69** (December), 114-123, 1976.
7. Finch, J.A. and Matwijenko, "Individual Mineral Behaviour in a Closed Grinding Circuit", AIME, Preprint 77-B-62, 1 - 27, 1977.
8. Gutiérrez, L., "Curso de Procesamiento de Minerales", Apuntes USACH, Depto. de Ing. Metalúrgica, Stgo., Chile, 1981.
9. Gutiérrez, L. & Oblad, E.A., "Avaliação da Performance de Ciclones", VI Encontro Nac. de Trat. de Minerios e Hidrometalurgia, UFRJ, Río de Janeiro, Brasil, Sept. 1979.

CAPITULO 5

TEORIAS MODERNAS DE FLOTACION

5.1 Introducción

Los procesos de concentración por flotación juegan un rol preponderante en la recuperación de especies valiosas desde sus respectivas menas. El número de variables que inciden sobre los resultados metalúrgicos obtenidos a través de la aplicación de este proceso a una mena en particular, es muy extenso, pudiendo no obstante resumirse, de acuerdo a lo esquematizado en la Tabla 5.1.

Básicamente, podemos distinguir tres grupos importantes de variables dentro de un proceso de flotación:

(1) Propiedades dependientes de la mena (material de alimentación al proceso de concentración por flotación);
(2) Características de los reactivos de flotación; y
(3) Características relativas a la máquina de flotación.

En el primer grupo, predominan las características granulométricas, densidad y forma de las partículas del material a flotar, además del grado de oxidación de la mena, naturaleza de las especies valiosas (grado de diseminación y tamaño de liberación), pH natural, características químicas y mineralógicas de la mena a tratar, etc..En general, todas aquellas propiedades inherentes al mineral, y aquellas características resultantes de las etapas previas de conminución aplicadas al material en proceso.

En el segundo grupo, la concentración superficial del colector constituye probablemente la propiedad más relevante; mientras que en el grupo 3, el tamaño y número de burbujas, además del complejo comportamiento hidrodinámico que involucra el movimiento partícula sólida-burbuja-fluido, constituyen los mecanismos preponderantes.

La flotación puede considerarse como un proceso de carácter químico-cinético, en el cual se gestan múltiples interacciones según se aprecia en la Figura 5.1:

TABLA 5.1. Principales Variables de Flotación

Material de Alimentación	Molienda/ Clasificación	Etapa de Acondicionamiento	Flotación
– Naturaleza de las especies valiosas (principal y secundarias).	– Fineza Granulométrica – Dureza del mineral y la ganga.	– Densidad de Pulpa. – Reactivos químicos agregados.	– Densidad, forma y tamaño de las partículas – Densidad pulpa. – pH y temperatura de la pulpa.
– Ganga Asociada. – Constituyentes solubles de la mena.	– Tiempo relativo de las especies minerales en el circuito de molienda.	– Secuencia de adición de reactivos. – Temperatura de la pulpa.	– Carga Circulante. – Tiempo de Flotación. – Geometría de la Celda; RPM de agitación; grado y tipo de aireación.
– Grado de oxidac. de la mena. – Grado de alcalinidad o acidez del agua. – pH natural de la pulpa.	– Tipo de medio de molienda. – Grado de oxidación durante la molienda.	– Tiempo medio de Acondicionamiento. – pH de Acondicionamiento.	– Altura de la espuma. – Tipo y clasificación de reactivos químicos.
– Grado de diseminación y tamaño de liberación de las especies valiosas.	– Reactivos agregados a la molienda. – Densidad de pulpa y tiempo de molienda.	– Intensidad de la Agitación (RPM).	

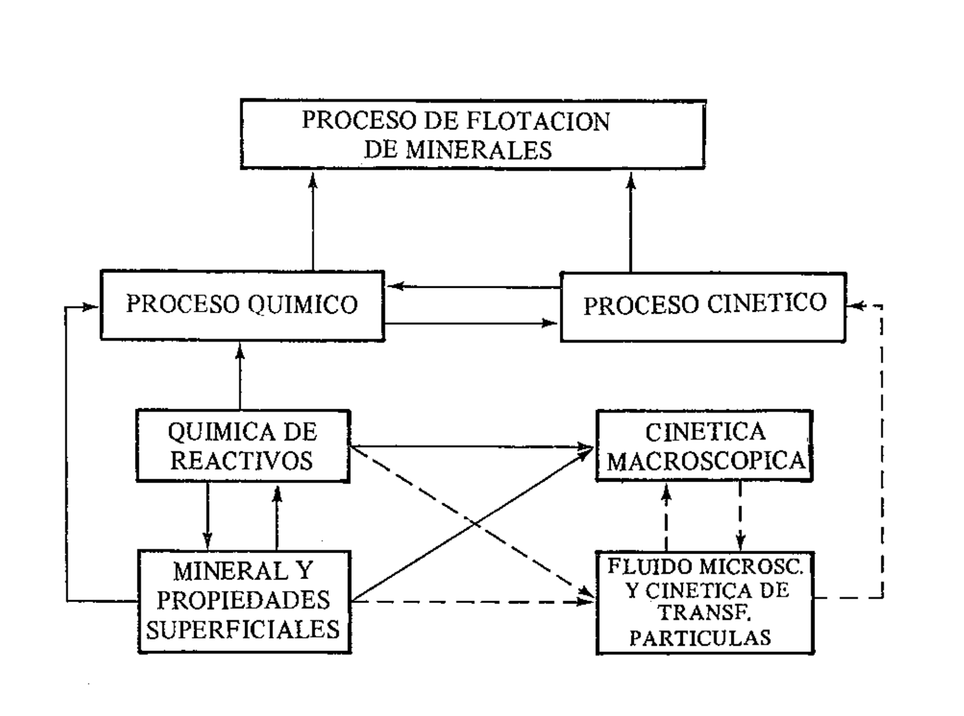


FIGURA 5.1. Representación Esquemática de la Flotación como un Proceso Químico-Cinético.

Por otra parte, el proceso de flotación a modelar puede esquematizarse como sigue:

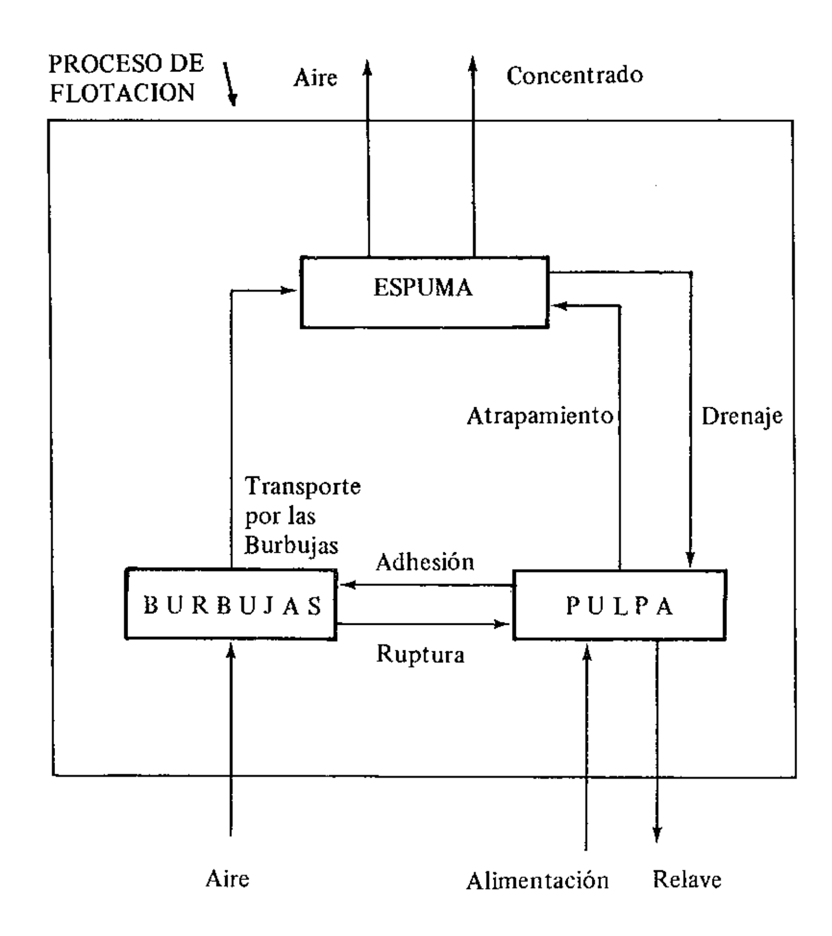


FIGURA 5.2. Representación Esquemática del Proceso de Flotación a Modelar Matemáticamente.

Los modelos matemáticos de flotación pueden clasificarse en tres grupos principales:

(1) Empíricos : Mular (1972)[1], Pitt (1968)[2] y Faulkner (1966)[3].

(2) Probabilísticos: Kelsall (1974)[4], Fleming (1965)[5] y Schuhmann (1942)[6].

(3) Cinéticos : King (1975)[7], Lynch (1974)[8], Harris (1970)[9], Woodburn-Loveday (1965)[10] y García Zúñiga (1935)[11].

En este Libro, daremos énfasis al desarrollo y aplicaciones de los Modelos Cinéticos de Flotación Batch y Continua, basados en conceptos de Balance Poblacional y en la aplicación práctica de la Técnica de los "Splits Factors" para simular Circuitos de Flotación a escalas de laboratorio y planta industrial[12].

5.2 Modelos de Balance Poblacional (MBP)

A. *Modelos Cinéticos de Flotación Batch (MCFB) y Continua (MCFC)*(13)

Los Modelos de Balance Poblacional (o "Population Balance Models") consideran que en forma análoga a como acontece una reacción química entre átomos, moléculas o iones, en un proceso de flotación se producirán asimismo "colisiones" entre las burbujas de aire y las partículas de mineral, las que en caso de ser "exitosas" permitirán flotar las especies de valor dentro de la "fase-espuma", para su posterior remoción en el flujo de concentrado. Es claro, además, que la calidad y cantidad de concentrado a recuperar dependerá tanto de las condiciones físico-químicas como hidrodinámicas imperante en la celda de flotación (o "reactor químico"; ver Figura 5.2). Es así que para modelar adecuadamente el proceso de flotación que ocurre dentro de una celda de flotación continua, bastaría con considerar esta última como un "reactor agitado", cuyas características de "mezcla" y "cinética de reacción" asociadas a cada especie de interés, deberían ser cuantificadas separadamente a objeto de posteriormente combinarlas en un simple MCFC válido para condiciones estacionarias del reactor (Ver Figura 5.1).

a.1) Cinética de Reacciones (Ver Fig. 5.3)

$$\frac{dc}{dt} = KC^n \tag{5.1}$$

donde:

C = Concentración de la especie valiosa en el instante t $[ML^{-3}]$

t = Tiempo [T].

n = orden de reacción (normalmente; n = 1).

k = constante cinética de reacción ($[T^{-1}]$; si n=1)

V = volumen efectivo del reactor $[L^3]$

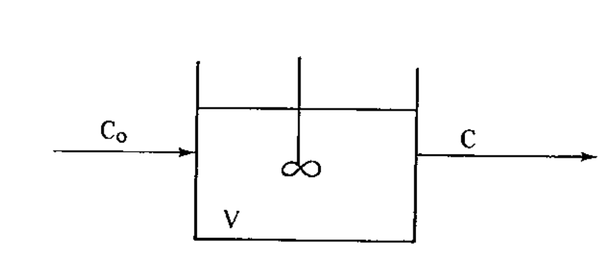


FIGURA 5.3

NOTA: Si n = 1, se tiene una Cinética de Primer Orden, y K se denomina Constante Cinética de 1er Orden. En tal caso:

$$\frac{dc}{dt} = KC \tag{5.2}$$

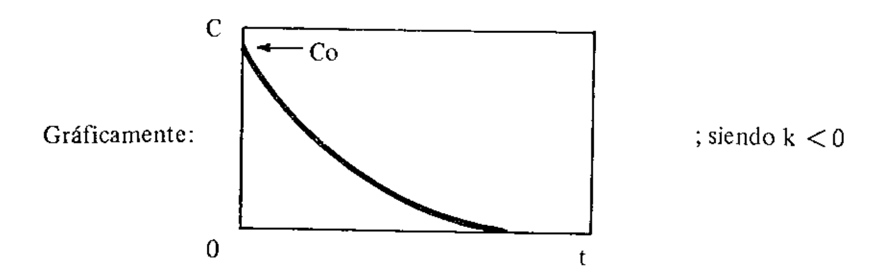
$$\frac{dc}{c} = Kdt$$

$$d \ln c = Kdt \tag{5.3}$$

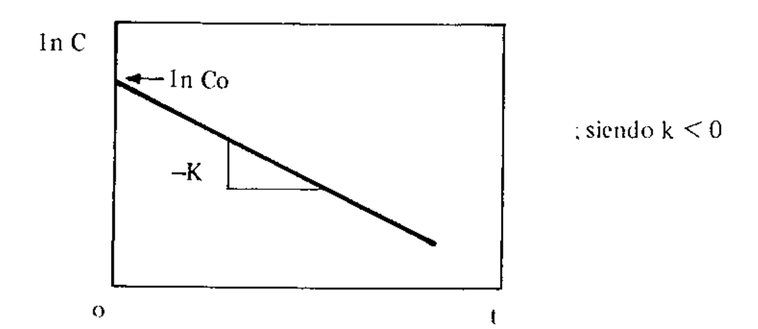
Integrando (5.3) entre t = 0 y t = t, y suponiendo C (o) = Co se tiene:

$$\boxed{C = C_o \exp(Kt)} \tag{5.4}$$

Gráficamente:



O bien; en escala semi-log:



Donde: $\ln C = \ln Co + Kt$ (5.5)

a.2) **Calidad de Mezcla en el Reactor**

Para el sistema en Estado Estacionario (Q = constante), se puede caracterizar el mezclamiento que ocurre en el reactor mediante una CURVA DE DISTRIBUCION DE TIEMPOS DE RESIDENCIA (Curva DTR), designada por E (t); ver Figura 5.4.

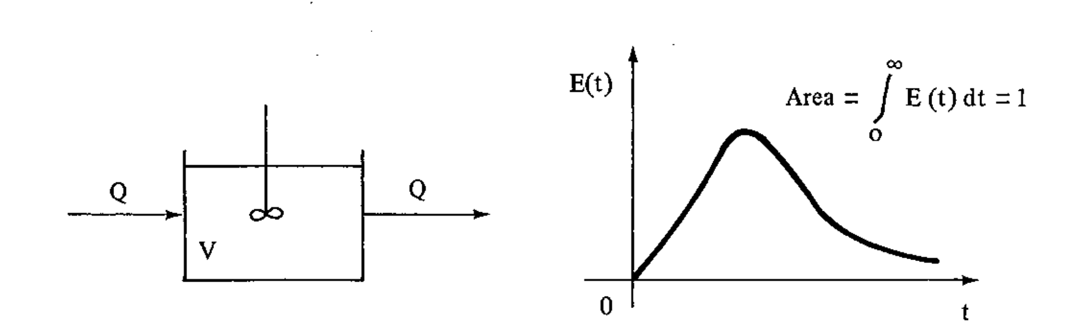


FIGURA 5.4. Curva DTR para un Reactor operando en Estado Estacionario.

Donde; $E(t)\,dt$ = Fracción de partículas con tiempos de residencia comprendidos entre t y (t + dt).

El valor medio de la función E(t) está en el centro de gravedad y determina el Tiempo Promedio de Residencia (τ) de las partículas en el reactor, como sigue:

$$\tau = \frac{V}{Q} = \int_0^\infty t\,E(t)\,dt \tag{5.6}$$

Donde:

τ = tiempo promedio de residencia en el reactor [T]

V = volumen efectivo del reactor $[L^3]$

Q = caudal de entrada (o salida); $[L^3\,T^{-1}]$

La determinación experimental de la curva DTR se efectúa aplicando un impulso de trazador a la entrada del reactor, midiendo entonces la concentración de trazador a la salida del mismo en función del tiempo de muestreo. Un buen trazador debería poseer las siguientes propiedades: (a) tener la misma densidad, viscosidad y propiedades de transporte del flujo de pulpa en movimiento dentro del reactor, a objeto de representar efectivamente la calidad de mezcla existente dentro del equipo; (b) ser fácilmente detectable e inerte (no debería reaccionar con otras partículas de material dentro del reactor). Como ejemplos típicos de trazadores, podrían citarse: NaCl, otras sales, tintas, trazadores radioactivos sólidos, etc.

Definiendo t = 0 como el instante inicial de aplicación del impulso de trazador, se podrá calcular la función E(t), mediante la siguiente expresión:

$$E(t) = \frac{C^*(t)}{\int_0^{\infty} C^*(t)\,dt} \qquad (5.7)$$

Donde:

$C^*(t) = C(t) - Co$

$C(t)$ = concentración de trazador a la salida del reactor en el instante t $[ML^{-3}]$

Co = C (o) = concentración inicial de trazador a la salida del reactor, en el instante t=0 [BACKGROUND; $M\,L^{-3}$]

t = instante de tiempo considerado[T]

A su vez, el tiempo promedio de residencia del material en el reactor estará dado por:

$$\tau = \int_0^{\infty} tc^*(t)dt \Big/ \int_0^{\infty} c^*(t)dt \qquad (5.8)$$

Mientras que la varianza de la distribución E(t), denominada σ_t^2, se calculará como sigue:

$$\sigma_t^2 = \int_0^{\infty} (t - \tau)^2 E(t)dt \Big/ \int_0^{\infty} E(t)dt =$$

$$= \int_0^{\infty} (t - \tau)^2 E(t)dt =$$

$$= \int_0^{\infty} (t^2 - 2t\tau + \tau^2) E(t)dt =$$

$$= \int_0^{\infty} t^2 E(t)dt - 2\tau \int_0^{\infty} t\,E(t)dt + \tau^2 \int_0^{\infty} E(t)dt \qquad (5.9)$$

Recordando ahora que:

$$\int_0^\infty t\,E(t)dt = \tau \qquad ; \text{y además} \tag{5.6}$$

$$\int_0^\infty E(t)dt = 1 \tag{5.10}$$

Al reemplazar (5.6) y (5.10) en (5.9), resulta:

$$\sigma_t^2 = \int_0^\infty t^2\,E(t)dt - 2\,\tau(\,\tau\,) + \tau^{\,2}(1)$$

De donde, finalmente:

$$\boxed{\sigma_t^2 = \int_0^\infty t^2\,E(t)dt - \tau^{\,2}} \tag{5.11}$$

Las integrales indicadas (ecuaciones 5.7, 5.8 y 5.11) podrán ser evaluadas numéricamente usando la Regla de Simpson u otra técnica apropiada, utilizando los valores experimentales suavisados de "C (t) vs. t" obtenidos a intervalos de tiempo suficientemente pequeños (ej.: $\Delta t \simeq 15$ seg.) de la correspondiente Curva Experimental Suavizada. El tiempo total de muestreo, generalmente no excede los 60 minutos, debiendo hacerse muestreos repetidos a intervalos muy breves ($\Delta t \simeq 15$ seg.) durante los primeros 5 minutos, a objeto de poder detectar la parte creciente y "peak" de la curva (ver Fig. 5.4), distanciando entonces el período de muestreo a 2, 5, 10 minutos, etc., de muestreo, para construir la parte decreciente (caída exponencial) de la curva, hasta que ésta nuevamente retorne a la concentración inicial C_O (normalmente; $C_O \simeq O$).

– **Tipos de Mezcla de un Reactor Continuo**

Los tipos de mezcla existentes en un reactor continuo, normalmente podrán asociarse a alguno de los tres modelos de flujos que se describen a continuación (ver Fig. 5.5).

(a) Flujo Pistón Plug-Flow).

(b) Mezcla Perfecta (Perfect Mixing).

(c) Flujo Real (Intermediate Mixing).

El modelo de Flujo Pistón presupone ausencia de mezcla en cualquier dirección del reactor, produciéndose una salida de partículas en el mismo orden en que ellas entraron al equipo (ver Figura 5.5.a). En este caso, todas las partículas que entraron al reactor en el ins-

tante $t = 0$ saldrán del mismo en el instante $t = \tau$ (es decir, todas las partículas tienen el mismo tiempo de residencia, $t = \tau$, dentro del reactor).

El modelo de Mezcla Perfecta considera a su vez un total mezclamiento con distribución homogénea-instantánea de todas las partículas a través del reactor (ver figura 5.5.b). En este caso, la concentración de partículas a la salida del reactor en cualquier instante t considerado es idéntica a la del interior del reactor (en cualquier posición dentro del mismo), alcanzando la función E(t) su valor máximo ($1/\tau$) en el instante inicial $t = 0$, y decreciendo exponencialmente el valor de E(t) a través del tiempo (para $t \rightarrow \infty$, el valor de $E(t) = 0$).

El modelo de Flujo Real corresponde a una situación intermedia entre ambos casos hipotéticos (ideales) descritos anteriormente, siendo el caso más común encontrado en la práctica industrial. No obstante lo anterior, el modelo de "N" reactores en serie perfectamente mezclados e idénticos ha demostrado ser lo suficientemente preciso para representar cualquier situación real, ya que cuando $N = 1$ se obtiene el Modelo de Mezcla Perfecta, mientras que cuando $N \rightarrow \infty$ se obtiene el otro caso extremo de Flujo Pistón. El mejor valor de N se obtendrá a partir de la distribución experimental de "E(t) versus t", al igual que el valor de τ (tiempo promedio de residencia), según se discute más adelante.

Para el caso del Modelo de Flujo Real, la integral:

$$\int_0^{t_1} E(t)dt \; ;$$

representará la fracción de partículas en el flujo de salida del reactor, con tiempo de residencia $t \leqslant t_1$ (Fracción más Joven que t_1).

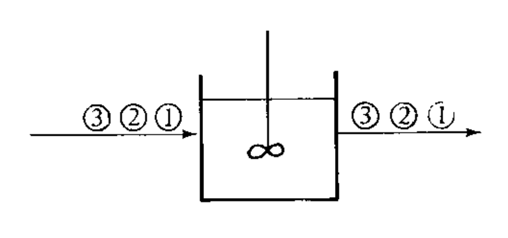
mientras que la integral:

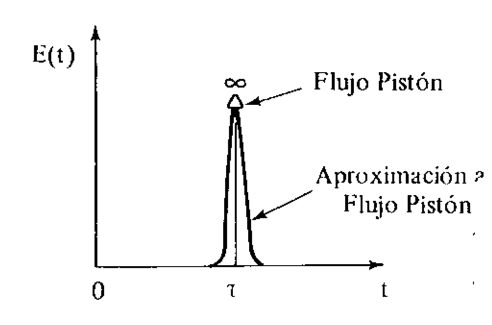
$$\int_{t_1}^{\infty} E(t)dt$$

representará la fracción de partículas en el flujo de salida del reactor, con tiempo de residencia $t > t_1$ (es decir la Fracción más Vieja que t_1).

El hecho entonces de que la integral $\int_0^{\infty} E(t)dt$ sea igual a 1, garantiza entonces que todas las partículas habrán salido del reactor, en algún instante cualquiera de tiempo comprendido entre $t = 0$ y $t \rightarrow \infty$; siendo $t = 0$ un instante inicial arbitrario (no necesariamente corresponde al instante en que la pulpa comienza a fluir dentro del reactor, sino que corresponde al instante de aplicación del impulso de trazador a la entrada del equipo).

a) Modelo de Flujo Pistón





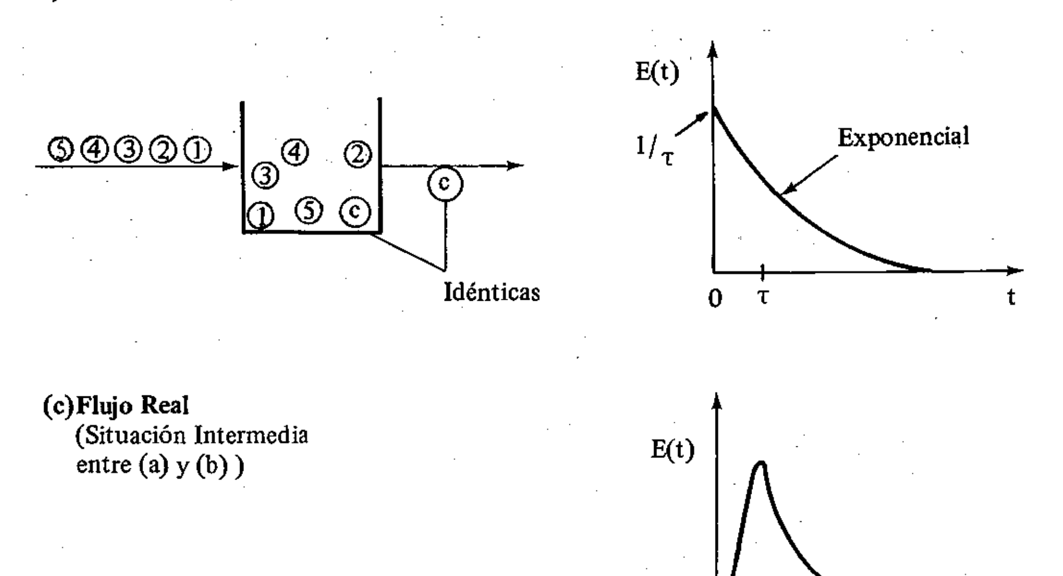
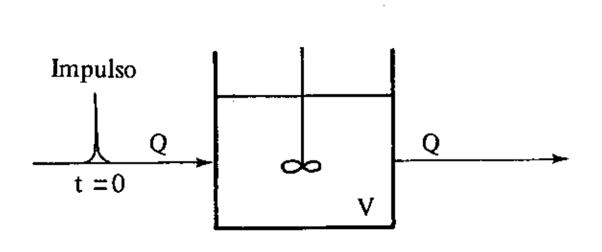


FIGURA 5.5. Distribución de Tiempo de Residencia para Diferentes Modelos de Flujos en un Reactor Continuo (estado estacionario).

– **Cálculo de DTR en Modelo de Mezcla Perfecta**

Consideremos un reactor de volumen V operando en estado estacionario, al cual se alimenta un caudal constante Q. Supongamos además que en el instante $t = 0$ se aplica un impulso de trazador (función delta Dirac) a la entrada del reactor, y que deseamos evaluar la DTR (función E(t)) del trazador a la salida del reactor, suponiendo que éste se comporta como un Mezclador Perfecto. Designemos además por C_0 la concentración inicial de trazador a la salida (y dentro) del reactor en el instante $t = 0$, y por C(t) las respectivas concentraciones de trazador a la salida y dentro del reactor, en el instante de tiempo t. Se tendrá:



Haciendo un balance de masa, en período dt, para $t > 0$:

(ENTRADA = (SALIDA) + (ACUMULACION)

$$0 = cQdt + Vdc \qquad (5.12)$$

De donde:

$$\frac{dc}{c} = \frac{-Q}{V} dt \qquad (5.13)$$

pero: $\tau = V/Q$ (5.14)

Luego:

$$\ln C = -t/\tau + K \qquad (5.15)$$

Aplicando la Condición de Borde (C.B) inicial:

C.B.: para $t = 0$; $C = Co = \frac{m_o}{V}$; siendo m_o = masa inicial de trazador.

Se obtiene $K = \ln Co$

De donde:

$$\ln \frac{C}{Co} = -t/\tau$$; y finalmente:

$$\boxed{C = Co \exp(-t/\tau)} \qquad (5.16)$$

Si se analiza la situación para el intervalo de tiempo comprendido entre t y t + dt, después del inicio del experimento, y designamos por m_T la cantidad (masa) de trazador que abandona el sistema en dicho intervalo:

$$m_T = cQdt = \left[Co \exp(-t/\tau) \right] Qdt =$$
$$= \left[\frac{m_o}{V} \exp(-t/\tau) \right] Qdt \qquad (5.17)$$

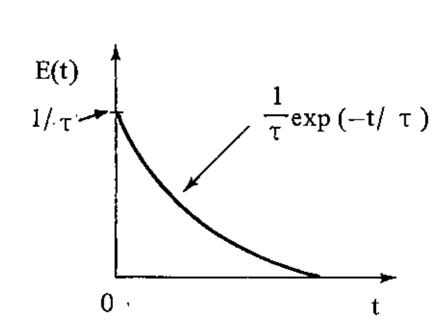
La proporción de partículas con tiempos de residencia comprendidos entre t y t + dt está dada por:

$$E(t)dt = \frac{m_T}{mo} = \left[\frac{Q}{V} \exp(-t/\tau) \right] dt \qquad (5.18)$$

De donde finalmente (recordando que $\tau = v/Q$) se obtiene:

$$E(t) = \frac{1}{\tau} \exp(-t/\tau) \tag{5.19}$$

Luego, para el Flujo en Mezcla Perfecta, se obtendrá:



Definiendo ahora;

$$\theta = t/\tau = \text{tiempo adimensional.}$$

$$E(\theta) = \tau\, E(t) = \text{función DTR adimensionalizada}$$

Se obtiene finalmente:

$$\boxed{E(\theta) = \exp(-\theta)} \tag{5.20}$$

Cálculo de DTR para "N" mezcladores Perfectos conectados en Serie.

Derivaremos a continuación las expresiones para $E(t)$ y $E(\theta)$, en el caso general de N reactores idénticos en serie, considerando que cada uno de ellos es un mezclador perfecto. La importancia de este modelo radica en que, dependiendo del valor de N, es posible abarcar modelos de flujo desde Mezcla Perfecta ($N = 1$) hasta Flujo Pistón ($N \to \infty$). En la práctica, todos los sistemas modelables se encuentran entre estas dos alternativas extremas, de modo que este enfoque es de carácter general.

Efectuaremos el análisis para 1 y 2 reactores en serie, generalizando entonces el cálculo para 3 y más reactores mediante inducción matemática, hasta llegar a obtener la expresión general requerida.

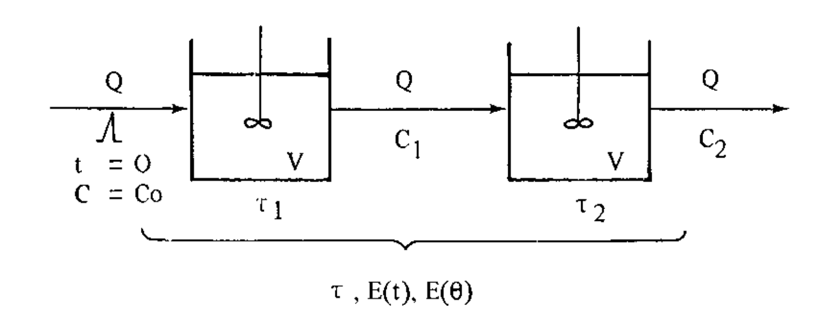
Para 1 Mezclador Perfecto

$$E(t) = \frac{1}{\tau} \exp(-t/\tau) \tag{5.19}$$

$$E(\theta) = \exp(-\theta) \tag{5.20}$$

Para 2 Mezcladores Perfectos conectados en Serie

$$\tau_1 = \tau_2 = V/Q = \tau/2$$



Haciendo un balance másico en el primer reactor, en intervalo dt, para $t > 0$:

$$(\text{Entrada}) = (\text{Salida}) + (\text{Acumulación})$$

$$0 = C_1 Q dt + V dC_1 \tag{5.21}$$

De donde:

$$\frac{dC_1}{C_1} = -\frac{Q}{V} dt \tag{5.22}$$

pero: $$\tau_1 = \frac{V}{Q} = \tau/2 \tag{5.23}$$

Luego:

$$\ln C_1 = \frac{-2t}{\tau} + K_1 \tag{5.24}$$

Además, en $t = 0$: $C_1 = C_1^o = \dfrac{m_T}{V}$ (dispersión instantánea)

y la concentración inicial referida al sistema completo:

$$C^* = \frac{m_t}{2V} = \frac{1}{2} C_1^o \tag{5.25}$$

luego, $K_1 = \ln C_1^o = \ln 2C^*$ (5.26)

reemplazando (5.26) en (5.24)

$$\ln C_1 = -\frac{2t}{\tau} + \ln 2C^*$$

$$\ln \frac{C_1}{2C^*} = -\frac{2t}{\tau}$$; de donde:

$$\boxed{C_1 = 2C^* \exp(-2t/\tau)} \qquad (5.27)$$

Haciendo ahora un balance másico en el 2º reactor:

$$(\text{Entrada}) = (\text{Salida}) + (\text{Acumulación})$$

$$C_1\,Qdt = C_2\,Qdt + VdC_2 \qquad (5.28)$$

Reemplazando (5.27) en (5.28):

$$2C^*\,Qdt\exp(-2t/\tau) = C_2\,Qdt + VdC_2 \qquad (5.29)$$

$$[2C^*\exp(-2t/\tau) - C_2]\,Qdt = VdC_2$$

$$[2C^*\exp(-2t/\tau) - C_2]\,dt = \frac{V}{Q}dC_2 = \frac{\tau}{2}\,dC_2$$

de donde:

$$4C^*[\exp(-2t/\tau)]\,dt = 2C_2\,dt + \tau\,dC_2 \qquad (5.30)$$

Si pasamos a la forma adimensional:

$$\theta = t/\tau \quad ; \quad d\theta = \frac{1}{\tau}\,dt \qquad (5.31)$$

se obtiene:

$$4C^*\tau\,[\exp(-2\theta)]\,d\theta = 2\,\tau\,C_2 d\theta + \tau\,dC_2$$

O sea, al simplificar por τ y reordenar:

$$4C^*\exp(-2\theta) = 2C_2 + \frac{dC_2}{d\theta} \qquad (5.32)$$

La ecuación (5.32) corresponde a una ecuación diferencial ordinaria no homogénea, del tipo:

$$\frac{dy}{dx} + 2y = P\,\exp(-2x) \qquad (5.33)$$

cuya solución es: $y = Px \exp(-2x)$ (5.34)

O sea:

$$C_2 = 4C^* \theta \exp(-2\theta) \quad (5.35)$$

Además, como por definición $E(\theta) = C_2/C^*$, de (5.35) se obtiene finalmente:

$$E(\theta) = 4\theta \exp(-2\theta) \quad (5.36)$$

que corresponde a la función DTR adimensionalizada para el caso de 2 reactores idénticos en serie, perfectamente mezclados.

Este mismo análisis puede hacerse para 3 y más reactores, llegando a la siguiente expresión general para N reactores, mediante inducción matemática:

Para N reactores en Serie:

$$E(\theta) = \frac{N^N \theta^{N-1} \exp(-N\theta)}{(N-1)!} \quad (5.37)$$

O bien:

$$E(t) = \frac{N^N (t/\tau)^{N-1} \exp(-Nt/\tau)}{\tau (N-1)!} \quad (5.38)$$

El problema de caracterizar los resultados experimentales se reduce entonces a determinar los parámetros N y τ asociados al transporte de material a través del banco de celdas de flotación. Estos pueden estimarse fácilmente a partir de la media y varianza de la distribución E(t) experimental, igualando dichos valores con la media y varianza de la distribución E(t) teórica (ecuación 5.38), obteniéndose las siguientes correlaciones de interés:

$$\sigma_t^2 = \int_0^\infty t^2 E(t)dt - \tau^2 \quad (5.11)$$

Reemplazando (5.38) en (5.11), se obtiene:

$$\sigma_t^2 = \tau^2/N \quad (5.39)$$

De donde finalmente:

$$\boxed{N = \tau^2 / \sigma_t^2 = 1/\sigma_\theta^2}$$

Siendo: τ = tiempo promedio de residencia experimental (determinado mediante la ecuación (5.8).

σ_t^2 = varianza de la distribución E(t) experimental (determinada mediante la ecuación (5.11)).

σ_θ^2 = varianza de la distribución $E(\theta) = \int_0^\infty \theta^2 E(\theta)\, d\theta - 1.$

Los valores experimentales de τ y σ_t^2 pueden obtenerse mediante métodos conocidos de integración numérica, tales como la FORMULA DE SIMPSON:

$$\int_{x_o}^{x_n} f(x)dx \simeq \frac{h}{3}\Big[f(x_o) + f(x_n) + 4\left\langle f(x_1) + f(x_3) + \ldots \right.$$

$$\left. \ldots + f(x_{n-1}) \right\rangle + 2\left\langle f(x_2) + f(x_4) + \ldots \right.$$

$$\left. \ldots + f(x_n) \right\rangle \Big] \qquad (5.41)$$

Siendo n = N° par (número impar de intervalos).

a.3) Desarrollo de la Ecuación General de Balance Poblacional.

— Modelo Cinético de Flotación Batch

Supondremos primero una cinética de flotación de primer orden para cada componente valioso y la ganga, dentro de la celda de flotación; en tal caso:

$$\frac{dc}{dt} = -K \cdot C \qquad (5.42)$$

cuya solución es:

$$\boxed{C = Co \exp(-Kt)} \qquad (5.43)$$

Siendo:

C = concentración promedia de la especie de interés (Cu, Mo, Fe, ganga; etc.) dentro de la celda de flotación en el instante t $[ML^{-3}]$

Co = concentración inicial de la especie de interés dentro de la celda, para $t = 0$ $[ML^{-3}]$.

t = tiempo de flotación [T]

k = constante cinética de flotación de la especie de interés $[T^{-1}]$

La recuperación (expresada como fracción en peso, $^{o}/1$) de la especie de interés, estará dada por:

$$r = (Co - C) / Co = 1 - C/Co \qquad (5.44)$$

Reemplazando (5.43) en (5.44), obtenemos finalmente:

$$\boxed{r = 1 - \exp(-kt)} \qquad (5.45)$$

Obsérvese que la ecuación (5.43) presupone que, para $t \to \infty$, la concentración del componente flotable en la celda es 0. De igual forma, la ecuación (5.45) considera que para un tiempo de flotación infinitamente grande la recuperación máxima alcanzable es 1 (o 100%, en términos porcentuales). Lo anterior no se cumple en la práctica, ya que debido a problemas de falta de liberación, dosis de colector, etc., es prácticamente imposible alcanzar un 100% de recuperación de las especies valiosas en el concentrado. Así, se deberá introducir el concepto de Recuperación Máxima Alcanzable en la ecuación (5.45), definiendo $r = R$ para $t \to \infty$, en tal caso:

$$\boxed{r = R\,[\,1 - \exp(-Kt)\,]} \qquad (5.46)$$

que constituye la ecuación cinética de flotación Batch, desarrollada originalmente por García Zúñiga en 1935[11].

Los parámetros R y k en la ecuación (5.46) son característicos de cada componente flotable (Ej.: Cu, Mo, Fe, e insolubles, en el caso típico de un mineral de cobre porfídico), dependiendo también de cada etapa de flotación (Rougher, Cleaner, Recleaner, Scavenger, etc.) y de las características propias del mineral (granulometría, grado de liberación), condiciones de operación (pH, tipo y dosis de reactivos de flotación, RPM de agitación, diseño de la celda, etc.), debiendo por tanto determinarse para cada situación en particular, y para cada componente de la mena. Existen técnicas de regresión no-lineal de amplio uso en la actualidad, que permiten determinar en forma simultánea ambos parámetros (R y k); un método simple que requiere apenas de una calculadora de bolsillo para estimar ambos parámetros es el de MINIMIZACION DEL COEFICIENTE VARIACIONAL[14]. En este método se asignan valores arbitrarios a R, y para cada valor de R se calcula el valor de K desde la ecuación (5.46) a distintos tiempos de flotación, según:

$$\boxed{K = -\frac{1}{t}\,\ell n\left[1 - r/R\right]} \qquad (5.47)$$

evaluando K para distintos tiempos de flotación (excepto para $t = 0$, donde K se indetermina); calculando la media de K ($\bar{K}$); desviación estándar de k (S_K) y coeficiente variacional de K ($\%\ C.V. = 100\,\frac{S_k}{\bar{K}}$) para cada valor de R asignado. El valor óptimo de R será aquél que mini-

minice el $(\% \ C.V.)_k$, es decir, aquél que produzca un valor aproximadamente "constante" de K, independientemente del tiempo de flotación seleccionado para evaluar K (ec. 5.47). Una vez encontrado dicho valor de R (óptimo), el K (óptimo) será el valor medio de K (o $\overline{K}$) correspondiente a dicho R óptimo. El valor de R es fácilmente estimable a partir de resultados experimentales (para tiempos largos de flotación y suponiendo $R \leqslant 100\%$), pudiendo hacerse el cálculo para diferentes valores de R y graficando "$(\% \ CV)_k$ versus R", donde se obtendrá una parábola, cuyo valor mínimo permitirá estimar el mejor valor de R, y de allí, el mejor valor de K.

Otras expresiones alternativas para modelar la flotación batch, que a veces proporcionan un "mejor grado de ajuste" a los datos experimentales, son las siguientes:

$$\boxed{r = R \ [1 - \exp(-Kt^n)]} \ ^{(13)} \qquad (5.48)$$

Donde; n es parámetro empírico dependiente del componente flotable y la etapa de flotación (en la ecuación (5.46) se supone que n = 1).

Otra fórmula propuesta por Klimpel[15] es la siguiente:

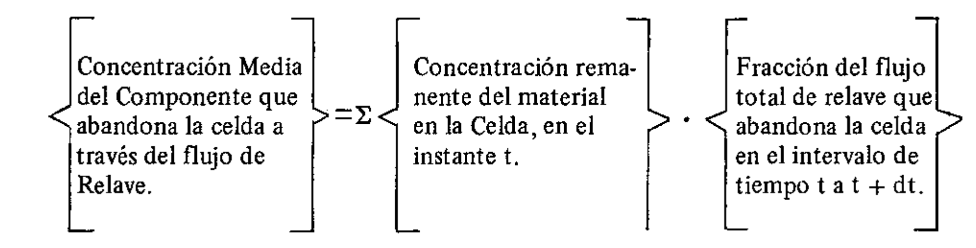
$$\boxed{r = R \left\{ 1 - (1/Kt) \ [1 - \exp(-Kt)] \right\}} \qquad (5.49)$$

donde r representa la recuperación acumulada del componente flotable en el instante t.

A través del uso de las ecuaciones (5.46), (5.48) y (5.49), se podrá comparar la eficiencia de distintos reactivos colectores sobre la flotabilidad de un mismo mineral, manteniendo idénticas condiciones operacionales en cada caso a escala de laboratorio; o bien investigar los efectos de dosis de colector, pH de flotación, tamaño de partículas, etc., a objeto de maximizar recuperaciones y/o mejorar la calidad del concentrado, dependiendo del interés del usuario, para cada aplicación en particular.

– **Modelo Cinético de Flotación Continua**

El modelo cinético de flotación válido para una celda continua, operando en estado estacionario, puede derivarse a partir de la siguiente ecuación de balance poblacional:



O sea:

$$C = \int_0^\infty [c(t)]_{BATCH} \cdot E(t)\,dt \tag{5.50}$$

Dividiendo miembro a miembro la ecuación (5.50) por Co, y recordando que $r_{BATCH} = 1 - [c(t)]_{BATCH}/Co$; $r = 1 - C/Co$; se obtiene:

$$\frac{C}{Co} = \int_0^\infty \frac{[C(t)]_{BATCH}}{C_o} \cdot E(t)\,dt \tag{5.51}$$

$$1 - \frac{C}{Co} = 1 - \int_0^\infty \frac{C(t)_{BATCH}}{Co} \cdot E(t)dt; \text{ o bien}$$

$$r = \int_0^\infty E(t)\,dt - \int_0^\infty \frac{C(t)_{BATCH}}{Co} \cdot E(t)dt$$

$$r = \int_0^\infty \left[1 - \frac{C(t)_{BATCH}}{Co}\right] E(t)\,dt \tag{5.52}$$

y finalmente:

$$r = \int_0^\infty r_{BATCH} \cdot E(t)\,dt \tag{5.53}$$

La ecuación (5.53) es de gran importancia, pues permite derivar modelos para bancos de celdas, basados en los correspondientes modelos batch y curvas DTR, como sigue:

Caso de 1 Celda de Flotación Perfectamente Mezclada

En este caso:

$$r_{BATCH} = R\left[1 - \exp(-kt)\right] \tag{5.54}$$

$$E(t) = \frac{1}{\tau}\exp(-t/\tau) \tag{5.55}$$

Reemplazando (5.54) y (5.55) en (5.53), se obtiene:

$$r = \frac{R}{\tau}\int_0^\infty \left[1 - \exp(-kt)\right] \cdot \exp(-t/\tau)\,dt =$$

$$= \frac{R}{\tau}\left[\int_0^{\infty} \exp(-t/\tau)dt - \int_0^{\infty} \exp(-kt)\cdot\exp(-t/\tau)\,dt\right] =$$

$$= \frac{R}{\tau}\left[-\tau\cdot\left[\exp(-t/\tau\right]_0^{\infty} + \frac{1}{(k+\frac{1}{\tau})}\left[\exp(-(k+\frac{1}{\tau})t)\right]_0^{\infty}\right]$$

De donde: (5.56)

$$r = \frac{R}{\tau}\left[-\tau\ (0-1) + \frac{1}{(k+\frac{1}{\tau})}(0-1)\right] =$$

$$= \frac{R}{\tau}\left[\tau - \frac{1}{k+\frac{1}{\tau}}\right] = \frac{R}{\tau}\left[\frac{k\tau + 1 - 1}{k+1/\tau}\right] =$$

$$= \frac{R}{\tau}\left[\frac{k\tau^2}{1+k\tau}\right] = \frac{Rk\tau}{1+k\tau} \qquad (5.57)$$

finalmente:

$$\boxed{r = R\cdot\left[\frac{k\tau}{1+k\tau}\right]} \qquad (5.58)$$

Caso de 1 Celda de Flotación con Flujo Pistón

En este caso, no existe una "distribución" de tiempos de residencia en la celda, pues todas las partículas permanecen el mismo tiempo $t = \tau$,dentro de la celda, o sea:

$$r = \int_0^{\infty} R\ [1-\exp(-k\tau)]\cdot E(t)\,dt =$$

$$= R\ [1-\exp(-k\tau)]\cdot\int_0^{\infty} E(t)\,dt =$$

$$= R\ [1-\exp(-k\tau)] \qquad (5.59)$$

O sea:

$$\boxed{r = R\ [1-\exp(-k\tau)]} \qquad (5.60)$$

que corresponde a la ecuación cinética de flotación batch (Ec. 5.46), considerando $t = \tau$ = constante.

Caso de un Banco de N Celdas, cada una de ellas perfectamente mezclada.

Definamos:

$$\tau_1 = \tau_2 \ldots\ldots\ldots = \tau_N = V/Q = \tau/N$$

= tiempo promedio de residencia en cada celda [T].

τ = tiempo promedio total de residencia en el banco de celdas [T].

N = Número de Celdas en el Banco.

V = Volumen de cada celda $[L^3]$.

Q = caudal de pulpa alimentado a cada celda (y al banco de flotación, despreciando el flujo de concentrado en cada caso); $[L^3\,T^{-1}]$.

Se tendrá:

$$r_{BATCH}(t) = R\ [1 - \exp(-kt)] \qquad (5.61)$$

O bien, en función de la variable θ adimensional:

$$r_{BATCH}(\theta) = R\ [1 - \exp(-k\ \tau\ \theta)] \qquad (5.62)$$

Además:

$$E(\theta) = \frac{N^N\ \theta^{N-1} \exp(-N\theta)}{(N-1)!} \qquad (5.63)$$

y:

$$E(t)\,dt = E(\theta)\,d\theta \qquad (5.64)$$

Reemplazando (5.62), (5.63) y (5.64) en (5.53), se obtiene:

$$r = \int_0^{\infty} r_{BATCH}(\theta) \cdot E(\theta)\,d\theta \qquad (5.65)$$

De donde, finalmente:

$$\boxed{r = R \left\{ 1 - \left[\frac{N}{N + k\tau} \right]^N \right\}} \qquad (5.66)$$

Basándose en el esquema antes propuesto, pueden derivarse múltiples modelos de flotación en bancos de celdas industriales, los cuales son de gran utilidad en la optimización

de circuitos de flotación. De igual forma, los resultados de pruebas de flotación batch de laboratorio podrán extrapolarse a nivel industrial mediante aplicación de los modelos anteriores.

Modelo de Klimpel – Banco de N Celdas

Haciendo los reemplazos correspondientes ($r_{BATCH}(\theta)$ y $E(\theta)$) en la ecuación (5.53), se obtiene:

$$r = R \left[1 - \frac{1 - N^{N-1} (N + k\tau)^{1-N}}{(N-1)k\tau/N} \right] \tag{5.67}$$

Obsérvese además, de las ecuaciones (5.60) (caso de una celda de flotación con flujo pistón, con tiempo promedio de residencia τ; o bien N celdas más pequeñas, c/u con tiempo medio de residencia igual a τ/N) y (5.66) (caso de N celdas de flotación, con tiempo promedio de residencia total igual a τ, es decir, cada celda con tiempo medio de residencia igual a τ/N), que el término $[(N/(N + k\tau)]^N$ es siempre mayor que $\exp(-k\tau)$. Es decir, la flotación batch (o N celdas con flujo pistón) siempre producirá una mayor recuperación que el banco de N celdas perfectamente mezcladas (excepto cuando $N \to \infty$), según se ilustra en la Tabla 5.2 y Figura 5.6, para diferentes valores de ($K\tau$) variando entre 0 e ∞ y diferentes valores de N (variando entre 1 e ∞). La comparación en ambos casos se hace para un mismo valor de ($K\tau$) y variando el número de celdas en el banco (N). Esto es, suponemos la misma constante cinética de flotación (k; min^{-1}) y el mismo tiempo promedio total de residencia en el banco (τ; min), comparando entonces los niveles de recuperación obtenidos, normalizados por la recuperación máxima (r/R, expresados en o/1).

TABLA 5.2. Valores de (r/R) versus ($k\tau$), para un banco de N celdas con flujo pistón (o caso batch), y otro banco de N celdas perfectamente mezcladas.

$k\tau$	BANCO DE "N" CELDAS CON FLUJO PISTON	BANCO DE "N" CELDAS CON MEZCLA PERFECTA								
		$r/R = 1 - (1 + k\tau/N)^{-N}$								
	$\frac{r}{R} = 1 - \exp[(-KN(\frac{\tau}{N})]$	N = 1	N = 3	N = 5	N = 10	N = 20	N = 50	N = 100	....	$N \to \infty$
0	0	0	0	0	0	0	0	0		0
0,1	0,0952	0,0909	0,0937	0,0943	0,0947	0,0949	0,0951	0,0951	...	0,0952
0,3	0,2592	0,2308	0,2487	0,2527	0,2559	0,2575	0,2585	0,2588	....	0,2592
0,5	0,3935	0,3333	0,3703	0,3791	0,3861	0,3897	0,3920	0,3927	....	0,3935
0,8	0,5507	0,4444	0,5079	0,5239	0,5368	0,5436	0,5478	0,5492	....	0,5507
1,0	0,6321	0,5000	0,5781	0,5981	0,6145	0,6231	0,6285	0,6303	....	0,6321
1,5	0,7769	0,6000	0,7037	0.7307	0,7528	0,7646	0,7719	0,7744	....	0,7769
2,0	0,8647	0,6667	0,7840	0.8141	0,8385	0,8514	0,8593	0,8620	....	0,8647
3,0	0,9502	0,7500	0,8750	0,9046	0,9275	0,9389	0,9457	0,9480	....	0,9502
4,0	0,9817	0,8000	0,9213	0,9471	0,9654	0,9739	0,9787	0,9802	....	0,9817
5,0	0,9933	0,8333	0,9473	0,9688	0,9827	0,9885	0,9915	0,9924	...	0,9933
8,0	0,9997	0,8889	0,9797	0,9916	0,9972	0,9988	0,9994	0,9995	....	0,9997
10,0	≃ 1	0,9091	0,9877	0,9959	0,9990	0,9997	0,9999	0,9999	..	≃ 1
20,0	≃ 1	0,9524	0,9978	0,9997	≃ 1	≃ 1	≃ 1	≃ 1	...	≃ 1
30,0	≃ 1	0,9677	0,9992	0,9999	≃ 1	≃ 1	≃ 1	≃ 1	....	≃ 1
40,0	≃ 1	0,9756	0,9997	≃ 1	≃ 1	≃ 1	≃ 1	≃ 1	....	≃ 1
50,0	≃ 1	0.9804	0,9998	≃ 1	≃ 1	≃ 1	≃ 1	≃ 1	....	≃ 1
80,0	≃ 1	0,9877	≃ 1	≃ 1	≃ 1	≃ 1	≃ 1	≃ 1	....	≃ 1
100,0	≃ 1	0,9901	≃ 1	≃ 1	≃ 1	≃ 1	≃ 1	≃ 1	....	≃ 1
200,0	≃ 1	0,9950	≃ 1	≃ 1	≃ 1	≃ 1	≃ 1	≃ 1	....	≃ 1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
∞	1	1	1	1	1	1	1	1		1

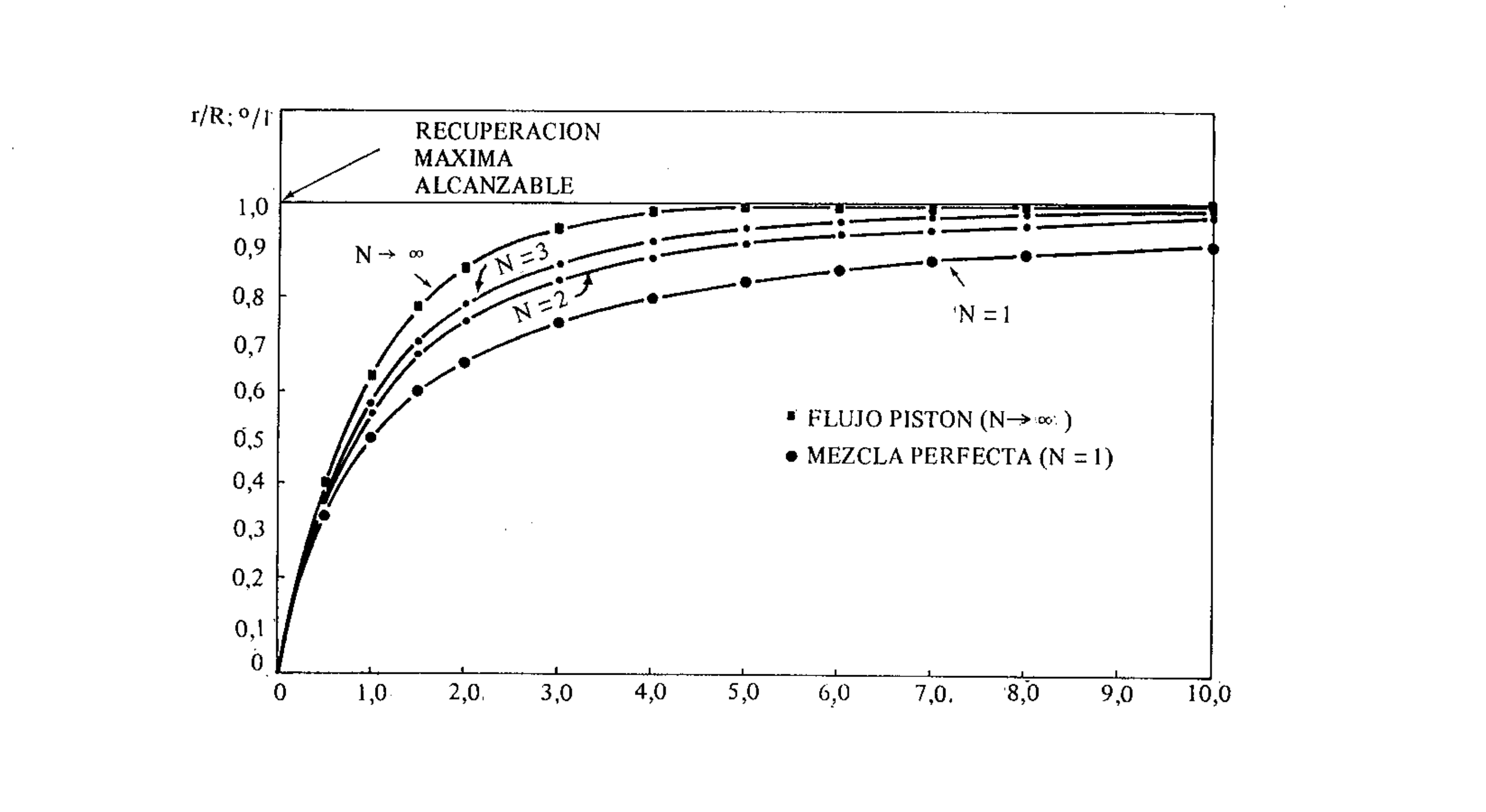


FIGURA 5.6. Valores de "r/R vs. k τ"; para un Banco de "N" Celdas c/Flujo Pistón (o caso Batch), y otro Banco de "N" Celdas Perfectamente Mezcladas (N = 1, 2, 3, ..., ∞)

B. *Criterios Generales de Escalamiento (Laboratorio/Planta) y de Optimización de Circuitos de Flotación*

La proyección de los resultados de flotación desde el laboratorio a escala industrial pasando por planta piloto, constituye un problema primordial tanto en el diseño de nuevas instalaciones como en la optimización de plantas concentradoras existentes.

En el escalamiento del diseño de celdas industriales, especialmente para el desarrollo de nuevas máquinas de flotación, se acostumbra aplicar la Teoría de Similitud(15), a través del uso de diversos grupos adimensionales tales como el Número de Potencia (Power Number), el Flow Number, el Froude Number y el Número de Reynolds(16,17,18,19).

Otro enfoque comúnmente utilizado se refiere al escalamiento de datos de flotación empleando correlaciones netamente empíricas(20). En este caso se recurre a técnicas de regresión y análisis estadístico de la información experimental obtenida desde la planta funcionando y de pruebas batch de laboratorio.

Finalmente, y para fines de control metalúrgico, en las plantas concentradoras normalmente se dispone de uno o más ensayos standard de laboratorio, cuyos resultados permiten detectar variaciones de proceso y/o determinar la conveniencia de efectuar cambios operacionales para mejorar los índices de eficiencia metalúrgica y/o económica de la planta.

Según Arbiter y Harris(16), las variables que determinan el comportamiento de la flotación pueden clasificarse en dos grupos importantes:

(1) Aquellas propiedades físico-químicas del proceso de flotación que incluyen las características superficiales de las especies valiosas y la ganga acompañante, además de las asociaciones existentes entre las diversas especies presentes. También en este grupo se encuentran las propiedades químicas de la fase acuosa, tales como: pH de flotación, presencia de colectores, espumantes, activadores, depresores u otros; y

(2) Aquellos factores que definen el comportamiento hidrodinámico del sistema, entre los cuales se encuentran las variables de diseño del equipo y la dinámica de la pulpa circulante incluyendo el comportamiento de la fase espuma (esta última juego un rol preponderante en la eficiencia global del proceso).

La flotación considerada como proceso cinético (ver Fig. 5.6) proporciona una vía simple de solución al problema de escalamiento enfocado al diseño de circuitos industriales y a la optimización de plantas en operación, a través del desarrollo de pruebas en pequeña escala.

Las ecuaciones desarrolladas en la Sección 5.2.A proporcionan una alternativa interesante para enfrentar el problema de escalamiento de parámetros en la flotación. Las constantes cinéticas son, en realidad, funciones paramétricas de las propiedades del sistema particulado y del medio ambiente que lo rodea. Tal funcionalidad puede expresarse, ya sea mediante una correlación matemática, o bien, para un sistema dado, pueden mantenerse como valores numéricos que dependen solamente de la escala del proceso.

En la presente discusión, abordaremos por separado los problemas de diseño de circuitos de flotación y aquéllos relacionados con la optimización de la operación industrial, utilizando en ambos casos los resultados metalúrgicos y parámetros obtenidos a menor escala (laboratorio y/o planta piloto). Se ha preferido este enfoque, en base a la experiencia recopilada al respecto por la División Mineralurgia de CIMM, y considerando que ambos problemas tienen algunas diferencias importantes, según se discute a continuación.

b.1) Diseño de Circuitos de Flotación(24,25)

El diseño de circuitos de flotación normalmente se inicia con un conjunto de ensayos batch a escala de laboratorio, donde se evalúa el efecto de las variables típicas de flotación, sobre la recuperación y ley del concentrado (granulometría, fórmula de reactivos, pH.

dilución de la pulpa y tiempos de acondicionamiento y de flotación, entre otros). Se seleccionan los niveles óptimos de las variables anteriores y luego se corre un nuevo conjunto de ensayos en el entorno del subóptimo determinado inicialmente (ajuste fino).

Las pruebas finales normalmente se efectúan evaluando la cinética de flotación.

Un criterio metalúrgico útil para determinar el tiempo óptimo de flotación en una etapa dada, consiste en flotar hasta que la velocidad de flotación de la especie útil (U) sea igual a la velocidad de flotación de la ganga (G). Matemáticamente(21):

$$\frac{\partial r_u}{\partial t} = \frac{\partial r_G}{\partial t} \qquad (5.68)$$

Esta condición corresponde al tiempo en que la velocidad de transferencia del sólido a la fase espuma es igual para ambas componentes, lo que es equivalente al tiempo en que la ley instantánea del concentrado es igual a la ley de alimentación a dicha etapa (ver Figura 5.7)(24).

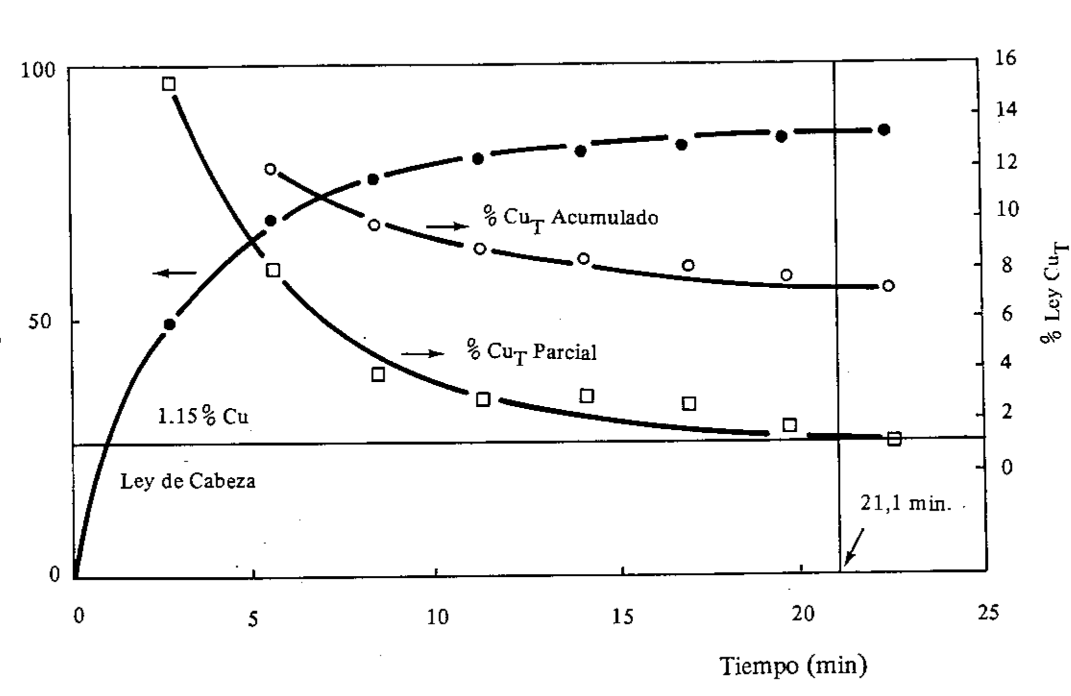


FIGURA 5.7. Ejemplo de Cálculo del Tiempo óptimo de Flotación Rougher usando el criterio de la ecuación (5.68). Referencia (24).

El método de diseño de circuitos convencionales de flotación a escala de laboratorio consistirá, entonces, en efectuar una flotación rougher hasta el tiempo óptimo deducido de la ecuación (5.68), donde r_U y r_G estarán dadas por las expresiones presentadas en la Sección 5.2.A. Si se considera que el relave rougher aún tiene un contenido significativo del elemento valioso, se introducen etapas scavenger, empleando el mismo criterio dado por la ecuación (5.68). De igual forma se procede con el concentrado rougher normalmente remolido antes de entrar a las etapas de limpieza.

El efecto de las recirculaciones y las diferentes alternativas de circuito se pueden evaluar por simulación en el computador digital, mediante la técnica de los "split-factors"(22, 23,12), y eventualmente mediante simulación experimental (test de ciclos cerrados).

Una vez diseñado el flowsheet a escala de laboratorio, usualmente se hacen pruebas a escala piloto para ratificar los resultados metalúrgicos de laboratorio en una operación continua, obtener parámetros de diseño para la planta industrial y evaluar la calidad del producto final, entre otras razones.

El diseño y desarrollo de las pruebas a escala piloto y su proyección a nivel industrial involucran el problema de escalamiento, como se discute a continuación.

El factor de escalamiento puede, en general, definirse como la razón de tiempos de flotación a dos escalas diferentes, necesarios para lograr un objetivo común. Tal objetivo puede ser una recuperación metalúrgica igual, una razón de enriquecimiento igual o una velocidad igual de flotación de la ganga y de la especie útil, u otro criterio metalúrgico de interés. El uso de igual recuperación es el más recurrido, aunque tiene la desventaja de que su determinación pierde precisión al operar en la región asintótica de la curva cinética, lo cual aumenta el riesgo de la extrapolación.

Además, si la recuperación máxima de laboratorio y planta difieren mucho, puede darse el caso que el factor de escalamiento quede indeterminado. En general, esto no ocurre en la práctica. El empleo de una razón de enriquecimiento igual se justifica especialmente cuando se trata de las etapas de limpieza, donde, más que recuperación, interesa la selectividad. El criterio de igual velocidad de flotación, en la práctica, es aproximadamente equivalente al de igual recuperación, con la ventaja de poder usarse aun en los casos en que la cinética de laboratorio y planta difieran significativamente.

De acuerdo con Gutiérrez[24], este método tiene particular interés cuando se trata de etapas de flotación primaria aunque puede usarse indistintamente en otras etapas del proceso.

TABLA Nº 5.3. Cálculo de Factores de Escalamiento en Flotación Rougher[24].

CIRCUITO	Tiempo Flot. P. Piloto (min)	Tiempo Flot. equivalente en Lab.(min)	FACTOR DE ESCALA	% R Cu_T (Rghr.)	% Cu_T Cab. Rghr.	% Cu_T Conc. Rghr.	γ Cu (*)
1(A)	17,27	10,00	1,727	90,82	1,53	7,26	4,25
2(A)	18,66	10,00	1,866	85,70	1,10	7,46	6,78
3(B)	21,11	10,00	2,111	86,03	1,15	7,39	6,43
4(B)	17,24	10,00	1,724	88,26	1,15	4,72	4,10
5(B)	13,82	10,00	1,382	89,70	1,42	5,18	3,65
FACTOR DE ESCALA PROMEDIO (CIRCUITO A)			: 1,80				
FACTOR DE ESCALA PROMEDIO (CIRCUITO B)			: 1,74				
FACTOR DE ESCALA PROMEDIO (GLOBAL)			: 1,76				

(*) $$\gamma Cu = \frac{\%\ Cu_T \text{ en Concentrado Rougher}}{\%\ Cu_T \text{ en Cabeza Rougher}} = \text{Razón de Enriquecimiento}$$

La Tabla Nº 5.3 muestra los factores de escalamiento de la flotación rougher al pasar de laboratorio a un banco de 8 celdas Denver Nº 7, usando el criterio de iguales velocidades específicas de flotación de los sulfuros de cobre y de la ganga[24].

Se observa que el factor de escalamiento en este caso varía entre 1,7 y 1,8 aproximadamente.

En otras pruebas realizadas por CIMM[24], se correlacionaron los resultados del banco rougher (celdas Denver Nº 7) de la planta piloto de 200 kg/hora con los de un banco industrial (celdas Wemco, 60 pie^3), que procesa 185 TM/hora. Usando en este caso el criterio de recuperaciones iguales, se obtuvo un factor de escalamiento (planta piloto/planta industrial) de 0,6646. El menor tiempo de flotación requerido a escala industrial se atribuyó en este caso principalmente al mejor aprovechamiento del volumen de las celdas de mayor tamaño, es decir, el porcentaje de volumen útil de las celdas industriales es mayor que a escala piloto CIMM. **Nótese que si se considera un factor de escalamiento (laboratorio/planta piloto) de 1,75 y se pondera por 0,6646, resulta un factor de escalamiento (labotarorio/planta industrial) de sólo 1,16.**

En la práctica, sin embargo, aconsejamos utilizar un factor de escala comprendido entre 1,3 y 1,4 para pasar de laboratorio a planta industrial (manteniendo iguales niveles de recuperación y/o de razón de enriquecimiento en cada caso). Normalmente, el factor de escalamiento es mayor para las etapas rougher y scavenger (donde el tiempo de flotación es mayor que en las restantes etapas del circuito), siendo bastante menor para las etapas cleaner y recleaner (menor tiempo de flotación), lo que concuerda con lo expresado en la Figura 5.6 y Tabla 5.2 de la Sección 5.2A de este Capítulo.

b.2) Simulación de la Flotación Continua a Partir de la Cinética Batch de Laboratorio[25,26,27].

Disponer de un modelo a escala de laboratorio que permita predecir el comportamiento de la operación industrial, constituye sin duda alguna una poderosa herramienta para cuantificar detalladamente la operación, identificando los problemas asociados a ésta, y además para simular condiciones de procesos diferentes de las actuales, escogiendo entre ellas la más promisoria, para su posterior comprobación experimental. De este modo se producen importantes economías de tiempo y de costos de experimentación, normalmente requeridos en la realización de extensos programas de pruebas de optimización en línea.

Un procedimiento de simulación como el descrito antes debe constar de, al menos, los siguientes componentes:

(1) Un modelo de flotación batch, como aquéllos presentados en la Sección 5.2.A; ítem (a.3).

(2) Un modelo de flotación continua, como aquéllos presentados en la misma Sección mencionada anteriormente.

(3) Algún tipo de correlación entre ambos, a través de factores apropiados de escalamiento.

Además de los componentes anteriores, es conveniente que dichos modelos sean matemáticamente simples, sus parámetros fáciles de evaluar, y lo más importante, que sus predicciones sean consistentes con los datos experimentales dentro de los límites razonables de error.

El hecho experimental de que los tiempos de flotación aumenten al pasar de laboratorio a planta continua, se debe a que en la prueba batch cada porción del sólido tiene el mismo tiempo de residencia y por lo tanto la misma chance de flotar; en cambio, en la celda en flujo continuo, hay una variedad de tiempos de residencia por cada unidad de sólido. Parte de la pulpa (o sólidos) pasa a través de la celda más rápido que el promedio o tiempo de re-

sidencia medio. Se dice que esta porción de la pulpa (o sólidos) se cortocircuita; hay otra parte que permanece más tiempo que el valor medio, de ahí que la recuperación sea incompleta para la primera fracción.

Esta diferencia fundamental entre el proceso batch y el continuo pone de manifiesto la importancia de la determinación experimental de los tiempos reales de flotación. Si se recuerda que en el interior de la celda, además de la pulpa, se tiene un volumen ocupado por el mecanismo de agitación, otro volumen ocupado por el aire y otro volumen ocupado por la espuma, es necesario estimar cuidadosamente cada uno de estos factores para determinar el volumen efectivo de la celda. Según Poling[20], el volumen ocupado por la pulpa en una celda industrial puede ser tan bajo como 50 - 60% del volumen nominal. Mediciones realizadas por CIMM[27] en bancos industriales de celdas Agitair Nº 48 (39 pie^3 c/u) señalan un promedio de 69% ±6% para 27 mediciones independientes.

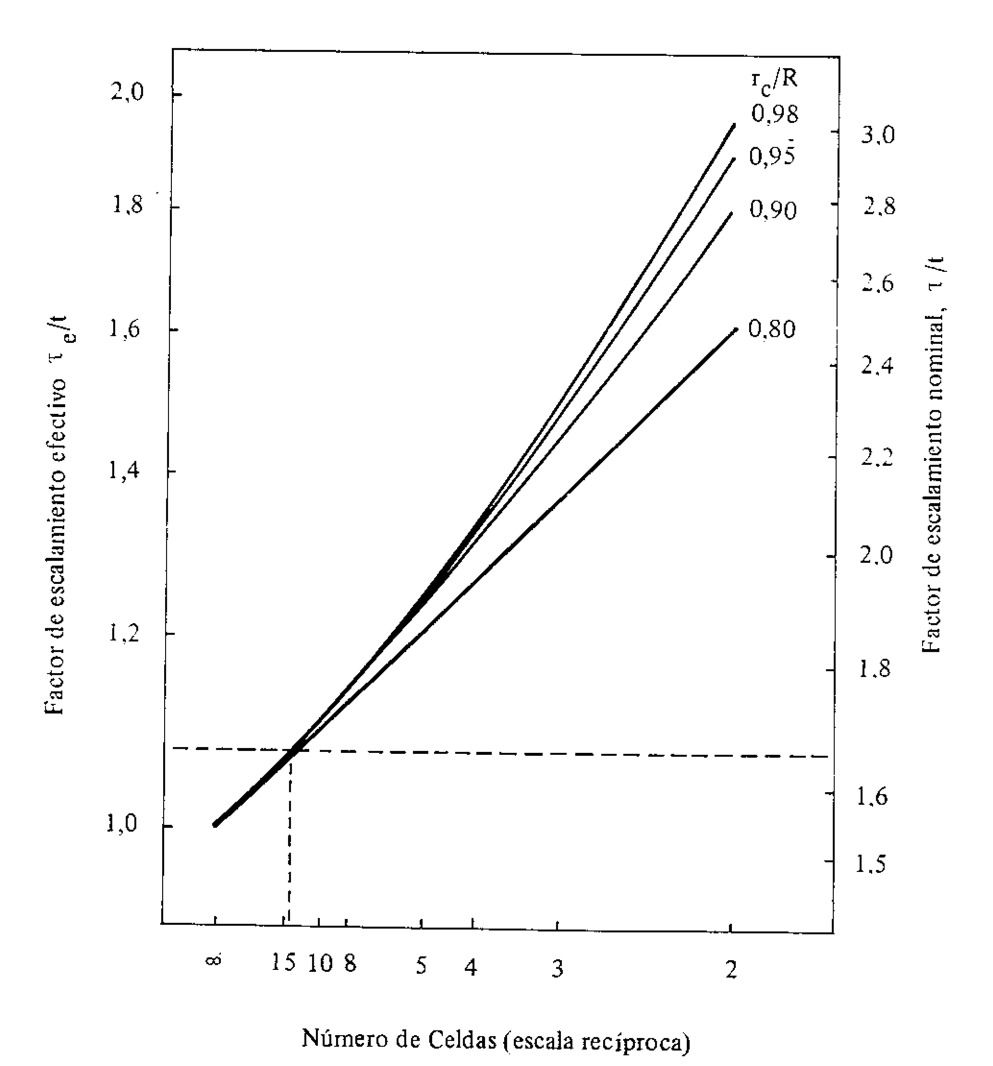


FIGURA 5.8. Factores de escalamiento nominal y efectivo en función del número de celdas. Valores escalados desde laboratorio hasta un banco de celdas Denver Nº 24. $\tau_e = V/Q$.

La importancia del conocimiento de los tiempos efectivos de flotación se ilustra bastante bien en la Figura 5.8, extraída de uno de los trabajos de CIMM[26]. En la abcisa se encuentra el número de celdas (Denver Nº 24) y en la ordenada los factores de escalamiento definidos para 4 niveles de recuperación normalizada por la recuperación máxima. Por una parte se muestra que para minimizar el problema de cortocirtuito debería trabajarse con bancos de al menos 5 celdas y preferentemente más de 10. Por otro lado se aprecia la importancia de una buena estimación del volumen efectivo de las celdas, pues en el caso de usar el volumen nominal el factor de escalamiento para un banco de celdas ya parte del valor (volumen nominal) / (volumen efectivo) 1,54. Al emplear los volúmenes reales, se aprecia que los factores de escalamiento son bastante menores, así por ejemplo, al usar un banco de sólo 3 celdas Denver Nº 24, el factor de escalamiento es levemente superior a 1,4 para una recuperación normalizada de 0,90. Estos bajos valores del factor de escalamiento concuerdan bien con los mostrados previamente en la sección 5.2.8, ítem (b.1).

Usando un valor del 65% del volumen nominal de celdas Denver Nº 24, Sepúlveda[26] logró reproducir los resultados a nivel industrial, empleando los mismos valores de las constantes cinéticas determinadas inicialmente a escala batch de laboratorio.

Utilizando los modelos representados por las ecuaciones (5.69) y (5.70), dicho autor obtuvo los resultados de la Figura 5.9.

Modelo Batch

$$r(t) = R\left\{1 - \frac{1}{kt}[1 - \exp(-kt)]\right\} \tag{5.69}$$

Modelo Continuo

$$r_c = R \left\{1 - \frac{1}{k\tau_e(N-1)}[1 - (k\tau_e + 1)^{1-N}]\right\} \tag{5.70}$$

donde:

τ_e = tiempo medio efectivo de residencia en cada celda (min).

R = 95,5%

k = 1,918 (min^{-1})

En otro trabajo realizado por CIMM, Soto y Ríos[27] emplearon el modelo de García-Zúñiga[11]:

Modelo Batch

$$r(t) = R[1 - \exp(-kt)] \tag{5.71}$$

Modelo Continuo

$$r_c = R^*[1 - (1 + k^* \tau_e)^{-N}] \tag{5.72}$$

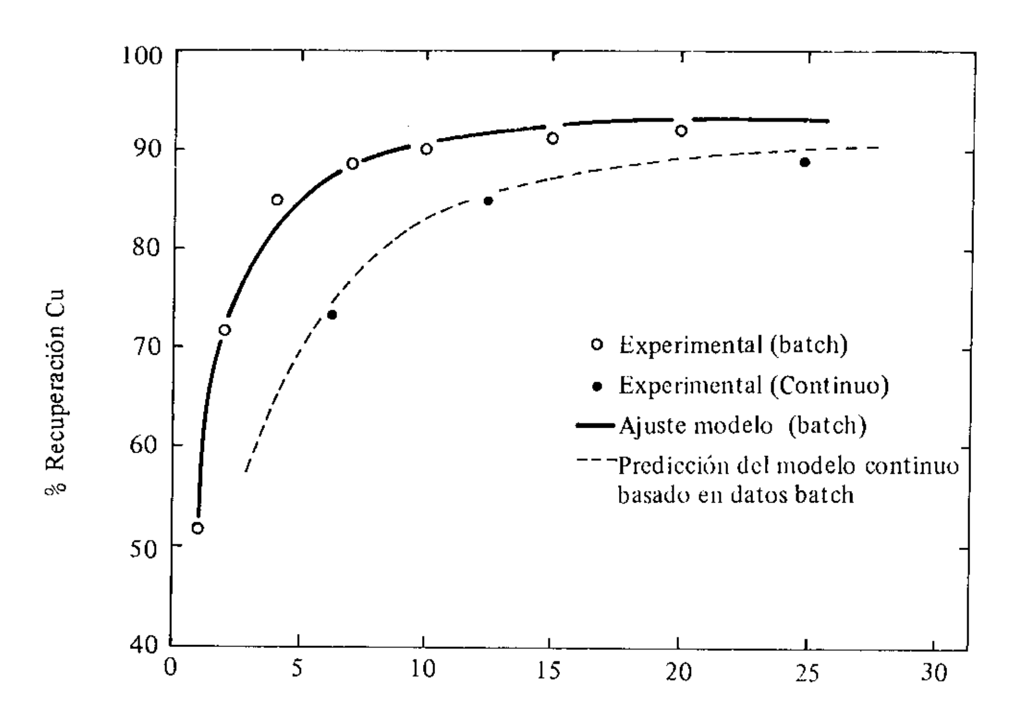


FIGURA 5.9. Simulación de la flotación continua a partir de los datos de laboratorios (Ref. 2.6)

Donde:

$$R^* = 0,95\ R \tag{5.73}$$

$$k^* = 8,16\ k \left[\frac{\overline{Q}_\ell\, a_c\, h_f}{q_\ell\, A_c\, H_f} \right]^{0,975} \tag{5.74}$$

$\overline{Q}_\ell$ = flujo unitario promedio de agua en el concentrado de planta (cm^3/min).

$\overline{q}_\ell$ = flujo unitario promedio de agua en el concentrado de laboratorio (cm^3/min)

a_c = área de espumación de la celda a escala de laboratorio (cm^2)

A_c = área de espumación de la celda industrial (cm^2)

H_f = altura característica de la espuma en la celda industrial (cm)

h_f = altura característica de la espuma en la celda de laboratorio (cm)

La Figura 5.10 representa una predicción del modelo de García-Zúñiga escalado a

nivel industrial, pudiendo observarse el excelente ajuste entre los valores experimentales y aquellos predichos por el modelo.

Para demostrar que las variaciones en las predicciones eran aleatorias, Soto y Ríos expresaron la ecuación (5.72) en la siguiente forma:

$$1 - \frac{r_c}{R^*} = (1 + k^* \tau_e)^{-N} \qquad (5.75)$$

R. MURANDA B

Si se grafica el log $(1 - r_c/R^*)$ vs. log $(1 + k^* \tau_e)^{-N}$, se debería obtener una recta de pendiente unitaria, que no dependa de los valores de los parámetros. Si los puntos de los diversos muestreos realizados en planta se distribuyen aleatoriamente alrededor de la recta, es un índice de que las desviaciones son atribuibles esencialmente al error experimental. Este planteamiento se confirma en la Figura 5.11.

Es interesante destacar que los valores para R a escala de laboratorio y de planta resultaron ser bastante parecidos; de igual forma, el valor de la constante de velocidad específica corregida, en promedio resultó ser sólo 1,2 veces su valor de laboratorio. Ello está de acuerdo con el escálamiento directo efectuado por Sepúlveda[26].

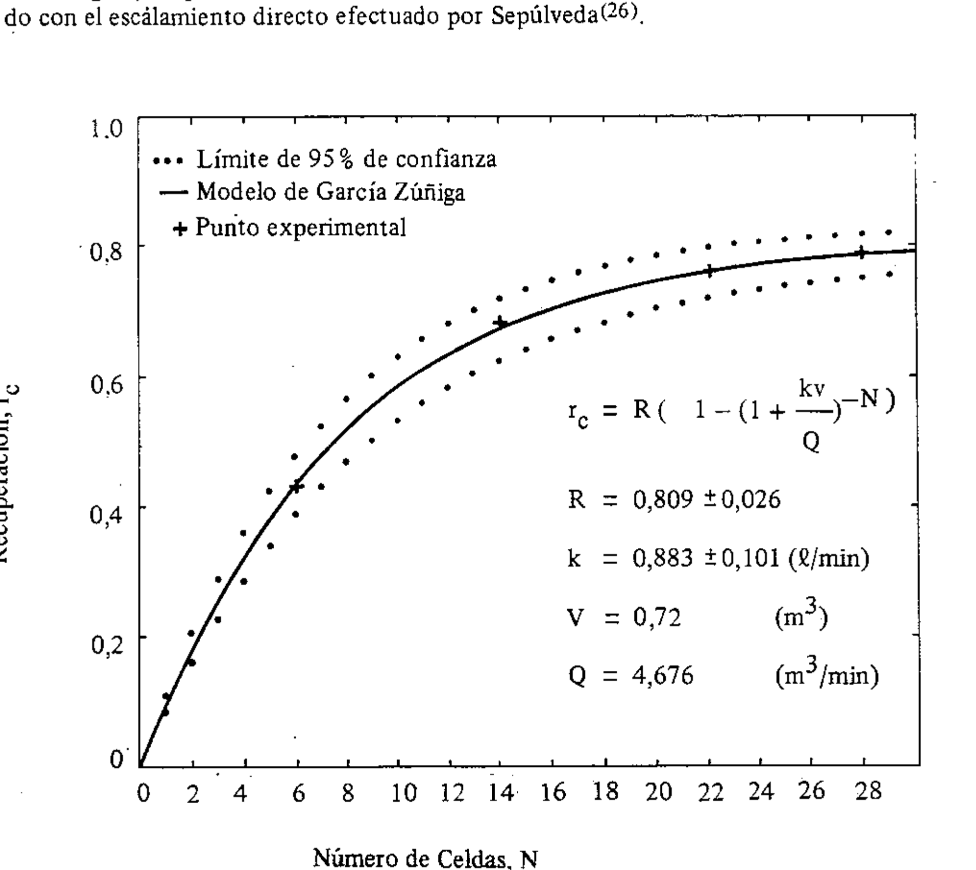


FIGURA 5.10

Cinética de Flotación Continua

Modelo de García Zúñiga.

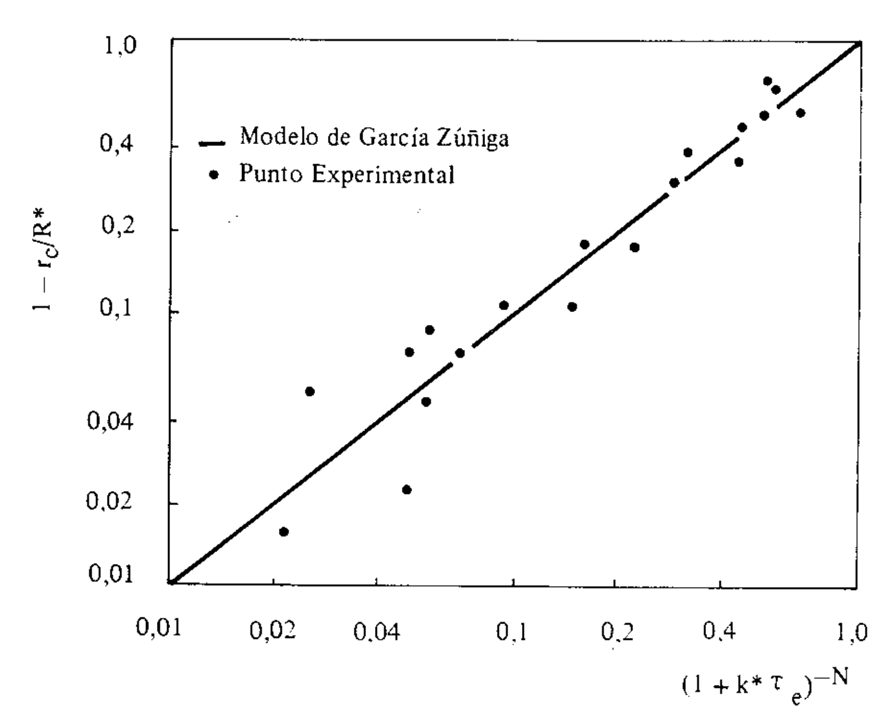


FIGURA 5.11. Gráfico Adimensional del Modelo de García Zúñiga.

b.3) Conclusiones

De la revisión efectuada se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- El escalamiento de datos de flotación desde ensayos batch de laboratorio hasta una operación comercial, ya sea para efectos de diseño de circuitos industriales y/o simulación con fines optimizantes, puede efectuarse con bastante precisión a través de modelos cinéticos simples.

- Un factor de primera importancia para el éxito del escalamiento es la estimación realista de los volúmenes efectivos de las celdas, o bien, una medición de la distribución de tiempos de residencia del sólido en el banco.

- Los valores de los parámetros de los modelos cinéticos de laboratorio y planta, en general, no difieren significativamente.

- Para fines prácticos, y como una primera aproximación, los factores de escalamiento usuales de laboratorio a planta piloto CIMM y a planta industrial, están contenidos en los siguientes rangos:

Laboratorio/Planta Piloto CIMM	:	1,5 – 2,0
Planta Piloto CIMM/Planta Indust.	:	0,8 – 0,6
Laboratorio/Planta Industrial	:	1,3 – 1,4

5.3 Simulación Matemática de Circuitos de Flotación, mediante la Técnica de los Split Factors[12,22,28].

Los modelos cinéticos de flotación desarrollados en las secciones precedentes pueden emplearse para simular diversas configuraciones de circuitos, diferentes de aquélla en la cual se generaron, mediante la aplicación del Método de los "Splits Factors" o Factores de Distribución.

Para aplicar esta técnica, basta con conocer la Curva Cinética de Flotación por componente (Ej.: Cu, Mo, Fe, Insolubles, peso total) en cada etapa de flotación del circuito. Dicha curva cinética podrá caracterizarse, ya sea en base a "valores experimentales suavizados a mano", o bien a través de un "modelo cinético de flotación" dependiente de los respectivos parámetros R, K y tiempo de flotación (o número de celdas).

La aplicabilidad del método se fundamenta en la hipótesis de que los parámetros cinéticos (R y K) son relativamente insensibles frente a modificaciones en la configuración del circuito. Esta aproximación es particularmente válida cuando los flujos de recirculación son pequeños en relación a los flujos de alimentación directa, y/o si la composición de la carga circulante es similar a la de la alimentación fresca en la respectiva etapa de flotación. En la práctica, las condiciones anteriores se cumplen en gran medida en todos aquellos circuitos de flotación operando bajo Condiciones Normales de trabajo. Es decir, se trata, en la práctica industrial, de combinar flujos con leyes parecidas antes de alimentarlos a una etapa específica de flotación, como también se trata de maximizar las recuperaciones parciales de cada elemento valioso en las primeras etapas de flotación, aumentando por tanto el tiempo de flotación hasta su nivel óptimo (es decir, evitando una contaminación del concentrado con ganga u otras especies indeseables), y manteniendo asimismo bajo control las cargas circulantes en cada etapa de flotación, a objeto de estabilizar la operación global del circuito y alcanzar resultados metalúrgicamente aceptables.

El Método de los Splits Factors se usa extensamente en CIMM y varias Plantas Concentradoras de reconocido prestigio[12,21,22,24,25,28] para simular tests de ciclos de laboratorio, basándose en la información experimental generada sólo del 1^er^ ciclo, y/o a lo más, desde los primeros dos ciclos de un test de ciclos incompleto (lo que permite en este último caso evaluar además el efecto de carga circulante en cada etapa de flotación). La aplicabilidad de esta técnica ha demostrado ser bastante exitosa en una gran variedad de aplicaciones, tanto a escalas de laboratorio como de planta piloto e industrial, pudiendo entonces afirmarse que se trata de una metodología absolutamente general. Entre las principales aplicaciones de esta técnica, podemos citar las siguientes: (a) simulación matemática de circuitos alternativos de flotación a escala de laboratorio (tests de ciclos), a objeto de determinar la configuración óptima; (b) escalamiento de resultados desde el laboratorio a planta piloto y escala industrial, para minerales de Cu porfídico, minerales polimetálicos (Pb - Zn - Cu - Au - Ag; Pb - Zn - Cu - Au; Cu - Mo - Fe; Ag - Au; Wolframio (Sheelita)) y otras aplicaciones en minerales no-metálicos (fosfatos, feldespatos, caliza, etc.).

A continuación se describen los fundamentos teóricos del método, y en el Capítulo 6 se ilustran algunas aplicaciones a sistemas industriales, enfatizando su aplicación en la Simulación Matemática de Circuitos de Flotación con fines optimizantes.

A. Descripción del Método

El método de simulación matemática basado en los factores de distribución consiste en asignar un valor numérico ("Split Factor") a cada componente del sistema y en cada etapa de separación considerada.

Como **Componentes del Sistema**, podríamos citar, en el caso específico de un mineral de cobre porfídico, los siguientes: Cu, Mo, Fe, insolubles y peso total de sólidos. En

este contexto, el peso total de sólidos constituye un componente adicional del sistema.

Como **Etapas de Separación**, podríamos citar las etapas usuales de flotación Rougher, Scavenger, Cleaner, Recleaner, Cleaner-Scavenger, etc., cuyos objetivos y características son ampliamente conocidas por los ingenieros metalurgistas.

El concepto de **Split Factor** representa la fracción en peso de cada componente alimentado a una etapa de separación, que aparece junto con el concentrado de la etapa en cuestión; es decir, corresponde a la recuperación parcial de dicho componente en el concentrado obtenido en cada etapa de separación (expresada dicha recuperación como fracción en peso; o/1).

La magnitud de los factores de distribución depende principalmente del tiempo de flotación y de las propiedades físico-químicas imperantes en la pulpa, además de las características de flotabilidad de las partículas (i. e, tamaño de las partículas, grado de liberación, etc.).

El proceso de separación en cada etapa puede ser caracterizado mediante una matriz diagonal del tipo:

$$\underline{\underline{S}}_k = [S_{ij}]_k; \tag{5.76}$$

Donde:

k : subíndice utilizado para identificar cada separador (k = 1, 2, 3, ..., n_s).

i : subíndice utilizado para identificar cada componente (i = 1, 2, 3, ... n + 1).

$\underline{\underline{S}}_k$: matriz de separación (de "splits factors") en el k-ésimo separador [(n + 1) x (n + 1)], cuyos elementos S_{ij} se definen como sigue:

$S_{ij} = 0$; para $i \neq j$ y $\forall k$.

$S_{ij} = S_{ik}$; para i = j (siendo $0 \leqslant S_{ik} \leqslant 1$)

S_{ik} = factor de distribución del i-ésimo componente en el k-ésimo separador.

$S_{n+1,k}$ = factor de distribución del peso total de sólidos en el k-ésimo separador ($k = \overline{1, n_s}$).

n + 1 = número total de componentes (siendo el peso total de sólidos, el (n + 1)-ésimo componente).

n_s = número total de separadores (etapas de flotación consideradas).

Existen varias técnicas alternativas para determinar los valores de S_{ik}, pero la más simple y apropiada se basa en los resultados cinéticos de un solo ciclo abierto (pruebas de flotación batch, o primer ciclo de un test de ciclos completo). En contadas excepciones y sólo cuando la carga circulante en el sistema es relativamente alta, la estimación de los factores de distribución en el equilibrio podrá inferirse desde los primeros **dos ciclos** de un test de ciclos incompleto (ver Capítulo 6).

Paralelamente, se define el vector columna:

$$\underline{W}_{\ell} = (W_{1\ell}, W_{2\ell}, \dots\dots\dots, W_{n+1,\ell})^T = [W_{i\ell}]^T \tag{5.77}$$

Siendo:

ℓ : subíndice utilizado para identificar cada flujo ($\ell = 1, 2, 3, \dots, n_f$).

$W_{i\ell}$: peso (contenido de fino) del componente i en el flujo ℓ .

$W_{n+1,\ell}$: peso total de sólidos en el flujo ℓ ($\ell = \overline{1, n_f}$).

n_f : número total de flujos en el sistema.

Estas simples definiciones permiten simular las siguientes operaciones comúnmente encontradas en circuitos de flotación (ver Figura 5.12):

a) **Uniones:** Dados los flujos ℓ_1 y ℓ_2:

$$\underline{W}_{\ell 3} = \underline{W}_{\ell_1} + \underline{W}_{\ell_2} \tag{5.78}$$

b) **Separadores:** Dado el flujo $\underline{\ell}_1$ y la matriz $\underline{\underline{S}}_k$ de factores de distribución correspondiente:

$$\underline{W}_{\ell_3} = \underline{\underline{S}}_k \cdot \underline{W}_{\ell_1} \tag{5.79}$$

$$= (s_{1k} W_{1\ell 1}, S_{2k} W_{2\ell 1}, \dots . S_{n+1,k} W_{n+1}, \ell_1)^T$$

y también:

$$\underline{W}_{\ell_2} = \underline{W}_{\ell_1} - W_{\ell_3} = (\underline{I} - \underline{\underline{S}}_k) \cdot \underline{W}_{\ell 1} \tag{5.80}$$

donde: $\underline{I}$ = matriz identidad $[(n + 1) \times (n + 1)]$

UNION

$\underline{W}_{\ell_1}$ $\underline{W}_{\ell_2}$ $\underline{W}_{\ell_3}$

SEPARADOR

$\underline{W}_{\ell_1}$ $\underline{W}_{\ell_2}$ $\underline{\underline{S}}_k$ K $\underline{W}_{\ell_3}$

FIGURA 5.12. Módulos típicos de operación en Circuitos de Flotación.

La aplicación de estas tres últimas ecuaciones a un circuito de flotación en particular resulta en un sistema de ecuaciones lineales que puede resolverse mediante técnicas convencionales. Sin embargo, y con el propósito de mejorar la eficiencia y generalidad del método de cálculo, CIMM confeccionó un programa modular de computación de gran flexibilidad, el cual utiliza un método de convergencia iterativo para simular las condiciones de equilibrio de circuitos de flotación operando con cualquier combinación de uniones y separadores.

La determinación de los vectores $\underline{W}_\ell$ para cada uno de los flujos ($\ell = \overline{1, n_f}$) permite calcular a su vez los siguientes parámetros metalúrgicos de interés:

– **Leyes**

$$\underline{G}_\ell = (\underline{W}_\ell / W_{n+1,\ell}) \times 100 \tag{5.81}$$

Donde:

$$\underline{G}_\ell = (g_{1\ell}, g_{2\ell}, \ldots, g_{n\ell})^T = [g_{i\ell}]^T \tag{5.82}$$

$g_{i\ell}$ = ley del componente i en el flujo ℓ; (%) ($i = \overline{1, n}$).

– **Distribuciones de Fino**

$$R_{i\ell} = (W_{i\ell}/W_{i1}) \times 100 \tag{5.83}$$

Donde:

$R_{i\ell}$: % de distribución del componente i en el flujo ℓ; siendo $i = \overline{1, n}$; $\ell = \overline{1, n_f}$

$\ell = 1$, corresponde al flujo de cabeza (o sea; la alimentación fresca del circuito de flotación).

B. *Ejemplo Simple de Aplicación*

En el Capítulo 6 se entregan algunas aplicaciones importantes a sistemas industriales, enfatizando su aplicación a la Simulación Matemática de Circuitos de Flotación con fines optimizantes.

No obstante lo anterior, y a objeto de ilustrar el formulismo matemático derivado del análisis de la técnica propuesta; en la Figura 5.13 se presenta un flowsheet de flotación simplificado, y a continuación se describe el cálculo matricial que describe el correspondiente balance másico de finos.

Unión de flujos 1,5 y 2

$$\underline{W}_2 = \underline{W}_1 + \underline{W}_5 \tag{5.84}$$

Separador Nº 1

$$\underline{W}_4 = \underline{\underline{S}}_1 \cdot \underline{W}_2 \tag{5.85}$$

$$\underline{W}_3 = \underline{W}_2 - \underline{W}_4 = (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{S}}_1) \cdot \underline{W}_2 \tag{5.86}$$

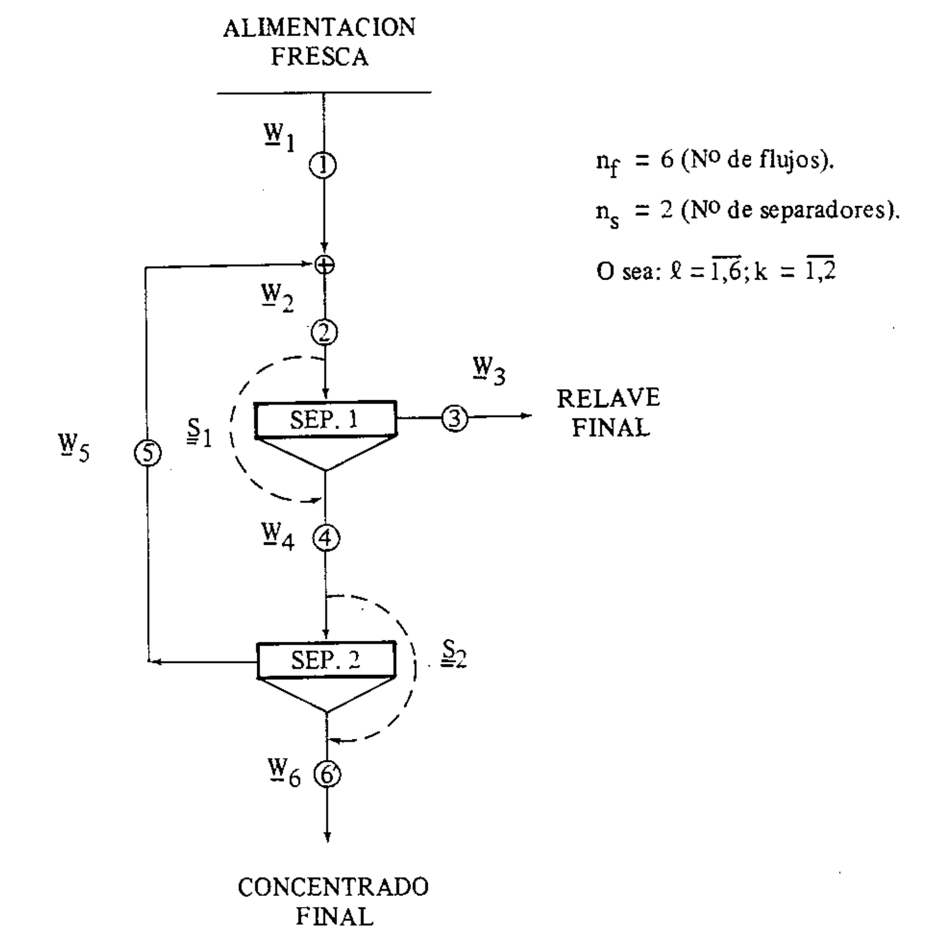


FIGURA 5.13. Circuito de Flotación Simplificado y Notación Matricial utilizada en el correspondiente Balance de Masas.

Separador Nº 2

$$\underline{W}_6 = \underline{\underline{S}}_2 \cdot \underline{W}_4 \tag{5.87}$$

$$\underline{W}_5 = (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{S}}_2) \cdot \underline{W}_4 \tag{5.88}$$

Suponiendo conocidos $\underline{W}_1$ (alimentación fresca) y las matrices $\underline{\underline{S}}_1$ y $\underline{\underline{S}}_2$ (datos cinéticos para cada componente), el sistema de ecuaciones anteriores puede resolverse fácilmente como sigue:

Expresaremos primero todas las ecuaciones (5.84) a (5.88) en función del Flujo Crítico Nº 2 (flujo que abandona la única Unión):

$$\underline{W}_2 = \underline{W}_1 + \underline{W}_5 \tag{5.84}$$

$$\underline{W}_4 = \underline{\underline{S}}_1 \cdot \underline{W}_2 \tag{5.85}$$

$$\underline{W}_3 = (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{S}}_1) \cdot \underline{W}_2 \qquad (5.86)$$

$$\underline{W}_6 = \underline{\underline{S}}_2 \cdot \underline{W}_4 = \underline{\underline{S}}_2 \cdot \underline{\underline{S}}_1 \cdot \underline{W}_2 \qquad (5.87.1)$$

$$\underline{W}_5 = (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{S}}_2) \cdot \underline{W}_4 = (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{S}}_2) \cdot \underline{\underline{S}}_1 \cdot \underline{W}_2 \qquad (5.88.1)$$

Reemplazando ahora (5.88.1) en (5.84), podremos calcular $\underline{W}_2$ como sigue:

$$\underline{W}_2 = \underline{W}_1 + \underline{W}_5 = \underline{W}_1 + (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{S}}_2) \cdot \underline{\underline{S}}_1 \cdot \underline{W}_2 \qquad (5.84.1)$$

De donde:

$$[\underline{\underline{I}} - (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{S}}_2) \cdot \underline{\underline{S}}_1] \cdot \underline{W}_2 = \underline{W}_1 \qquad (5.84.2)$$

y; finalmente:

$$\boxed{\underline{W}_2 = [\underline{\underline{I}} - (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{S}}_2) \cdot \underline{\underline{S}}_1]^{-1} \cdot \underline{W}_1} \qquad (5.84.3)$$

Conocido $\underline{W}_2$, los restantes vectores columnas ($\underline{W}_3$ a $\underline{W}_6$) podrán calcularse a partir de las ecuaciones (5.85), (5.86), (5.87.1) y (5.88.1).

Obsérvese además que el vector "Concentrado Final" ($\underline{W}_6$) y el vector "Relave Final" ($\underline{W}_3$) podrán expresarse en función del vector "Alim. Fresca" ($\underline{W}_1$), como sigue:

Concentrado Final ($\underline{W}_6$)

$$\underline{W}_6 = \underline{\underline{S}}_2 \cdot \underline{\underline{S}}_1 \cdot \underline{W}_2 = \underline{\underline{S}}_2 \cdot \underline{\underline{S}}_1 \cdot [\underline{\underline{I}} - (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{S}}_2) \cdot \underline{\underline{S}}_1]^{-1} \cdot \underline{W}_1 \qquad (5.87.2)$$

Relave Final ($\underline{W}_3$)

$$\underline{W}_3 = (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{S}}_1) \cdot \underline{W}_2 = (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{S}}_1) \cdot [\underline{\underline{I}} - (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{S}}_2) \cdot \underline{\underline{S}}_1]^{-1} \cdot \underline{W}_1 \qquad (5.86.1)$$

Cumpliéndose además que:

$$\underline{W}_6 + \underline{W}_3 = \underline{W}_1 \qquad (5.89)$$

Definiendo ahora:

$$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{S}}_2 \cdot \underline{\underline{S}}_1 \cdot [\underline{\underline{I}} - (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{S}}_2) \cdot \underline{\underline{S}}_1]^{-1} \qquad (5.90)$$

= Matriz de Flotación ($(n + 1) \times (n + 1)$), dependiente de la configuración del circuito y de los Splits Factors en cada etapa de separación.

Se obtiene finalmente:

Concentrado Final

$$\underline{W}_6 = \underline{\underline{F}} \, . \, \underline{W}_1 \qquad (5.91)$$

Relave Final

$$\underline{W}_3 = (\underline{I} - \underline{F}) \cdot \underline{W}_1 \qquad (5.92)$$

Siendo $\underline{F}$ una Matriz de Proceso (o Matriz de Flotación), dependiente tanto de la Configuración del Circuito (grado de complejidad del mismo) como de la Cinética de Flotación en cada etapa de Separación (matrices $\underline{S}_k$; $k = \overline{1, n_s}$).

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS DEL CAPITULO 5

1. A.L. Mular; Minerals Science and Engineering, July 1972, p. 30.
2. J.C. Pitt; "Systems Dynamics and Automatic Control in Basic Industries", IFAC Symp., 1968, p. 165-171.
3. B.P. Faulkner; Mining Engineering, V. 18, Nº 11, 1966, p. 53-57.
4. D.F. Kelsall; "Automatic Control Systems in Mineral Processing Plants", Symp. Austr. IMM, 1971, p. 213-232.
5. M.G. Fleming; Mineral Proc., 6th Int. Min. Proc. Congress, Cannes, 1965, p. 563-579.
6. R. Schuhmann; J. Phys. Chem., **46**, 1942; p. 891-902.
7. A.P. King; AIME Annual Meeting, Dallas, 1974, B-25.
8. A.J. Lynch; J.S. African Inst. Min. Met., V. 74, 1974, p. 349-361.
9. C.C. Harris; Trans. AIME, V. 247, 1970, p. 162-172.
10. E.T. Woodburn and B.K. Loveday; J.S. Afric. Inst. Min. Met., **65**, 1965, p. 612-628.
11. H.G. Zúñiga; "La Recuperación por Flotación es una función Exponencial del Tiempo", Bol. Min. SONAMI (Chile), V. 47, 1935; p. 83-86.
12. L. Gutiérrez y J.E. Sepúlveda: "Simulación Matemática de Circuitos de Flotación a escala de Laboratorio", An. del 50º Congreso del Inst. Ing. Minas sobre Minería de Cobres Porfídicos, V. 1., 23-29 Nov. 1980, Stgo. de Chile, p. 239-258.
13. L. Gutiérrez, "Curso de Procesamiento de Minerales", Apuntes de Clases, Depto. de Metalurgia, USACH, Santiago de Chile, 1980.
14. L. Gutiérrez; "Curso de Análisis y Optimización de Procesos", Apuntes de Clases, Depto. de Metalurgia, USACH, Stgo. de Chile, 1981.
15. R.E. Johnstone and M.W. Thring; "Pilot Plants Models and Scale-up Methods in Chemical Engineering", Mc. Graw Hill Book Co., N.Y., 1957.
16. N. Arbiter and C.C. Harris; "Froth Flotation-50 th. Anniversary Volume", D.W. Fuerstenau Ed., AIME, Ch. 14, p. 347-365.
17. V.R. Degner and H.B. Treeveck; "Large Flotation Cell Desing and Development" in Flot. A.M. Gaudin Memorial Volume, M.C. Fuerstenau Ed., V.2, Ch. 28, p. 816-837.
18. C.C. Harris; "Flotation Machine Desing and Scale-up", Mining Magazine, Sept. 1976, p. 207-213.
19. C.C. Harris; "Impeller Speed, Air, and Power Requirements in Flotation Machine Scale-up", Int. J. of Min. Proc., V.I, 1974, p. 51-64.
20. G.W. Poling; "Selection and Sizing of Flotation Machines" in Min. Proc. Plant Desing, 2nd. Ed., A. Mular and R. Bhappu Editors, N.Y., 1980, Ch. 44, p. 887-906.
21. G.E. Agar, et. al.; "Optimizing the Design of Flotation Circuits", CIM Bulletin, V.7, Nº 824, 1980, p. 173-181.
22. G.E. Agar, et. al.; "Predicting Locked-Cycle Flotation Test Results from Batch Data", CIM Bulletin, 1978, p. 119-125.
23. G.E. Agar, et. al.; "The Use of Flotation Rate Data to Evaluate Reagents", CIM Bulletin, 1983, p. 157-162.
24. L. Gutiérrez et. al.; "Pruebas Metalúrgicas Optimización Flotación", Proy. CIMM P-223, 1983; Stgo., Chile.
25. J. Menacho Ll.; "Factores de Escalamiento en el Diseño y Simulación de Circuitos de Flotación", Charla CIMM, Stgo., Chile, 1984, 28 pág.
26. J. Sepúlveda et. al.; "Pilot Scale Flotation Tests at Catemu's Santa Rosa Plant", Proy. CIMM P-131, 1980, Stgo., Chile.
27. B. Soto y O. Ríos; "Modelación de la Flotación Rougher Salvador", Proy. CIMM

P-141, 1981, Stgo., Chile.

28. L. Gutiérrez and G.E. Agar: "Mathematical Simulation of Locked-Cycle Flotation Tests". INCO Proyect Nº 96-1293. Int. Report, JRGRL, INCO Metals of Canada, CANADA, 1976, 50 pages.

CAPITULO 6

APLICACIONES A SISTEMAS INDUSTRIALES

Los modelos matemáticos presentados en los capítulos anteriores son, en principio, aplicables a una gran variedad de sistemas industriales, entre ellos: circuitos de chancado/harneo, molienda semiautógena, circuitos de molienda/clasificación convencional y circuitos de flotación. En cada caso, es preciso recurrir a técnicas de experimentación y análisis de datos, que permitan estimar los valores verdaderos de los correspondientes parámetros involucrados en el modelo y también escalar (o simplemente extrapolar) dichos valores a otras condiciones de operación y diseño.

A continuación (Secciones 6.1 a 6.6) se presenta una revisión de tales metodologías, aplicables a diversos sistemas industriales. En cada una de las secciones siguientes, se ha preferido independizar la identificación correlativa de Tablas, Figuras, Ecuaciones y Referencias Bibliográficas, a diferencia de lo realizado en los Capítulos precedentes.

6.1. Circuitos de Chancado/Harneo

– Enfoque General

La modelación de este tipo de operaciones se inició en 1956 con Broadbent y Callcott[1], quienes formularon un conjunto de ecuaciones de balance en función de la probabilidad de ruptura y la distribución de tamaño de los fragmentos para cada fracción granulométrica en la alimentación al chancador. Modelos ligeramente más complejos fueron posteriormente formulados por Whiten[2], en 1972.

Sin embargo, considerando que los postulados básicos que dieron origen a estos modelos son esencialmente los mismos que dieron origen a los modelos de molinos de bolas[3,4], que por lo demás exhiben un estado de desarrollo significativamente más avanzado, parece razonable utilizar estos últimos para el análisis del comportamiento de circuitos de chancado.

De esta manera, la ecuación general del modelo de conminución batch:

$$\frac{df_i}{d\bar{E}} = -S_i^E f_i + \sum_{j=1}^{i} b_{ij} S_j^E f_j \quad ; \quad i = \overline{1, n} \qquad (1)$$

es también aplicable en este caso

La función distribución acumulada de fractura, B_{ij}, ha demostrado ser más dependiente del tipo de mineral tratado que del equipo mismo de trituración. Por esta razón, se postula ahora también la relación funcional antes planteada para molinos de bolas:

$$B_{ij} = \beta_o \left(\frac{d_i}{d_j}\right)^{\beta_1} + (1 - \beta_o)\left(\frac{d_i}{d_j}\right)^{\beta_2} \qquad (2)$$

$$; \quad i = 1, 2, ..., n \quad j \leqslant i$$

Con respecto a la función selección específica, S_i^E, se propone una expresión ligeramente distinta a la anterior (ver Ecuación 3.94):

$$S_i^E = \frac{\alpha_o \, d_i^{\alpha_1}}{1 - \left(\frac{d_i}{d_{eff}}\right)^{\alpha_2}} \quad ; \quad 1 = 1, 2, ..., n \quad d_i < d_{eff} \qquad (3)$$

El signo (–) en el denominador de esta ecuación toma en consideración el hecho de que partículas de tamaño mayor que la abertura efectiva del chancador (d_{eff}) exhiben velocidades específicas de fractura tendientes a infinito. Por otra parte, las partículas más finas son trituradas por compresión de manera similar a lo ocurrido en el riñón de bolas en un molino rotatorio convencional. De ahí que, para $d_i \ll d_{eff}$, la Ecuación 3 se aproxima a la Ecuación 3.92, válida para molinos de bolas en régimen de fractura normal. Cabe señalar además que la abertura efectiva del chancador será siempre algo mayor que la nominal (closed side setting). Dicha diferencia dependerá de la forma característica de las partículas y también de la carrera del cono.

En lo referente al régimen de transporte de material a través del chancador, la alta velocidad de giro del cono con respecto a la velocidad de desplazamiento del mineral permite suponer que un conjunto determinado de partículas recibe múltiples impactos consecutivos antes de abandonar el chancador en su régimen de transporte tipo "flujo pistón".

A la luz de estas consideraciones, la implementación práctica del modelo general de conminución a la simulación de chancadores es completamente análoga a lo descrito en el Capítulo 3, Sección 3.3, para molinos de bolas.

– **Análisis de un Caso Especial**

Como norma general, es recomendable mantener la simplicidad de los desarrollos matemáticos a su máximo nivel, en la medida que ello no perjudique significativamente la capacidad predictiva del modelo. Por esta razón, resulta de interés analizar la solución particular del modelo general, discutida en un capítulo anterior (ver Ecuación 3.41):

$$(1 - F_i) = [1 - F_i^{IN}] \cdot \exp(-S_i^E \overline{E}) \qquad (4)$$

donde F_i^{IN} representa la distribución granulométrica (% bajo el tamaño d_i) de la alimentación al chancador, F_i la de la descarga y $\overline{E}$ la energía neta consumida por tonelada de mineral alimentado al chancador.

Esta expresión es también derivable a partir de otro postulado simplificatorio válido comúnmente para el caso de un molino autógeno; es decir, que la velocidad de producción de material pasante la malla i es proporcional a la cantidad de material retenido sobre la malla en la alimentación al equipo (chancador, o molino autógeno).

La estimación de S_i^E se realiza a partir de información operacional debidamente recolectada durante las etapas iniciales de cada estudio en particular. En el caso de la Ecuación 4, conocidas las granulometrías de alimentación y descarga del chancador, la potencia neta consumida y el tonelaje alimentado, la estimación de S_i^E se reduce a la simple evaluación de la expresión:

$$S_i^E = \frac{1}{E} \ell n \left[\frac{1 - F^{IN}(d_i)}{1 - F \quad (d_i)} \right] \qquad (5)$$

Los valores de S_i^E así determinados, para cada tamaño d_i, pueden ser utilizados en el marco de la Ecuación 4 para predecir la respuesta del chancador frente a una alimentación y condiciones de operación de características conocidas. Se está actualmente trabajando en la evaluación de este parámetro bajo una gran diversidad de condiciones de operación a nivel industrial a fin de constatar la validez, en este caso, de suponer que la función selección es invariante frente a cambios en las condiciones de operación y diseño, y si se detectaren variaciones importantes, desarrollar correlaciones empíricas que permitan cuantificarlos.

– **Modelos de Clasificación con Harneros.**

Aun cuando existe en la literatura una gran cantidad de información relativa a la utilización de harneros vibratorios a escala industrial, se ha avanzado relativamente poco hacia la formulación de modelos matemáticos que permitan simular el comportamiento de los mismos frente a cambios en sus condiciones operacionales o de diseño. Hasta ahora, los expertos se han limitado a proponer ecuaciones de corte semiempírico para describir la curva de clasificación del harnero, sin especificar debidamente la relación existente entre los parámetros del modelo y las demás variables de control del proceso. Entre ellos destacan Whiten[2], Walter y Whiten[5], Hatch y Mular[6]. En un enfoque ligeramente distinto, y a nuestro juicio más adecuado, Karra[7] propuso una expresión similar a la propuesta por Plitt[8] para la clasificación de partículas en hidrociclones:

$$Y_{ci} = 1 - \exp \left[- 0.693 (d_i/d_{eff})^m \right] \qquad (6)$$

donde Y_{ci} representa la fracción clasificada del material de tamaño d_i recuperado en el sobretamaño, d_{eff} la abertura "efectiva" o d_{50} de la malla (necesariamente menor que la abertura nominal) y m es un parámetro ajustable adimensional, característico del sistema particular bajo consideración.

Pero, al igual que en el caso de los hidrociclones, la experiencia indica que tampoco en el caso de los harneros la clasificación es ideal, sino que existe una fracción B_{pf} del material de alimentación, la cual es directamente traspasada al sobretamaño sin clasificación. Bajo tales condiciones:

$$Y_i = B_{pf} + (1 - B_{pf}) Y_{ci} \qquad (7)$$

donde Y_{ci} está determinado según la Ecuación 6, e Y_i representa la eficiencia real de clasificación para las partículas de tamaño d_i.

– **Ejemplos Prácticos de Aplicación.**

Para la simulación de diferentes configuraciones alternativas de circuitos es necesario ligar los dos modelos antes descritos (chancado y harneo) a través de un balance de materiales en cada nodo. Dado que, en general, la alimentación a una unidad específica (chanca-

dor o harnero) depende de la descarga o producto de otra unidad, y viceversa, el balance debe resolverse en forma iterativa, para lo cual se hace imprescindible contar con una rutina computacional adecuada[9].

A modo de ejemplo, la Tabla 1 resume los resultados de un estudio que tuvo por objeto reducir el número de máquinas en operación manteniendo la tasa de tratamiento nominal de 34.500 tons/día. De allí se desprende la factibilidad de operar con sólo 3 chancadores primarios y 8 secundarios (Simulación 2), o alternativamente, con sólo 2 primarios en caso de mejorar el factor de utilización de estos a 0,85 (Simulación 3). En ambos casos, el consumo global de energía es ligeramente superior, a cambio de un producto a molienda también ligeramente más fino que en la condición actual de referencia (Simulación 1).

Por otra parte, la Tabla 2 presenta resultados comparativos entre dos circuitos alternativos de chancado (ver Figuras 1 y 2). El Circuito A corresponde a la condición actual de la planta. El Circuito B propone operar los chancadores terciarios en circuito directo con el buzón intermedio. De la Tabla 2 se desprende que el Circuito B entregaría un producto ligeramente más fino con un consumo específico de energía también ligeramente más alto. En otras palabras, la diferencia entre ambos circuitos no sería metalúrgicamente significativa.

TABLA 1. Ejemplo de Aplicación de Modelos de Chancado/Harneo a la Optimización de un Circuito. Eliminación de Equipos.

	Sim. 1	Sim. 2	Sim. 3
CHANCADO SECUNDARIO:			
– Unidades	4	3	2
– Factor de Utilización	0,65	0,65	0,85
– Tonelaje Alim. tph/Unidad	554	738	847
– Potencia Neta, kw/Chanc.	33,7	48,0	58,7
– Cons. de Energía, kwh/ton fresca	0,061	0,065	0,069
– Razón de Reducción, R50	1,92	1,97	2,02
CHANCADO TERCIARIO:			
– Unidades	10	8	8
– Factor de Utilización	0,92	0,92	0,92
– Potencia Neta, kw	118,8	159,6	158,8
– Cons. de Energía, kwh/ton fresca	0,759	0,816	0,812
– Razón de Reducción, R50	1,35	1,40	1,40
– Carga Circulante Harneros, %	234	212	212
CONS. GLOBAL DE ENERGIA, kwh/ton fresca	0,820	0,881	0,881
TAMAÑO D50 A MOLIENDA, micrones	5668	5454	5453

TABLA 2. Ejemplo de Aplicación de Modelos de Chancado/Harneo a la Optimización de un Circuito. Circuitos Alternativos de Procesamiento.

	Sim. 4	Sim. 5
CIRCUITO:	A	B
CHANCADO SECUNDARIO:		
– Tonelaje Alim., tph/Chanc.	427,7	427,7
– Potencia Neta, kw/Chanc.	99,6	99,6
– Razón de Reducción, R50	1,29	1,29
CHANCADO TERCIARIO:		
– Tonelaje Alim., tph/Chanc.	284,5	304,0
– Potencia Neta, kw/Chanc.	112,6	129,8
– Razón de Reducción, R50	1,33	1,33
– Carga Circulante, %	235,4	151,5
CONSUMO GLOBAL DE ENERGIA, kwh/ton fresca	0,899	1,009
TAMAÑO D50 A MOLIENDA, micrones	5675	5390

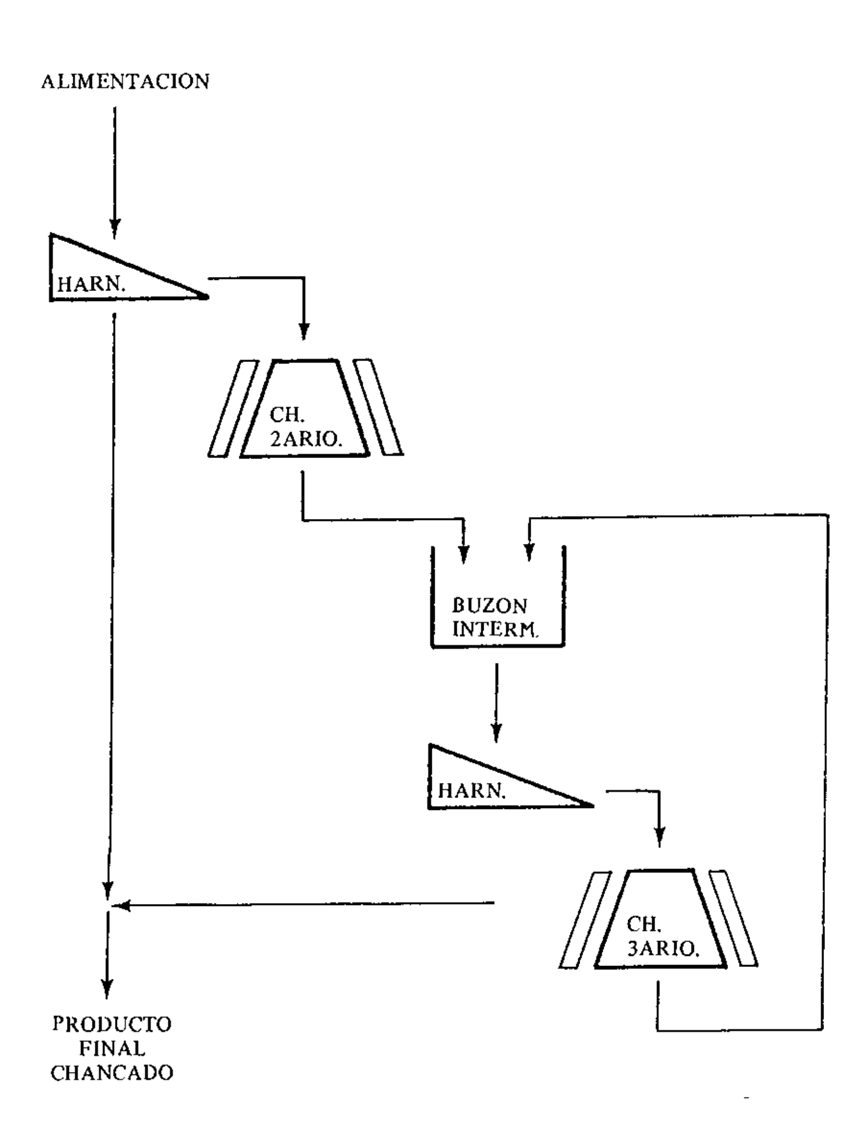


FIGURA 1. CIRCUITO A (ACTUAL DE PLANTA)

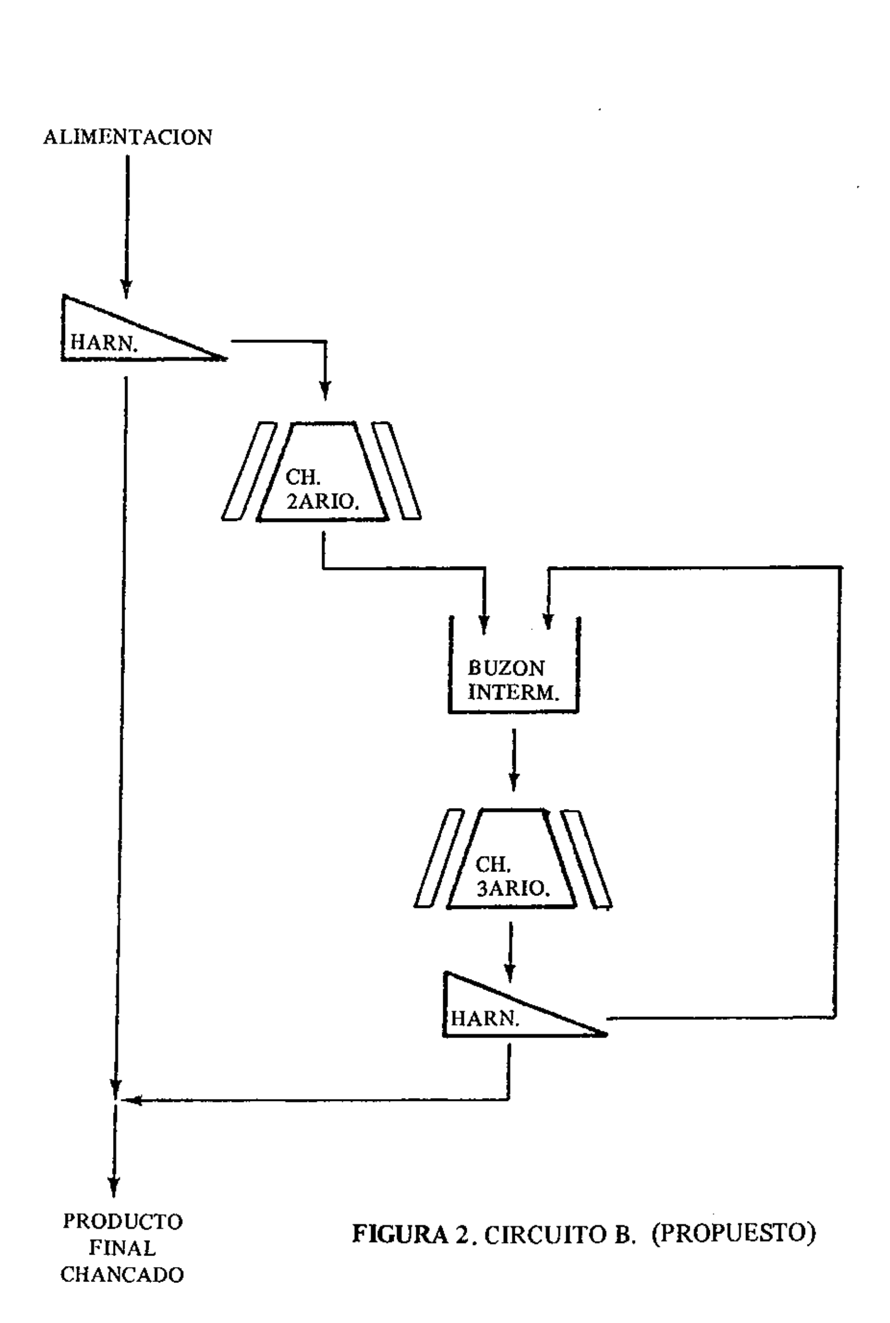


FIGURA 2. CIRCUITO B. (PROPUESTO)

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS – SECCION 6.1

1. S.R. Broadbent and T.G. Callcott; "Coal Breakage Processes, I and II"; Inst. of Fuel Eng. Journal, Vol. 29, p. 524, 1956.
2. W.J. Whiten; "The Simulation of Crushing Plants with Models Developed using Multiple Spline Regression"; South African Inst. of Min. and Met. Journal, p. 257, May 1972.
3. K. Rajamani and J.A. Herbst; "Simultaneous Estimation of Selection and Breakage Functions from Batch and Continuous Grinding Data". Trans. Inst. Min. Metall., Vol. 93, p. C74, 1984.
4. L.G. Austin; R.R. Klimpel and P.T. Luckic; "Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling", SME of AIME, 1984.
5. G.W. Walter and W.J. Whiten; "An Examination of Tertiary Screening using Simulation"; Proceedings, Austr. Inst. of Mining and Metall, Nº 261, p. 13, March 1977.
6. C.C. Hatch and A.L. Mular; "Simulation of the Brenda Mines Ltd. Secondary Crushing Plant". SME Preprint Nº 79-54, Annual Meeting, N. Orleans; 1979.
7. V.K. Karra; "Development of a Model for Predicting the Screening Performance of a Vibrating Screen". Proceedings, Canadian Inst. of Min. and Met., Montreal; 1978.
8. L.R. Plitt; "A Mathematical Model for the Hydrocyclone Classifier"; CIM Bulletin, p. 114, Dec. 1976.
9. J.E. Sepúlveda; "CIMMULA: Rutinas Computacionales para el Diseño, Optimización y Control de Circuitos de Conminución", Estudio CIMM E-401; 1985.

6.2 Molienda Semiautógena

– Un Modelo Simplificado

La caracterización matemática de los procesos de molienda autógena y semiautógena desde un punto de vista fenomenológico ha sido un objetivo permanente del grupo de profesionales en CIMM, desde la puesta en marcha de sus instalaciones piloto en 1982[1]. A continuación se discute la aplicación de un modelo simplificado, derivable como un caso especial de un modelo más detallado propuesto previamente[1].

La formulación se basa en la conocida ecuación general de balance a estado estacionario:

$$\text{INPUT} - \text{OUTPUT} + \text{GENERACION} = 0 \tag{1}$$

la cual, para esta aplicación particular, se reduce a:

$$\dot{M}\, F_i^{IN} - \dot{M}\, F_i^{OUT} + H\,(d\, F_i^C /dt) = 0 \tag{2}$$

$$i = 1, 2, \ldots, n$$

donde:

$\dot{M}$ = tonelaje de sólidos a través del molino.

F_i^{IN} = granulometría de alimentación al molino (fracción acumulada pasante)

F_i^{OUT} = granulometría de descarga del molino (fracción acumulada pasante).

F_i^{C} = granulometría de la carga contenida en el molino (fracción acumulada pasante).

H = cantidad de material retenida en el molino a estado estacionario.

El término de generación de las Ecuaciones 1 y 2 debe caracterizar los mecanismos básicos involucrados en este tipo de procesos de conminución; es decir, fractura y abrasión. La fractura guarda relación con eventos catastróficos en los cuales partículas frágiles se parten en múltiples fragmentos de menor tamaño debido a la acción de impacto del medio de molienda. Por otra parte, la abrasión es un mecanismo de desgaste gradual y continuo de las partículas caracterizado por el redondeamiento y eliminación de sus aristas produciendo un gran número de pequeños fragmentos. Expresiones matemáticas bastante detalladas para estos dos mecanismos fueron propuestos en una formulación anterior[1].

En un enfoque más pragmático, es razonable suponer que la velocidad de producción de material pasante una determinada malla (o tamaño) es proporcional a la cantidad de material retenido sobre la misma:

$$\frac{d}{dt}(F_i^{C}) = S_i(1 - F_i^{C}) \quad (3)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n$$

donde la constante cinética S_i se denomina Función Selección Aparente y queda expresada en min^{-1}.

Luego, la Ecuación 2 se reduce a:

$$(F_i^{IN} - F_i^{OUT}) + \left(\frac{S_i H}{\dot{M}}\right)(1 - F_i^{C}) = 0 \quad (4)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n$$

Además, por analogía a la molienda convencional en molinos de bolas[2], podemos suponer que la función selección aparente es linealmente escalable con la potencia neta consumida por el molino y la cantidad de material retenido en éste:

$$S_i = S_i^{E}(P/H);\ i = 1, 2, \ldots, n \quad (5)$$

donde la constante de proporcionalidad S_i^E se denomina Función Selección Aparente Específica y viene a caracterizar la "blandura" efectiva del mineral para el conjunto de condiciones de operación y diseño bajo las cuales se está procesando.

Por substitución de la Ecuación 5 en 4 y reagrupando se obtiene:

$$(F_i^{IN} - F_i^{OUT}) + S_i^{E}\,\bar{E}\,(1 - F_i^{C}) = 0. \quad (6)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n$$

donde:

$\bar{E} = P/\dot{M}$ = consumo específico de energía, kwt/ton.

Esta última ecuación enfatiza una vez más el hecho de que el consumo específico de energía es la principal variable determinante de la respuesta del sistema de molienda. La función selección aparente específica S_i^E actúa como un multiplicador de eficiencia para convertir energía mecánica en acción de conminución.

Ahora, si adicionalmente se supone que el molino se comporta como un mezclador perfecto y su parrilla como un clasificador ideal, es razonable plantear:

$$F_i^{OUT} = 1 \quad \text{si} \quad d_i \geqslant d_g$$
$$F_i^{OUT} = F_i^C / F_g^C \quad \text{si} \quad d_i < d_g \tag{7}$$

donde:

d_g = abertura efectiva de la parrilla.

Es decir, la distribución de tamaño de las partículas descargadas por el molino a través de la parrilla es igual a la distribución relativa de las partículas con tamaño inferior a la abertura de parrilla, en el interior del molino.

Las Ecuaciones 7 permiten relacionar la descarga del molino con su contenido y, por lo tanto, al reeemplazar en la Ecuación 6 se obtienen expresiones explícitas para la granulometría de los sólidos en el interior del molino:

$$F_i^C = \frac{F_i^{IN} - 1 + S_i^E \bar{E}}{S_i^E \bar{E}} \quad ; \text{si} \quad d_i \geqslant d_g$$
$$F_i^C = \frac{F_i^{IN} + S_i^E \bar{E}}{\frac{1}{F_g^C} + S_i^E \bar{E}} \quad ; \text{si} \quad d_i < d_g \tag{8}$$

y también en la descarga:

$$F_i^{OUT} = 1 \quad ; \text{si} \quad d_i \geqslant d_g$$
$$F_i^{OUT} = \frac{F_i^{IN} + S_i^E \bar{E}}{1 + F_g^C S_i^E \bar{E}} \quad ; \text{si} \quad d_i < d_g \tag{9}$$

En las ecuaciones anteriores, la fracción de material de tamaño inferior a la abertura de parrilla, F_g^C está manejada como un parámetro más del modelo. En la práctica, este va-

lor dependerá de la capacidad de evacuación del material a través de la parrilla y pudiera ser estimado por medio de un modelo de transporte adecuado.

— **Estimación de Parámetros**

La función selección aparente específica, S_i^E, puede ser fácilmente estimada sobre la base de la Ecuación 6, a partir de ensayos de molienda a escala piloto:

$$S_i^E = \frac{F_i^{OUT} - F_i^{IN}}{\bar{E}\,(1 - F_i^C)} \qquad (10)$$

La Figura 1 presenta un ejemplo de este tipo de cálculos para 3 compósitos diferentes ensayados a escala piloto en CIMM. Como se observa, la función selección aumenta a medida que el tamaño de partícula aumenta, verificándose el hecho bien conocido que las partículas gruesas son trituradas a una velocidad específica mayor que las partículas más finas. Similarmente, el hecho que la curva correspondiente al Compósito A está por debajo de las otras, demuestra que este mineral es el más duro de los 3 evaluados.

— **Relaciones de Escalamiento**

Por analogía a la molienda convencional[2], se postula la constancia de S_i^E como criterio de escalamiento entre dos condiciones diferentes de operación y diseño.

La Figura 2 confirma que cuando se realiza un ensayo piloto bajo condiciones lo más cercanas posible a la operación industrial, la función selección así obtenida es muy similar en magnitud a la misma función a gran escala.

— **Ejemplos Prácticos de Aplicación**

La disponibilidad de un modelo matemático simple como el aquí descrito representa una poderosa herramienta para la evaluación de diferentes alternativas operacionales.

A modo de ejemplo, la Figura 3 ilustra el efecto de operar con 4% y 7% de bolas en el molino. Como se observa, el aumento en acero produce un aumento en potencia, como es de esperar, pero no afecta significativamente a la función selección.

La Figura 4 ilustra el efecto de operar con diferentes diámetros de bolas. Se concluye en este caso que las bolas de 5" ϕ son ligeramente más eficientes en las mallas gruesas, como también cabe esperar.

Otras variable de interés es la granulometría de la alimentación fresca. La Figura 5 ilustra tal efecto para un mineral relativamente duro y se concluye que este efecto no es tan significativo como pudiera en principio esperarse.

Finalmente, la Figura 6 presenta el efecto de la configuración del circuito sobre la función selección específica. Se observa que el circuito cerrado, en una etapa (SAG) exhibe una mayor productividad en los finos y menor en los gruesos cuando se le compara al circuito abierto, en dos etapas (DSAG).

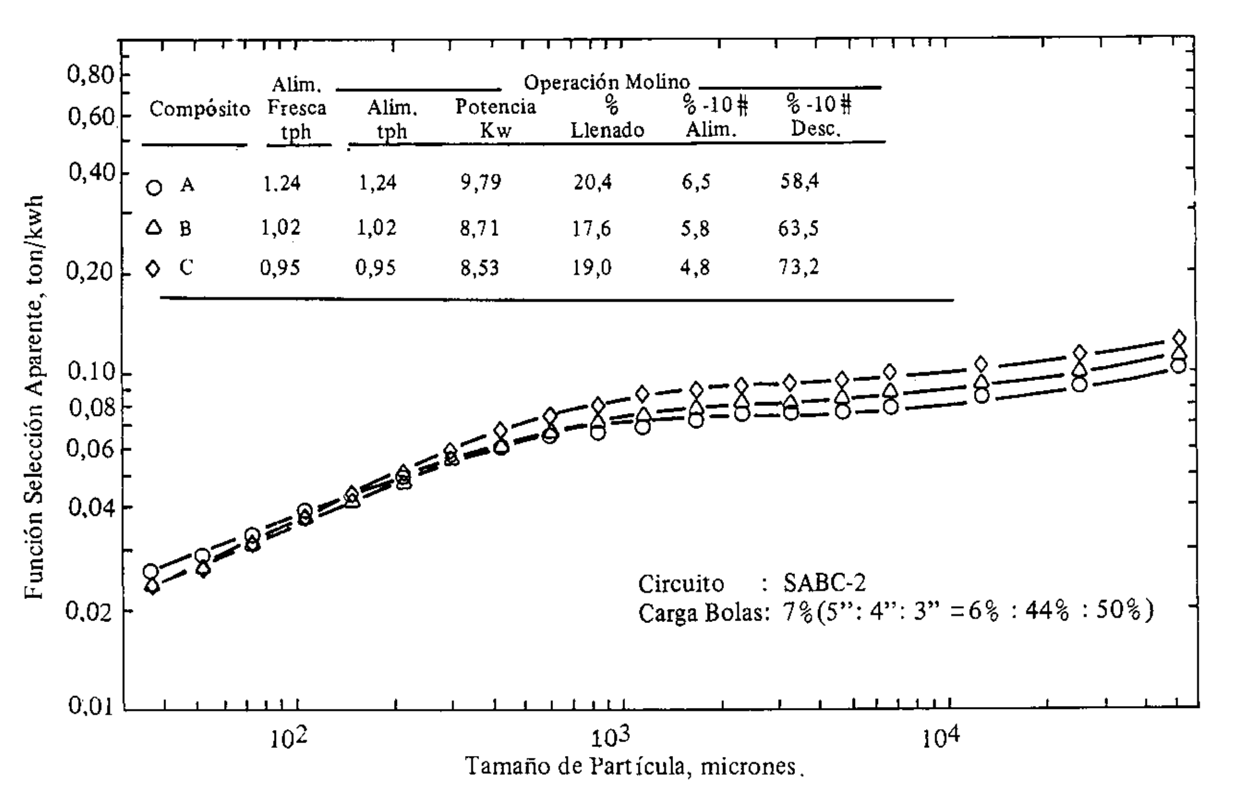


FIGURA 1. Función selección aparente para 3 compósitos diferentes de alimentación ensayados a escala piloto en CIMM.

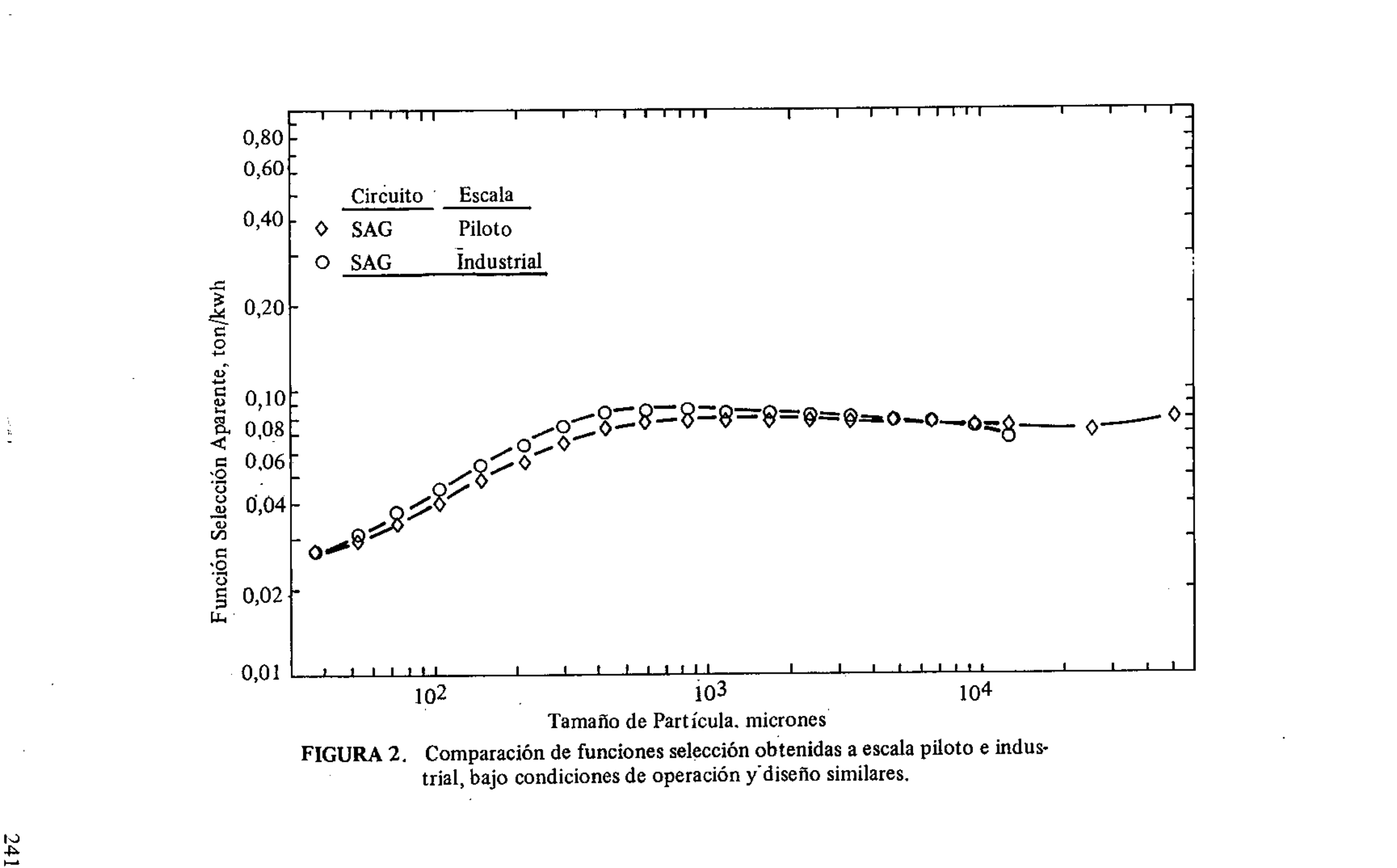


FIGURA 2. Comparación de funciones selección obtenidas a escala piloto e industrial, bajo condiciones de operación y diseño similares.

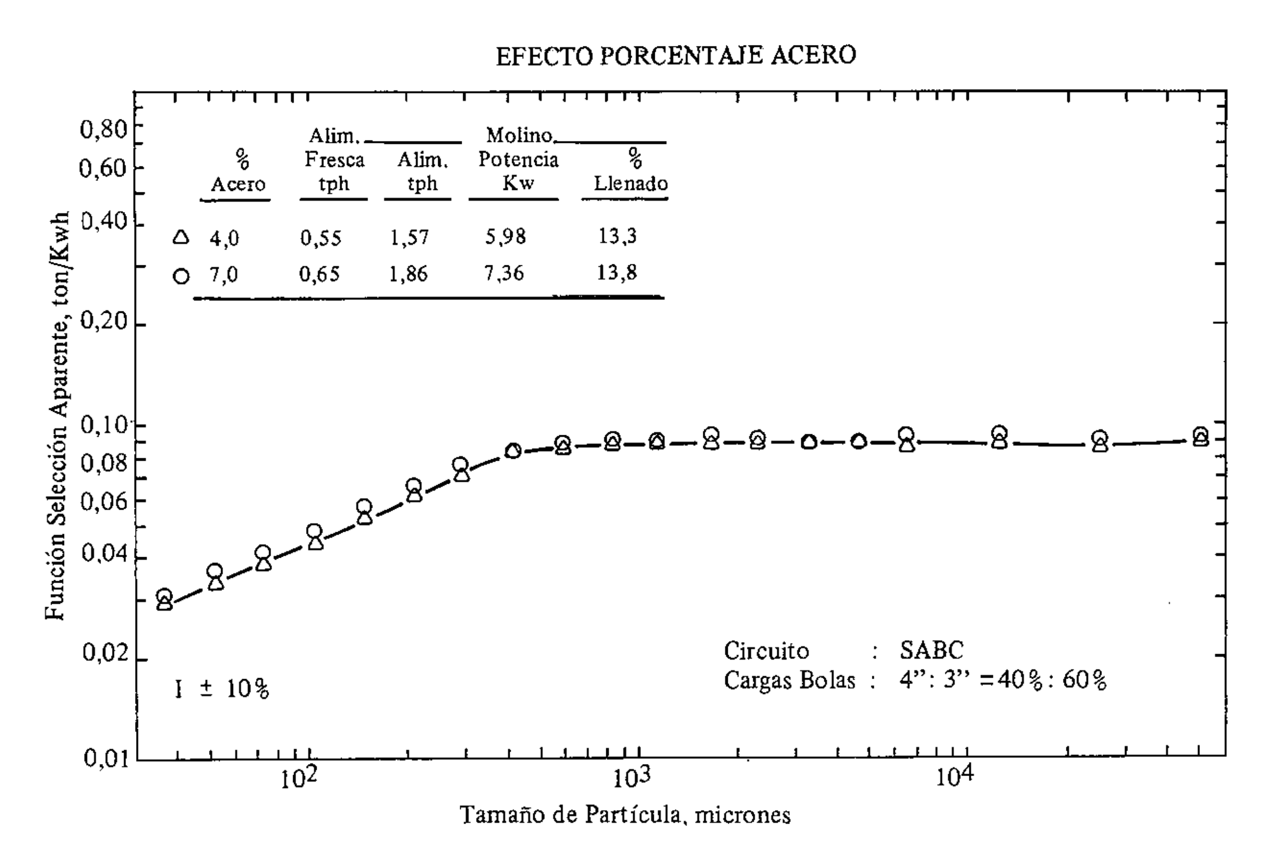


FIGURA 3. Efecto del % acero sobre la función selección específica.

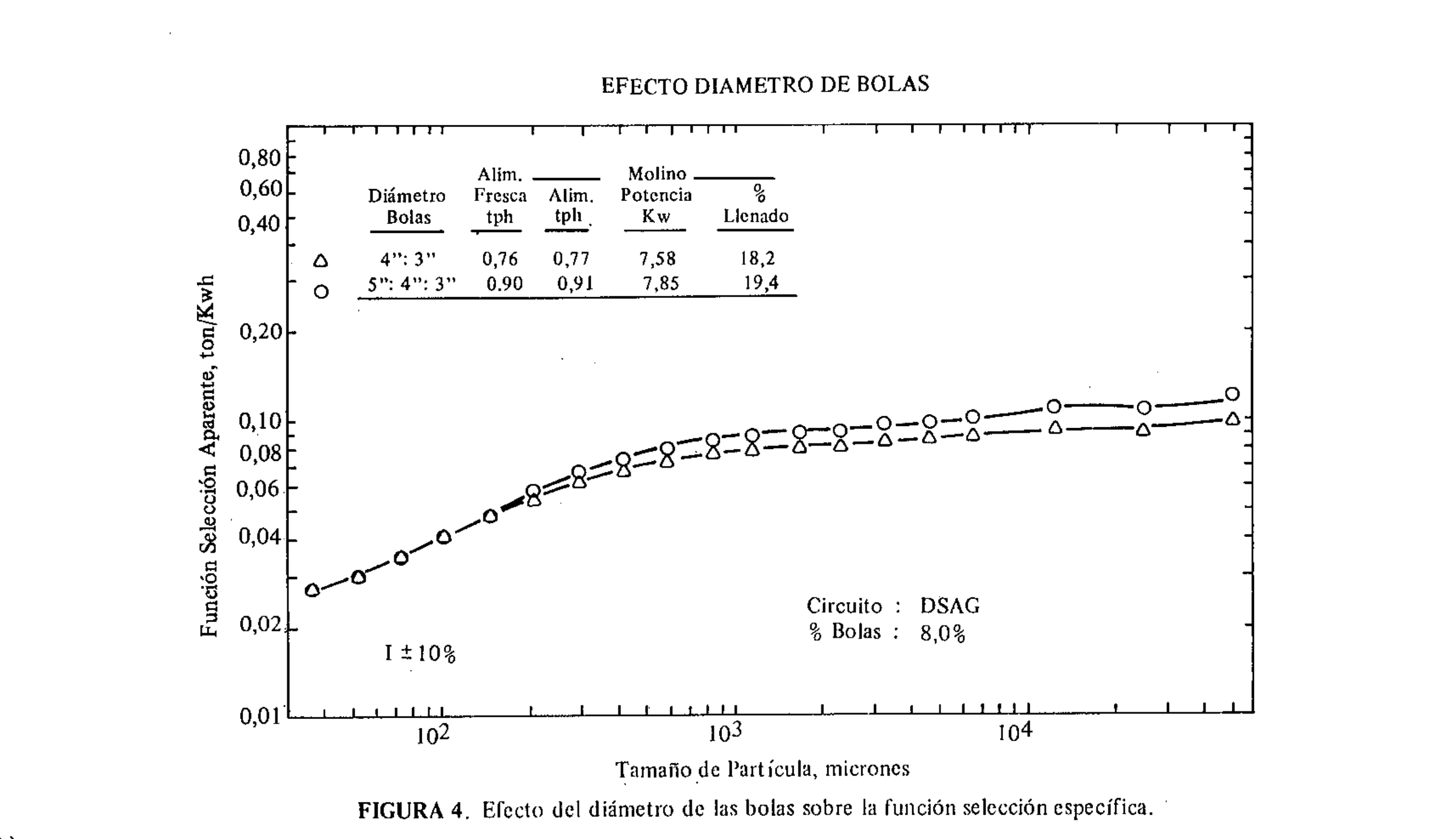


FIGURA 4. Efecto del diámetro de las bolas sobre la función selección específica.

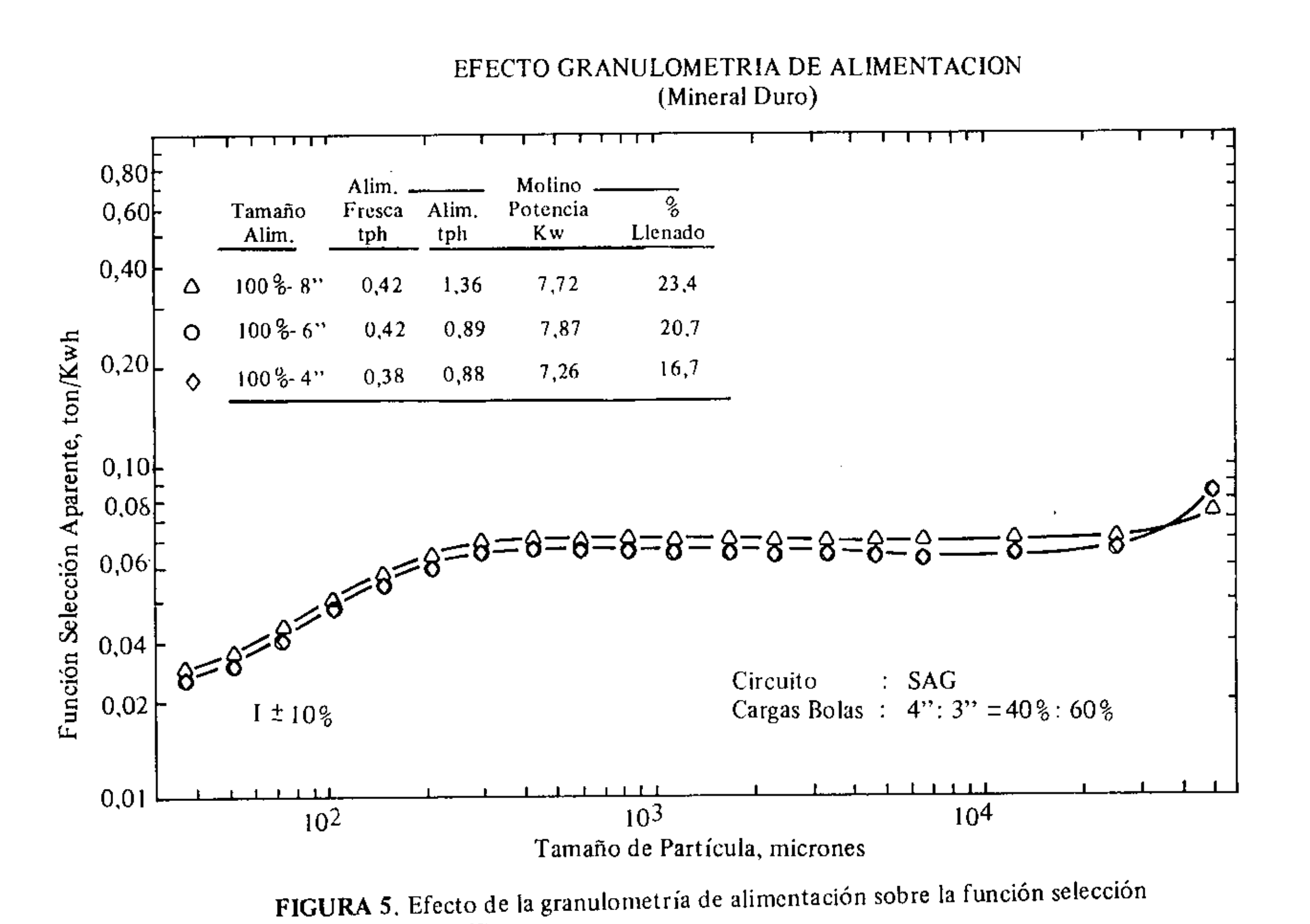


FIGURA 5. Efecto de la granulometría de alimentación sobre la función selección específica.

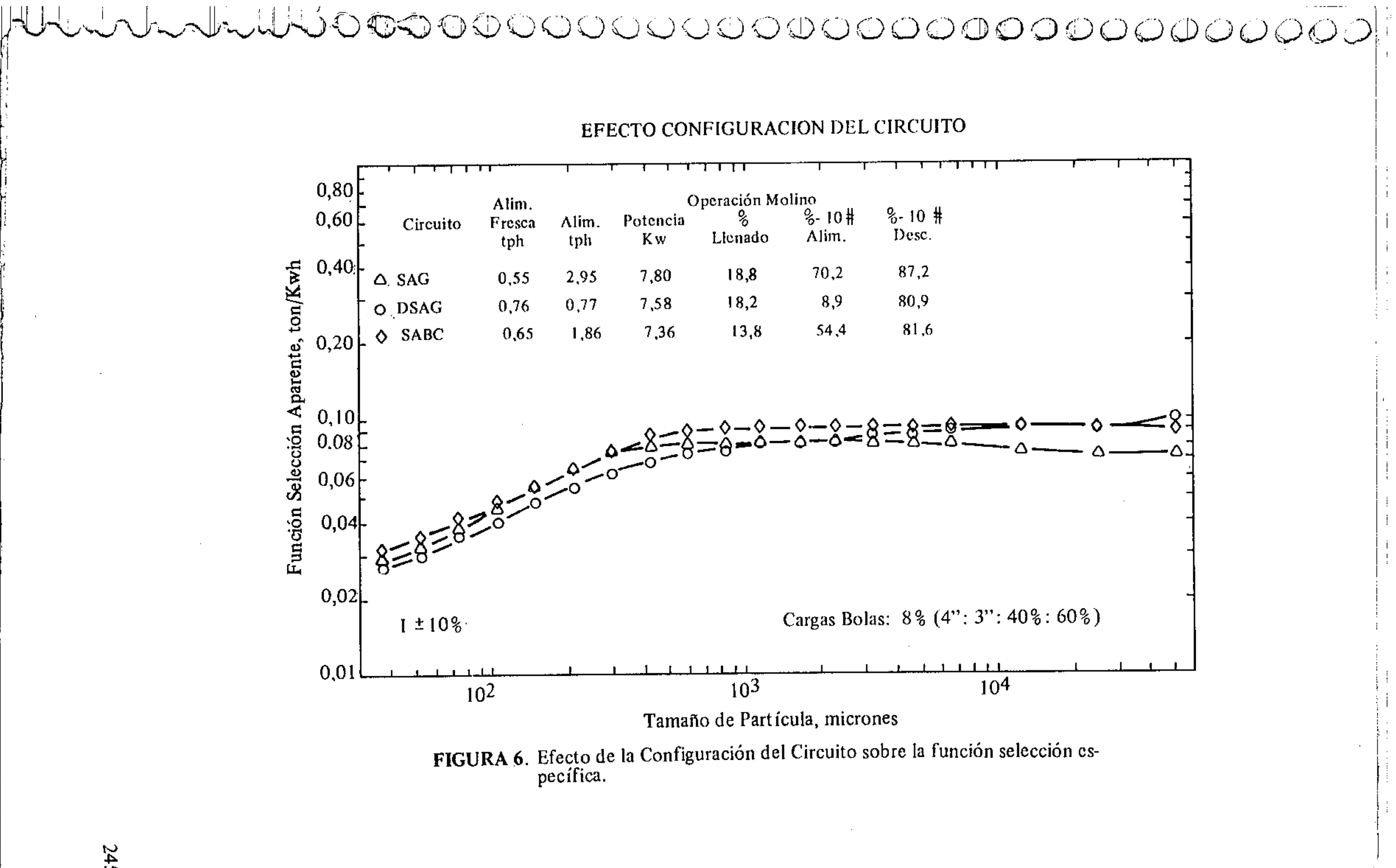


FIGURA 6. Efecto de la Configuración del Circuito sobre la función selección específica.

La desición final respecto a qué circuito es más conveniente dependerá de factores económicos y de cuán eficientes puedan ser las demás etapas complementarias del proceso. (chancado, molienda, etc.). Estas operaciones complementarias son en general más eficientes que la molienda autógena o semiautógena, lo cual indica que los circuitos de varias etapas son metalúrgicamente más convenientes que los de una sola.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS – SECCION 6.2

1. J.E. Sepúlveda, H. Toro y O. Aguilar V.; "Experimental Determination of Autogenous Ore Grindadility". presentado en el Primer Taller Nacional sobre Molienda Autógena de Minerales, organizado por CIMM. IIM y Cía. Minera Disputada de las Condes; en Santiago, Chile; 8-11 Sept., 1983.
2. J.A. Herbst y D.W. Fuerstenau; "Scale-up Prosedures for Continous Grinding Mill Design using Population Balance Models", Int. J. of Min. Processing, Vol. 7, p. 1-31; 1980.

6.3 Circuitos Convencionales de Molienda/Clasificación

– Simulación de Circuitos

Para la simulación digital de distintas configuraciones alternativas de procesamiento, es necesario ligar los modelos de molienda y clasificación descritos en los capítulos 3 y 4, a través de un balance de materiales para cada nodo del circuito. Dado que, en general, la alimentación al molino depende de la descarga del hidrociclón y viceversa; el balance debe resolverse en forma iterativa partiendo de una estimación inicial de la carga circulante. A objeto de garantizar la pronta convergencia de las iteraciones al estado estacionario, se recomienda utilizar algoritmos tales como el de Wegstein[1], o su similar, el de la Secante[2].

Existe una gran variedad de programas computacionales disponibles en el mercado para la simulación de circuitos de molienda/clasificación[3,4,5]. A nivel nacional, el Centro de Investigación Minera y Metalúgica ha desarrollado un paquete de programas (CIMMULA) que permite simular, comparar, y por lo tanto, evaluar distintas condiciones de operación y diseño del circuito y de este modo, formular juicios acerca de la factibilidad técnica de las diversas alternativas de interés. En otras palabras, optimizar el diseño y operación de circuitos de conminución, en general; y de molienda/clasificación, en particular. Más adelante en este Capítulo, se presentan algunos ejemplos de tales aplicaciones.

– Criterios de Optimización

Durante las últimas décadas, como consecuencia de la introducción masiva de hidrociclones en circuitos de molienda/clasificación, se ha venido generando una intensa polémica en relación a las premisas básicas bajo las cuales estos circuitos debieran ser diseñados y bajo qué condiciones debieran ser posteriormente operados a fin de garantizar la máxima eficiencia global del sistema. Existen, por ejemplo, notables discrepancias con respecto al contenido de sólidos en la alimentación de los ciclones. Aquellos que persiguen una buena eficiencia de clasificación plantean la necesidad de mantener dicho flujo de alimentación relativamente diluido ($\sim$ 55% sólidos). Por otra parte, aquellos operadores interesados en alcanzar una mayor tasa de tratamiento para su instalación, han detectado la necesidad de disminuir la adición de agua al circuito y, por ende, operar con una alimentación a ciclones más espe-

sa (∿ 65% sólidos). Del mismo modo, existen también discrepancias con respecto al contenido de sólidos en la descarga de los ciclones. Aquellos que reconocen el cortocircuito de agua a la descarga como la principal fuente de ineficiencia de la clasificación, postulan que el porcentaje de sólidos en la descarga de los ciclones debe ser el más alto posible (normalmente, del orden de 80% sólidos). Ello en contraposición con los que recomiendan mantener dicho flujo más bien diluido (65-70% sólidos) a fin de evitar el "acordonamiento" y posible obstrucción de la descarga. Finalmente, la carga circulante es la variable sobre la cual recae mayor incertidumbre. En general, una alta carga circulante es considerada negativa puesto que, en caso de disminuirla, se podría tal vez alimentar una mayor proporción de material fresco al molino. En otras palabras, reemplazar carga circulante por carga fresca. Sin embargo, frente a ello es lógico argumentar que un alto tonelaje a través del molino permite evacuar rápidamente los finos producidos y evitar así su sobremolienda. Desde este punto de vista, una alta carga circulante sería deseable. En síntesis, no existe uniformidad de criterios respecto a cómo operar un circuito de molienda.

En 1952, F.C. Bond[6,7], al postular la conocida Tercera Ley o Teoría de la Conminución, como resultado de una extensa investigación a escala laboratorio, piloto e industrial, fijó pautas específicas respecto al dimensionamiento del o los molinos requeridos para alcanzar un determinado objetivo, en términos de capacidad de tratamiento y fineza del producto molido. Sin pretender desconocer o disminuir tal valioso aporte, cabe sí señalar que Bond no consideró, al menos explícitamente, el importante rol que juega el proceso de clasificación en la eficiencia global de la operación. Específicamente, en el caso de circuitos tradicionales de molienda, como el bosquejado en la Figura 1, esta tercera ley no permite dilucidar las diversas discrepancias arriba planteadas. Se requiere entonces de un criterio adicional que, reconociendo el importante rol del agua en el comportamiento del circuito, permite llevar a ésta a sus óptimas condiciones de operación.

El investigador J.E. Sepúlveda postula lo siguiente[8]:

"La óptima dilución de sólidos en la alimentación a ciclones así como la óptima carga circulante son las que necesariamente resultan de operar con:

- *El mínimo contenido de sólidos en el producto de rebalse de los ciclones.*
- *El máximo contenido de sólidos en la descarga de los ciclones, operacionalmente factible de implementar".*

Matemáticamente, la relación entre las variables está gobernada por la expresión (ver Figura 1):

$$(f_{s5})_{opt.} = \frac{1 + (CC)_{opt.}}{\dfrac{(CC)_{opt.}}{(f_{s6})_{máx.}} + \dfrac{1}{(f_{s7})_{mín.}}} \qquad (1)$$

donde:

f_{sk} = fracción en peso de sólidos, en el flujo k

CC = razón de carga circulante, definida como la razón entre los tonelajes secos de descarga y rebalse del clasificador.

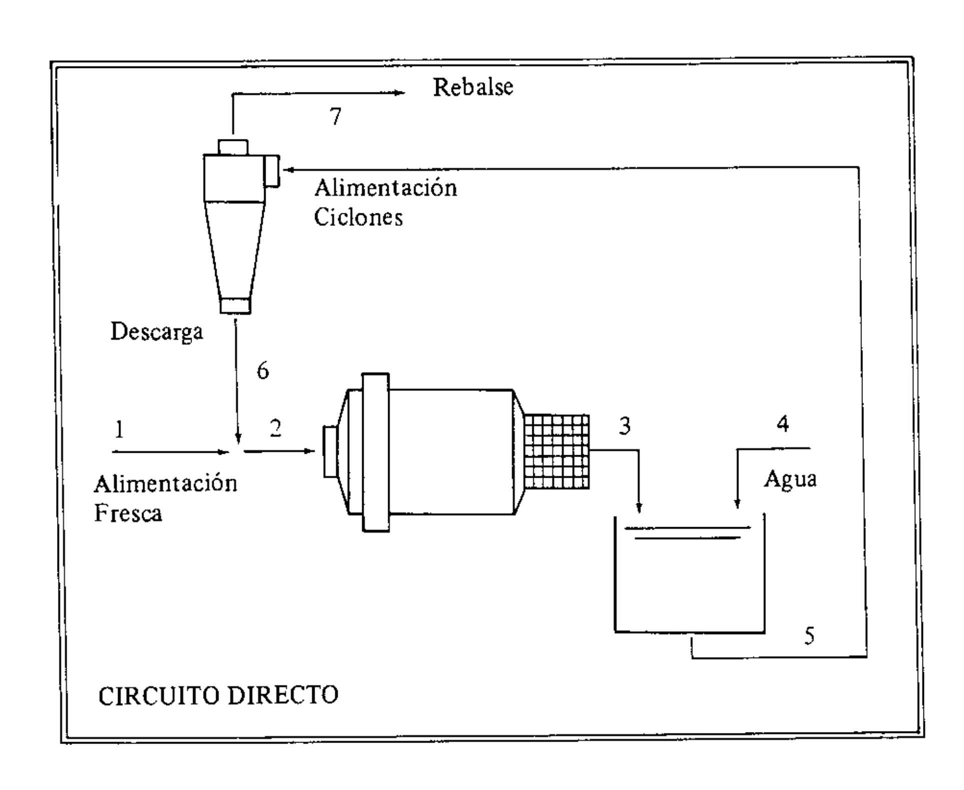


FIGURA 1. Representación esquemática de un circuito típico de molienda/clasificación.

El cumplimiento de la primera condición, referente a la dilución del rebalse, debiera estar limitado solamente por la disponibilidad de agua de la instalación, y los requerimientos de los procesos subsiguientes en la cadena operativa. La segunda condición, referente a la dilución del flujo de descarga, es alcanzable por medio de una adecuada geometría y número de ciclones en la batería.

El criterio propuesto se sustenta simplemente en el balance de materiales del sistema, recurriendo para ello a algunos postulados básicos, los cuales tan sólo pretenden reflejar la evidencia operacional acumulada durante las últimas décadas. La aplicabilidad del criterio de optimización planteado abarca un amplio espectro de configuraciones del circuito, aun cuando en el presente análisis se hace referencia específica al circuito directo de la Figura 1. En general, el mismo criterio se aplica para circuitos inversos y otros de configuración más compleja.

Un análisis detallado de diversos estudios, tanto de investigación básica como de experimentación directa en circuitos de molienda/clasificación, lleva a concluir con certeza lo siguiente:

1. La fineza alcanzada por un conjunto dado de partículas sometidas a la acción del medio de molienda es función directa de la energía específica aplicada a las mismas, expresada normalmente en kwh/ton. Un mayor consumo específico de energía implica necesariamente un producto molido más fino. El medio de molienda actúa sobre todas las partículas presentes en el molino, distribuyendo la energía total entre las distintas fracciones granulométricas, en directa proporción a su concentración relativa. Consecuentemente, para maximizar la velocidad de molienda de las partículas gruesas, éstas deben ser predominantes en la carga. Asimismo, para minimizar la sobremolienda de las partículas finas, el contenido de éstas en la carga debe ser tan bajo como sea posible. Lo anterior se traduce en que, para granulometrías de alimentación fresca y producto final especificadas, el proceso de molienda será tanto más eficiente como gruesa sea la carga en el molino.

2. Con respecto a la etapa de clasificación, se ha observado una estrecha relación proporcional entre los cortocircuitos de agua y finos[9], definidos respectivamente como las fracciones de agua y finos en la alimentación a los ciclones que reportan a la descarga. Por lo tanto, si se pretende mantener la alimentación al molino libre de partículas finas, es deseable entonces establecer las condiciones de operación que minimicen la concentración de finos en la descarga de los ciclones y, en tal sentido, disminuir el contenido de agua en dicho flujo representa una alternativa claramente ventajosa.

Estos dos postulados básicos, en el contexto del balance de materiales del sistema, son suficientes para demostrar la validez del criterio planteado, sin necesidad de recurrir a otras consideraciones teóricas de importancia. Por ende, la derivación presentada a continuación será tan válida como los postulados que la sustentan.

Un simple balance de materiales para un circuito típico de molienda/clasificación como el de la Figura 1, permite establecer las siguientes relaciones:

a. **Balance de Sólidos:**

$$MS_1 = MS_6 = MS_2$$
$$MS_2 = MS_3 \qquad (2)$$

$$MS_3 = MS_5$$

$$MS_5 = MS_6 + MS_7$$

las cuales unidas a la definición de carga circulante:

$$MS_6 = CC \cdot MS_1 \qquad (3)$$

configuran un sistema lineal de 5 ecuaciones con 5 incógnitas cuya solución, está dada por:

$$MS_2 = MS_3 = MS_5 = (1 + CC)\, MS_1$$

$$MS_6 = CC\, MS_1 \qquad (4)$$

$$MS_7 = MS_1$$

expresiones donde el tonelaje de alimentación fresca (MS_1) y la razón de carga circulante (CC) aparecen como variables independientes.

b. **Balance de Pulpas**:

$$MP_1 + MP_6 = MP_2$$

$$MP_2 = MP_3 \qquad (5)$$

$$MP_3 + MP_4 = MP_5$$

$$MP_5 = MP_6 + MP_7$$

Además, conocidos los contenidos de sólidos en los flujos de alimentación fresca, descarga ciclones y rebalse ciclones, necesariamente se cumple:

$$MP_1 = MS_1/f_{s1}$$

$$MP_6 = MS_6/f_{s6} \qquad (6)$$

$$MP_7 = MS_7/f_{s7}$$

En este caso, MP_k denota el tonelaje de pulpa (sólidos + agua) en el flujo K mientras que f_{sk} denota la fracción, en peso, de sólidos en el mismo flujo (ver Figura 1).

Las ecuaciones 5 y 6 constituyen nuevamente un sistema lineal cuya solución está dada por:

$$MP_1 = MS_1/f_{s1}$$

$$MP_2 = MP_3 = \left(\frac{1}{f_{s1}} + \frac{CC}{f_{s6}}\right) MS_1 \qquad (7)$$

$$MP_4 = \left(\frac{1}{f_{s7}} - \frac{1}{f_{s1}}\right) MS_1$$

$$MP_5 = \left(\frac{1}{f_{s7}} + \frac{CC}{f_{s6}}\right) MS_1$$

$$MP_6 = \frac{CC}{f_{s6}} MS_1 \qquad \text{(Ec. 7 cont....)}$$

$$MP_7 = MS_1/f_{s7}$$

donde MP_4 simplemente representa el caudal de agua al cajón de la bomba requerida para alcanzar la dilución deseada en el producto final de rebalse.

Por combinación de las Ecuaciones 4 y 7 se obtienen expresiones para las fracciones de sólidos en los flujos de alimentación y descarga del molino (suponiendo, por simplicidad, que sólo se agrega agua al cajón de la bomba):

$$f_{s2} = f_{s3} = \frac{(1 + CC)}{\left(\frac{1}{f_{s1}}\right) + \left(\frac{CC}{f_{s6}}\right)} \tag{8}$$

y similarmente para la fracción de sólidos en la alimentación a ciclones:

$$f_{s5} = \frac{(1 + CC)}{\left(\frac{CC}{f_{s6}}\right) + \left(\frac{1}{f_{s7}}\right)} \tag{9}$$

la cual, al igual que en la Ecuación 1, demuestra que el contenido de sólidos en la pulpa de alimentación a ciclones está completamente determinado por la carga circulante y los porcentajes de sólidos en los flujos de rebalse y descarga de los ciclones.

En base a las ecuaciones anteriores es también posible evaluar la fracción del agua en la alimentación a ciclones recuperada en la descarga (B_{pw}), conocida también como el "cortocircuito" o "by-pass" de agua a la descarga:

$$B_{pw} = \frac{MP_6 - MS_6}{MP_5 - MS_5} = \frac{CC\left(\frac{1}{f_{s6}} - 1\right)}{\left(\frac{1}{f_{s7}} - 1\right) + CC\left(\frac{1}{f_{s6}} - 1\right)} \tag{10}$$

En la práctica, un alto valor de B_{pw} es indicativo de una clasificación deficiente puesto que el agua que acompaña al sobretamaño arrastra consigo partículas finas que supuestamente debieran reportar al rebalse.

c. **Balance de Finos:**

Definiendo como "fino" al material bajo la malla de menor abertura utilizada para el control rutinario de granulometría (normalmente, 325 ó 400 mallas Tyler), es posible establecer las siguientes relaciones de balance para el circuito de la Figura 1:

$$\begin{aligned} m_1 + m_6 &= m_2 \\ m_3 &= m_5 \\ m_5 &= m_6 + m_7 \end{aligned} \qquad (11)$$

donde m_k representa el tonelaje seco de finos en el flujo k.

Puesto que las granulometrías de alimentación fresca y producto final molido están determinadas por los requerimientos de las demás etapas de la cadena productiva, se conoce:

$$\begin{aligned} m_1 &= F_1\, MS_1 \\ m_7 &= F_7\, MS_7 \end{aligned} \qquad (12)$$

donde F_1 y F_7 representan el porcentaje de finos en los flujos de alimentación fresca y producto molido respectivamente.

Adicionalmente, si B_{pf} denota el "cortocircuito" o "bypass" de finos, definido como la fracción de los finos en la alimentación a ciclones desviados a la descarga, se cumple:

$$m_6 = B_{pf}\, m_5 \qquad (13)$$

Esta relación, conjuntamente con las Ecuaciones 11 y 12, configuran un tercer sistema lineal de ecuaciones, cuya solución está dada por:

$$\begin{aligned} m_1 &= F_1\, MS_1 \\ m_2 &= \left(F_1 + \frac{B_{pf}\, F_7}{1-B_{pf}}\right) MS_1 \\ m_3 &= \frac{F_7}{(1-B_{pf})}\, MS_1 \\ m_4 &= 0 \\ m_5 &= \frac{F_7}{(1-B_{pf})}\, MS_1 \\ m_6 &= \frac{B_{pf}\, F_7}{(1-B_{pf})}\, MS_1 \end{aligned} \qquad (14)$$

$$m_7 = F_7 \text{ (dado)}$$

de donde, en combinación con las Ecuaciones 4, es posible derivar expresiones para la fracción de finos en cada flujo:

$$F_1 = F_1 \text{ (dad0)}$$

$$F_2 = (F_1 + \frac{B_{pf} F_7}{1 - B_{pf}}) \frac{1}{(1 + CC)} \qquad (15)$$

$$F_3 = \frac{F_7}{(1 - B_{pf})(1 + CC)}$$

$$F_4 = 0$$

$$F_5 = \frac{F_7}{(1 - B_{pf})(1 + CC)}$$

$$F_6 = \frac{B_{pf} F_7}{(1 - B_{pf}) CC}$$

$$F_7 = F_7 \text{ (dado)}$$

La experiencia operacional indica que el cortocircuito de finos (B_{pf}) varía proporcionalmente con la fracción del agua en la alimentación a ciclones que reporta a la descarga (B_{pw}). La Figura 2 presenta un conjunto de resultados experimentales que ilustran tal comportamiento, el cual es matemáticamente representable por la expresión:

$$B_{pf} = \lambda B_{pw} \qquad (16)$$

donde λ es un parámetro característico de la pareja mineral instalación y toma normalmente valores menores que y cercanos a 1. Luego, de la Ecuación 10 se obtiene:

$$B_{pf} = \frac{\lambda \, CC (\frac{1}{f_{s6}} - 1)}{(\frac{1}{f_{s7}} - 1) + CC (\frac{1}{f_{s6}} - 1)} \qquad (17)$$

y por reemplazo en las Ecuaciones 15, se obtiene:

$$F_1 = F_1 \text{ (dado)}$$

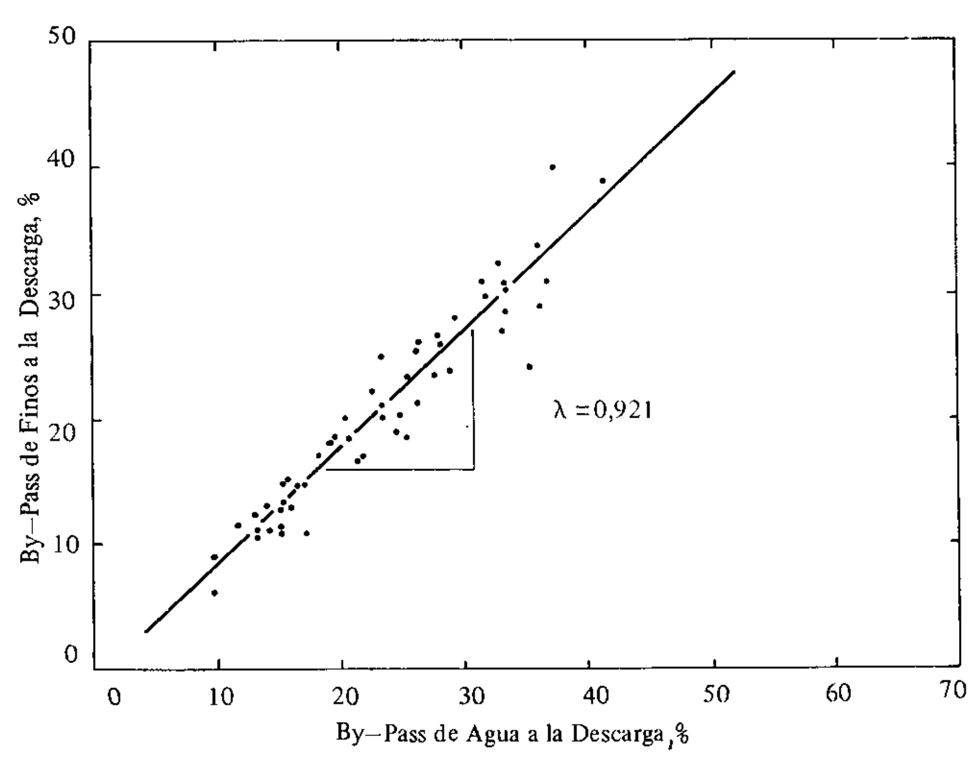


FIGURA 2. Relación proporcional entre el cortocircuito de finos y agua a la descarga. Resultados de ensayos varios realizados con hidrociclones de 6", 10", 15" y 20" de diámetro[9].

$$F_2 = \left\{ F_1 + \frac{CC\,(\frac{1}{f_{s6}} - 1)\,F_7}{(\frac{1}{f_{s7}} - 1) + (1-\lambda)\,CC\,(\frac{1}{f_{s6}} - 1)} \right\} \frac{1}{(1+CC)}$$

$$F_3 = F_5 = \left\{ \frac{(\frac{1}{f_{s7}} - 1) + CC\,(\frac{1}{f_{s6}} - 1)}{(\frac{1}{f_{s7}} - 1) + (1-\lambda)\,CC\,(\frac{1}{f_{s6}} - 1)} \right\} \frac{F_7}{(1+CC)} \qquad (18)$$

$$F_6 = \frac{(\frac{1}{f_{s7}} - 1)\;F_7}{(\frac{1}{f_{s7}} - 1) + (1-\lambda)\,CC\,(\frac{1}{f_{s6}} - 1)}$$

$$F_7 = F_7 \text{ (dado)}$$

Estas expresiones permiten evaluar la fracción de "finos" contenidos en cada flujo del circuito, en función de las otras tres variables operacionales de relevancia para el presente análisis, que son: la fracción de sólidos en el bajotamaño o producto molido (f_{s7}), la fracción de sólidos en el sobretamaño o retorno (f_{s6}) y la razón de carga circulante (CC). Resulta interesante entonces observar las Figuras 3 y 4, donde se ilustra gráficamente el comportamiento de las Ecuaciones 18, particularmente de los flujos de alimentación al molino (F_2) y descarga molino (F_3), para un caso particular hipotético en que se desea aumentar el contenido de finos del material desde un 15% en la alimentación fresca hasta un 40% en el producto final. De ellas se desprender que, para disminuir el contenido porcentual de finos en los flujos de alimentación y descarga del molino, es necesario:

- Mantener el mínimo contenido de sólidos en el rebalse de los ciclones.

- Mantener el máximo contenido de sólidos en la descarga de los ciclones,

que es precisamente lo indicado por el criterio de optimización propuesto. Las Figuras 3 y 4 también sugieren que la alta carga circulante normalmente resultante de la aplicación de este criterio operacional, aunque perjudicial en términos de cortocircuito de agua y finos, es beneficiosa en el sentido que contribuye a mantener la carga del molino libre de contaminación con partículas suficientemente finas y poder de esta manera utilizar una mayor fraccion de la energía disponible en la trituración de partículas más gruesas.

El criterio operacional propuesto, en cuya derivación fue necesario invocar un mínimo de consideraciones de orden teórico, establece pautas específicas para obtener de un determinado circuito de molienda/clasificación su óptimo rendimiento. Dicho criterio no permite cuantificar la magnitud de las mejoras a lograr, puesto que ellas dependerán de otras variables particulares de cada aplicación, tales como dureza y patrón de fractura del mineral, gra-

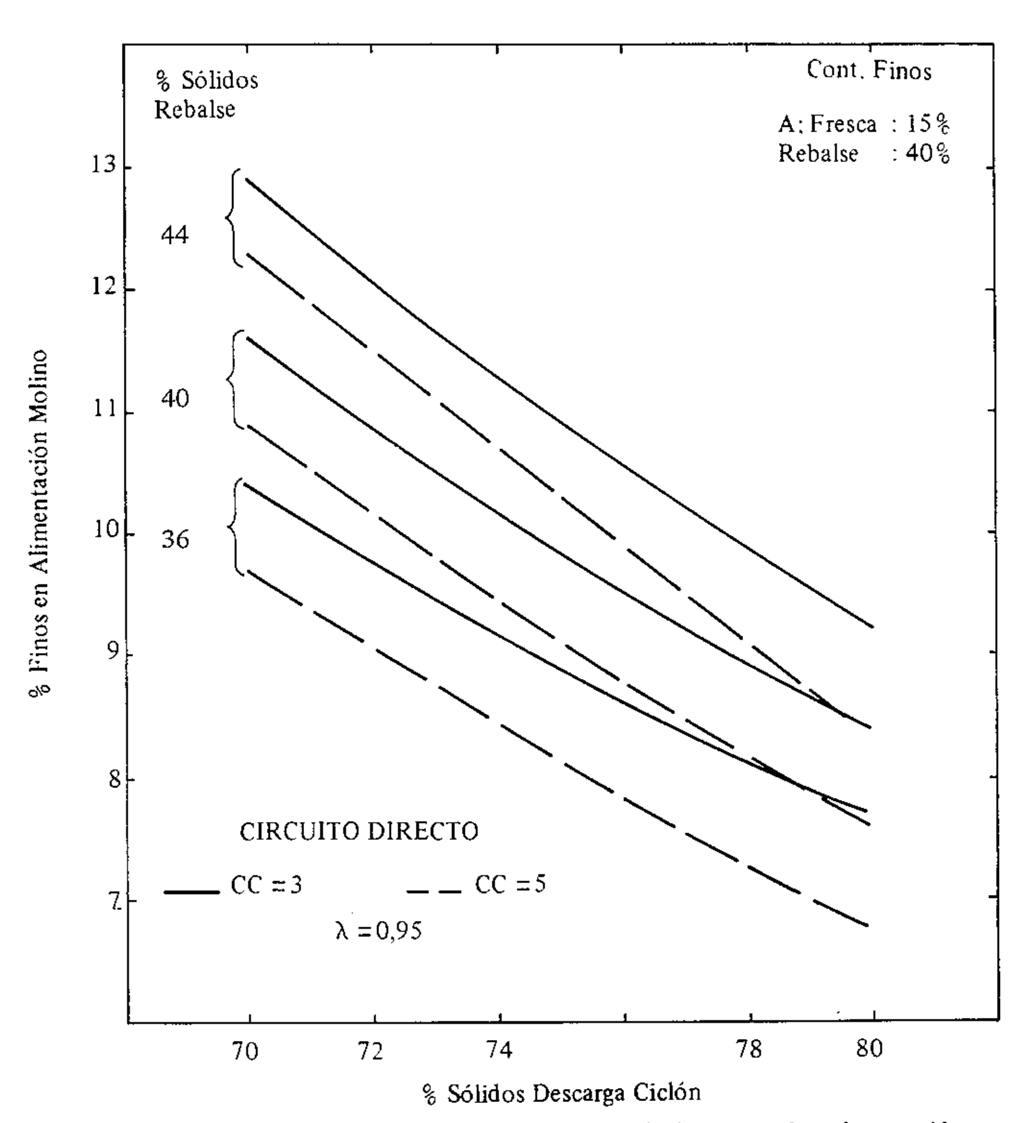


FIGURA 3. Efecto del porcentaje de sólidos en la descarga sobre el contenido porcentual de finos en la alimentación al molino; con la carga circulante y el porcentaje de sólidos en el rebalse como parámetros.

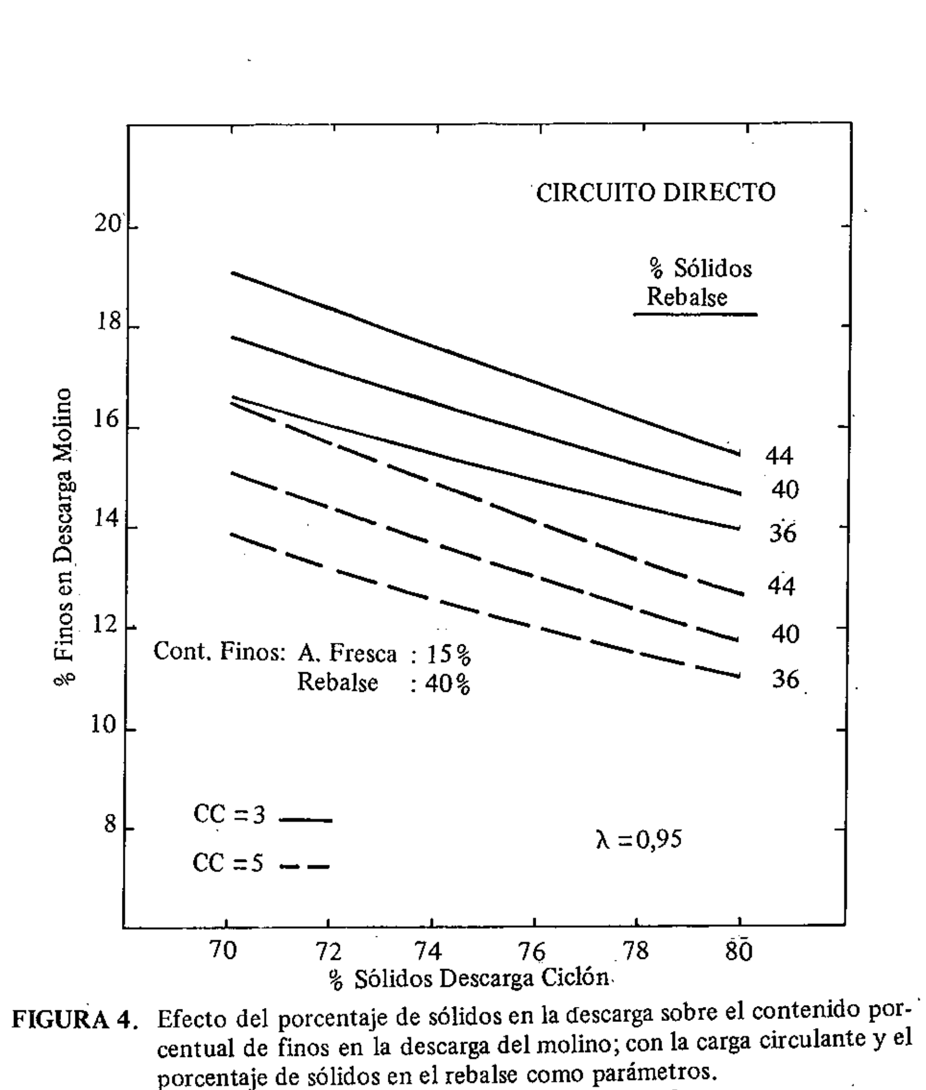


FIGURA 4. Efecto del porcentaje de sólidos en la descarga sobre el contenido porcentual de finos en la descarga del molino; con la carga circulante y el porcentaje de sólidos en el rebalse como parámetros.

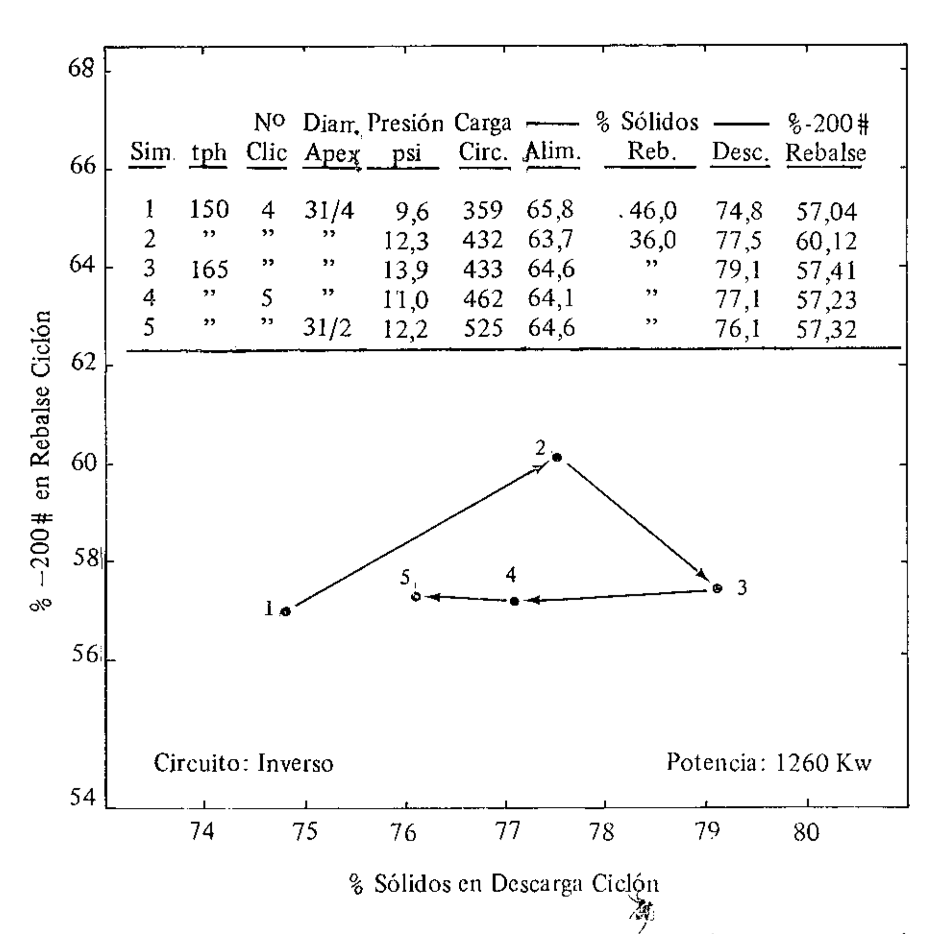


FIGURA 5. Ejemplo de aplicación de técnicas de simulación matemática a la optimización de un circuito tradicional de molienda/clasificación.

nulometrías de alimentación fresca y producto final, disponibidad de agua y energía, capacidad de bombeo, etc. Para ello es preciso realizar, en cada caso, campañas de experimentación directa a escala industrial y, en lo posible, incorporar técnicas de modelaje matemático y simulación al análisis de los resultados obtenidos.

– Ejemplo Práctico de Aplicación

La gran variabilidad, tanto en las propiedades intrínsecas del mineral como en las diversas condiciones y resultados operacionales, normalmente detectada en campañas de evaluación a nivel industrial, ciertamente dificulta el posterior análisis de la información y a menudo impide extraer conclusiones categóricas respecto a qué medida adoptar a fin de alcanzar un mejor aprovechamiento de las instalaciones existentes. Es en este tipo de aplicaciones donde las técnicas de modelaje matemático y simulación digital del proceso demuestran su mayor utilidad práctica.

Partiendo de una condición nominal de operación hipotética, la Figura 5 presenta un ejemplo de aplicación de técnicas de simulación matemática a la optimización de esa instalación, en particular, el que además permite ilustrar la validez del criterio de optimización descrito en la sección anterior. En esta figura, la Condición 1 corresponde al estado actual de la operación a 46% sólidos en el rebalse de los ciclones, 74,8% sólidos en la descarga y razón de carga circulante 3,59. La fineza del producto final asciende a 57,0%– 200# para una tasa de tratamiento de 150 tph de mineral fresco. Si, como primer paso, se redujera el contenido de sólidos en el rebalse a 36% (mínimo permisible para el caso en discusión), los sólidos en la descarga aumentarían a 77,5% y la carga circulante a 4,32. Como consecuencia, la fineza del producto aumentaría a 60,1% – 200%, manteniéndose la tasa de tratamiento de mineral fresco en 150 tph. La Condición 3 señala que este aumento en fineza podría ser substituido por un aumento de capacidad de la sección a 165 tph.

De esta manera, se podría lograr un 10% adicional de capacidad con respecto a la Condición 1, manteniendo la fineza del producto esencialmente inalterada alrededor de 57,0% – 200#. Bajo la Condición 3, el contenido de sólidos en la descarga de los ciclones estaría cercano al máximo operacionalmente permisible, con lo cual se estarían cumpliendo las pautas señaladas por el criterio de optimización propuesto, es decir, mínimo contenido de sólidos en el rebalse y máximo en la descarga. Las Condiciones 4 y 5 ilustran además que, a porcentaje de sólidos en el rebalse constante, un mayor aumento en carga circulante no sería beneficioso si éste fuera acompañado por una dilución del flujo de descarga. Debido a este efecto compensatorio, no parece recomendable aumentar el número de ciclones (Condición 4) ni tampoco la abertura de los ápices (Condición 5), puesto que ello no implicaría un aumento ni en fineza del producto ni en capacidad de la sección; sólo un aumento innecesario de la carga circulante en desmedro de la concentración de sólidos en la descarga. En el análisis anterior, está implícita la consideración de que la bomba del circuito es de velocidad variable y capaz de absorber las nuevas exigencias resultantes de las modificaciones propuestas.

Las simulaciones presentadas ponen de manifesto el importante rol que le cabe al agua en el comportamiento de un circuito dado de molienda/clasificación, efecto no considerado en las formulaciones originales de Bond. En la práctica, a través de una adecuada dosificación de agua al circuito, es posible disminuir el índice de trabajo operacional para un mineral de una dureza determinada y, por ende, maximizar la capacidad de tratamiento de la sección. Dependiendo de la condición de cada circuito en particular, es razonable esperar aumento de hasta un 15% en la capacidad de tratamiento, por este solo concepto. Desde otro punto de vista, el análisis aquí presentado fija un límite del mismo orden y nunca superior a lo que es factible de esperar como consecuencia de alguna mejora en el proceso de clasificación.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS – SECCION 6.3

1. J.H. Wegstein; Comm. Assoc. Computing Machinery I, Nº 6, p. 9; 1958.
2. L. Lapidus; "Digital Computation for Chemical Engineers (Book)"; Mc Graw-Hill Book Co; 1962.
3. L.G. Austin, R.P. Klimpel and P.T. Luckic; Book "Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling"; SME of AIME; 1984.
4. J.A. Herbst, K. Rajamani and D. Kinneberg; "ESTIMILL: A Computer Program for the Simulation of Grinding Circuits", University of Utah, USA; 1977.
5. J.E. Sepúlveda; "CIMMULA: Rutinas Computacionales para el Diseño, Optimización y Control de Circuitos de Conminución"; Estudio CIMM E-401; 1985.
6. F.C. Bond; "The Third Theory of Comminution", Trans. SME/AIME, Vol. 193, p. 484; 1952.
7. F.C. Bond; "Confirmation of the Third Theory", Trans. SME/AIME, Vol. 217, p. 139; 1960.
8. J.E. Sepúlveda: "Una "Cuarta Ley" para la Molienda/Clasificación", IV Symp. sobre Molienda, ARMCO-Chile; Noviembre, 1984.
9. J.E. Sepúlveda, R. Souysis y J. Reyes; Proyecto P-189, CIMM; Mayo 1983.

6.4. "Dimensionamiento de Circuitos Industriales de Molienda/Clasificación, Mediante Técnicas de Modelación Matematica".

"DIMENSIONAMIENTO Y OPTIMIZACION DE CIRCUITOS INDUSTRIALES DE MOLIENDA/CLASIFICACION, MEDIANTE TECNICAS DE MODELACION MATEMATICA"

Leonel Gutiérrez R.
Jefe de Proyecto; División Mineralurgia, CIMM

O'Higgins Ríos G.; Amaro Quiroz G.
Investigadores; División Mineralurgia, CIMM

RESUMEN

Se presenta un ejemplo típico de dimensionamiento de una instalación industrial de molienda mediante técnicas de modelación matemática.

Se demuestra que es posible dimensionar correctamente un circuito industrial de molienda/clasificación, basándose en modelos matemáticos apropiados para caracterizar ambos procesos en forma separada, y utilizando correlaciones matemáticas semiempíricas desarrolladas con datos de laboratorio y planta piloto. Dichos factores de escalamiento se ajustan perfectamente al pasar de escala laboratorio a nivel planta piloto, pudiendo así ser utilizados con confianza para dimensionar una instalación industrial.

La técnica de simulación propuesta permite prever además los efectos que determinadas alteraciones operacionales y/o del mineral podrían causar sobre el producto final del circuito, superando así con creces las limitaciones inherentes al método convencional de F. Bond.

* Publicación realizada en Revista Minerales, Vol. 37, Nº 157, enero/marzo 1982; págs. 25-41.

INTRODUCCION

Durante estos últimos años, debido al bajo precio del cobre y al costo creciente de los insumos, fundamentalmente energía, la industria minera nacional se encuentra enfrentada a la imperiosa necesidad de mejorar la eficiencia de sus operaciones.

Dentro del conjunto de etapas involucradas en la extracción y concentración de las especies mineralógicas de valor contenidas en los depósitos, la molienda contribuye significativamente al costo total de operación y, por ende, aquellas alternativas de proceso que puedan contribuir efectivamente a mejorar el proceso de molienda debieran merecer la mayor consideración.

Paralelamente, y considerando que la mayoría de los circuitos industriales de molienda operan en circuito cerrado con clasificadores, de manera tal que:

- El producto final del circuito de molienda generalmente corresponde al producto fino (o rebalse) del clasificador.
- La alimentación al circuito de molienda consiste en parte, o totalmente, del producto grueso (descarga) proveniente del clasificador; y
- La eficiencia global de un circuito de molienda es notoriamente influenciada por la eficiencia de operación del equipo clasificador;

es que se torna imprescindible la necesidad de evaluar en forma conjunta el comportamiento de hidrociclones y/u otras unidades industriales de clasificación operando en circuito cerrado con molinos de bolas, a fin de lograr una optimización global del proceso.

Durante los últimos años se ha venido desplegando un gran esfuerzo en la formulación de relaciones matemáticas semiempíricas que permitan describir ambas operaciones independientemente, logrando alcanzarse un nivel de precisión y detalle satisfactorios para una gran variedad de aplicaciones, entre las que podemos mencionar las siguientes:

(a) Evaluación de configuraciones alternativas de molienda-clasificación.
(b) Dimensionamiento óptimo de circuitos de molienda-clasificación,
(c) Utilización de técnicas de simulación matemática para el desarrollo de estrategias de control computarizado.

Con respecto al item (b), cabe destacar que, desde hace algunas décadas atrás, se ha venido recurriendo casi exclusivamente al empleo de métodos empíricos de diseño. Dichos procedimientos se basan normalmente en el consumo de energía específica ($\bar{E}$; KWh/ton) requerida para reducir un tamaño característico de la alimentación al circuito de molienda (F_{80}; micrones) hasta el tamaño deseado del producto final (P_{80}; micrones). El cálculo de energía específica se ha basado fundamentalmente en la teoría de F. Bond, quien ha incorporado para tal efecto el concepto de "Work Index" o Indice de Trabajo del material [1,2,3]. Es también una práctica común, hoy en día, el correlacionar información experimental obtenida desde instalaciones industriales existentes (W_I operacional) con el valor de W_I teórico obtenido a escala de laboratorio [4,5]. Dichas correlaciones empíricas han permitido revisar y/o mejorar aquellas estimaciones de $\bar{E}$ obtenidas a través del método tradicional de Bond, mejorando también la precisión del cálculo de consumo de potencia y tamaño de molino requerido para una operación industrial, semi-industrial y/o escala planta piloto. Finalmente, la introducción del Molino de Torque y del Método de W_I Comparativo[6,7], dentro de la industria minera de países altamente industrializados, ha permitido mejorar notablemente la estimación del consumo de energía específica requerida para cada aplicación en particular. Estas técnicas, en combinación con modelos empíricos apropiados, han permitido obtener excelentes correlaciones de datos de laboratorio versus planta industrial[8].

Es necesario reconocer, sin embargo, que la técnica experimental propuesta por Bond proporciona sólo una primera estimación (error de ±20%) del consumo real de energía para moler un mineral dado en un molino de bolas industrial. Esto puede ocasionar serios errores en el dimensionamiento de unidades industriales[9], en caso que no se adopten los márgenes de seguridad apropiadas al diseño. Por otra parte, y debido generalmente a una falta de conocimiento cabal del proceso, se acostumbra utilizar factores de seguridad un tanto elevados, lo que se traduce en un "Sobredimensionamiento" innecesario del equipo de molienda, con el consiguiente incremento en costos y pérdidas de eficiencia del proceso de molienda. Es por ello que la alternativa de modelar circuitos de molienda-clasificación utilizando el concepto de Energía Específica como parámetro controlante de la molienda, constituye una herramienta de cálculo poderosa que permite superar con creces las limitaciones del método convencional de Bond[9].

La técnica matemática de simulación en el computador de circuitos múltiples de molienda-clasificación, cumple ampliamente con los objetivos de proporcionar niveles de precisión y detalle satisfactorios para la mayoría de las aplicaciones industriales existentes. Dicha metodología permite no sólo dimensionar en forma óptima los tamaños y cantidades de molinos e hidrociclones requeridos para cada instalación industrial específica, sino que también predecir los efectos que determinadas modificaciones operacionales pueden causar sobre las características finales del producto molido. Ello llevará finalmente a optimizar el proceso de molienda-clasificación y/o establecer el esquema de control más apropiado para cada situación en particular.

Los modelos matemáticos utilizados en el presente trabajo ya han sido descritos en detalle en la literatura[10,11,12,13,14,15], por lo cual nos remitiremos solamente a dar una breve descripción de los mismos, mostrando preferentemente su aplicabilidad práctica en el dimensionamiento y evaluación de configuraciones alternativas de circuitos industriales de molienda.

FUNDAMENTOS TEORICOS

A continuación se resumen los fundamentos teóricos relacionados con la simulación y modelaje matemático de la molienda y clasificación con hidrociclones (ver Nomenclatura utilizada al final del trabajo).

Modelo Matemático de la Molienda

De las distintas operaciones involucradas en los procesos clásicos de concentración de minerales, la molienda destaca como aquella en que se han logrado los avances más significativos en el área de modelación matemática, superando con creces las limitaciones del método convencional de Bond[1,2,3]. El nuevo enfoque[9,10,12], basado en la ecuación general de balance macroscópico, incluye dos conceptos importantes en la teoría de molienda: La función selección ($\underline{S}$) y la función ruptura ($\underline{\underline{b}}$). La primera se relaciona con la cinética de fractura de cada tamaño de partícula di, mientras que la segunda guarda relación con la distribución de tamaño resultante de cada partícula fracturada.

El proceso de conminución en un molino de bolas discontinuo (batch), puede representarse matemáticamente como sigue:

$$\frac{d}{dt}[W f_i(t)] = -S_i W f_i(t) + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} S_j W f_j(t) \qquad (1)$$

para i = 1, 2, ..., n

Por conveniencia, se define d_1 como el tamaño más grueso y d_n como el más fino. La Ecuación 1 puede también escribirse en forma acumulada:

$$\frac{d}{dt} F_i(t) = \sum_{j=1}^{i-1} B_{ij} S_j f_j(t) \tag{2}$$

siendo $B_{ij} = \sum_{k=i}^{n} b_{kj}$, la función ruptura acumulada.

Experimentalmente se ha encontrado que, para tiempos cortos de molienda, la producción de finos se efectúa a una velocidad aproximada constante[16,17]. Bajo esta hipótesis, la siguiente relación es válida:

$$B_{ij} S_j = S_i \tag{3}$$

la cual lleva a una simple solución del Sistema de Ecuaciones 1:

$$R_i(t)_{BATCH} \approx R_i(0) \cdot \exp[-S_i t] \tag{4}$$

válida para MOLIENDA BATCH, bajo la restricción 3. Siendo $R_i(t) = 1 - F_i(t)$.

Aunque esta simplificación aparece en primera instancia bastante restrictiva[18], ella permite sin embargo "derivar" muchas de las relaciones empíricas de molienda conocidas, incluyendo la de Bond[12,19].

Por otra parte, ha sido posible obtener correlaciones empíricas que permiten escalar los parámetros S y b a planta industrial, basándose en resultados obtenidos a escala de laboratorio[9,20]. Ellas son:

1.- $$S_i = S_i^E (P/W) \tag{5}$$

o su forma equivalente[15], en función de variables de operación y diseño del molino:

$$S_i = S_i^E \cdot D^{0,5} (\%\ \text{loading})^{0,461} N_c^{1,505} (\%\ \text{Solids})^{-1} \tag{6}$$

siendo S_i^E, función selección reducida, constante independiente de las dimensiones del molino y demás variables dentro de rangos normales de operación (exceptuando la distribución de tamaños de bolas).

2. La función de ruptura $\underline{\underline{b}}$ es invariante frente a cambios en las dimensiones y variables operacionales del molino

La incorporación de estas relaciones a la Ecuación 1, reconociendo que (Pt/W) re-

presenta el consumo específico de energía por unidad de masa $\bar{E}$, lleva a la expresión:

$$\frac{d}{dE} f_i(\bar{E}) = -S^E f_i(\bar{E}) + \sum_{j=1}^{j-1} b_{ij} S_j f_j (\bar{E}) \quad (7)$$

y para el caso especial de la Ecuación 4:

$$R_i(\bar{E})_{BATCH} \simeq R_i(0) \cdot \exp [-S_i^E \bar{E}] \quad (8)$$

Estas dos últimas relaciones reafirman el concepto generalizado de que la energía específica es el parámetro controlante de la molienda.

Hasta aquí, sólo se ha considerado el caso de un molino batch. Para el caso de molienda continua, es posible calcular la granulometría de descarga de un molino continuo en estado estacionario en base a la siguiente relación:

$$R_i(t_e) = \int_0^{\infty} R_i(t)_{BATCH} \, E(t)dt \quad (9)$$

la cual corresponde a un promedio ponderado de respuestas batch con respecto a la distribución de tiempos de residencia de las partículas, E(t), en el molino.

Aunque es posible determinar experimentalmente la función E(t), se acostumbra aproximarla por una distribución Gamma del tipo:

$$E(t) = \frac{N^N (t/\tau)^{N-1}}{\tau (N-1)!} \cdot \exp(-Nt/\tau) \quad (10)$$

que corresponde a un modelo de etapas múltiples; es decir, a N reactores iguales en serie, cada uno de ellos perfectamente mezclado. τ corresponde al tiempo promedio de residencia del material sólido en el molino, mientras que N normalmente depende de la razón (Largo/Diámetro) del molino.

De esta manera, conocidos los valores de N y τ, para el caso especial bajo consideración (Restricción 3), la substitución de las Ecuaciones 4 y 10 en la Ecuación 9 resulta en:

$$R_{pi} = R_{fi} [1 + (\tau/N)S_i]^{-N} \quad (11)$$

o su forma equivalente:

$$R_{pi} = R_{fi} [1 + (\bar{E}/N)S_i^E]^{-N} \quad (12)$$

Donde R_{pi} representa la distribución granulométrica acumulada de la descarga del

molino, R_{fi} de la alimentación al molino y $\bar{E}$ la energía consumida por tonelada alimentada al molino (carga fresca más circulante).

En general, la estimación de los parámetros $\underline{\underline{S}}$ y $\underline{\underline{b}}$ es factible de efectuar sobre la base de datos experimentales de laboratorio y/o planta utilizando los modelos descritos y técnicas de regresión no-lineal[21]. Para el caso particular de las Ecuaciones 11 y 12, conociendo las granulometrías de alimentación y descarga, la potencia consumida por el molino y el tonelaje de alimentación, la estimación de S_i^E se reduce a evaluar la expresión:

$$S_i^E = \frac{N}{\bar{E}} \left[\left(\frac{R_{fi}}{R_{pi}} \right)^{1/N} - 1 \right] \tag{13}$$

Mientras que el valor de S_i, conocidos τ y N para cada aplicación específica, estará dado por:

$$S_i = \frac{N}{\tau} \left[\left(\frac{R_{fi}}{R_{pi}} \right)^{1/N} - 1 \right] \tag{14}$$

Puesto que, como se indicara anteriormente, los valores de S_i^E son característicos del mineral solamente, ellos pueden ser utilizados para la simulación de distintas condiciones de operación con gran exactitud. Alternativamente, el uso de la Ecuación 6 permitirá escalar los valores de S_i obtenidos en el laboratorio hacia una instalación industrial, una vez determinados los valores de S_i^E, característicos del mineral solamente. De esta forma, la importancia de la Ecuación 6 radica en el hecho de permitir dimensionar en forma óptima los tamaños y cantidades de molinos requeridos para cada instalación industrial específica, simulándose al mismo tiempo las condiciones óptimas de operación mediante la Ecuación 11.

Modelo Matemático de la Clasificación

El desarrollo en el área de modelaje matemático de la clasificación con hidrociclones ha provenido fundamentalmente de los siguientes grupos de investigadores: (a) Lynch y Rao[22]; (b) Plitt[13] y (c) Gutiérrez, L. & Oblad, E.[14].

Plitt incluyó en su análisis los resultados de las 123 experiencias realizadas por el grupo de Lynch y Rao, llegando así a un total de 297 pruebas. Por esta razón, se considera que el modelo de Plitt, además de incluir un mayor número de variables de diseño, resulta más apropiado para la simulación de la operación de hidrociclones con fines optimizantes. A su vez, Gutiérrez y Oblad, basándose en los trabajos previos de Lynch-Rao y Plitt, los gráficos y tablas publicadas por Krebs, más un conjunto de resultados experimentales obtenidos por la Empresa de Ingeniería "Paulo Abib Engenharia S.A." de São Paulo, Brasil[14], proponen un conjunto de ecuaciones empíricas que permiten dimensionar y simular el comportamiento de hidrociclones "Krebs", para cualquier tipo de mineral y con diferentes tamaños de hidrociclones. En el trabajo publicado por estos investigadores[14], se demuestra la aplicabilidad práctica del modelo desarrollado, para una gran variedad de aplicaciones industriales.

A continuación se describen brevemente las ecuaciones del modelo de Gutiérrez-Oblad, utilizado en el ejemplo de aplicación del presente trabajo (ver Nomenclatura usada al final del mismo).

Modelo de Gutiérrez, L. y Oblad, E.

En síntesis, este modelo, aplicable fundamentalmente a diseño de hidrociclones, consiste en seis correlaciones básicas(14):

1.– **Ecuación de Tamaño de Corte**

El tamaño de corte en hidrociclones (d_{95}; μm) normalmente se define como el tamaño de separación de los ciclones que garantiza que al menos un 95% de material de rebalse se encontrará bajo dicho tamaño de separación.

$$d_{95} = K_1 \cdot D_c^{0,465} \cdot f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \cdot f_4 \cdot f_5 \qquad (15)^*$$

Siendo: f_1 = Factor corrector de la densidad del sólido

$= \left(\frac{\rho_s - 1}{1,65}\right)^{-0,48537}$; $(\rho_s)_{STANDARD} = 2,65\ g/cm^3$ (Cuarzo)

f_2 = Factor corrector del % de sólidos en volumen alimentado al ciclón = $\left(\frac{50 - \phi}{40}\right)^{-1,7908}$

$\phi_{STANDARD} = 10\%$ sólidos en volumen

f_3 = Factor corrector de la presión de alimentación =

$= (p/10)^{-0,2519}$; $p_{STD.} = 10$ psig.

f_4 = Factor corrector del diámetro del Vortex Finder =

$= (D_o/\bar{D}_o)^{0,60}$; $D_{o_{STD.}} = \bar{D}_o$ (Ver *)

f_5 = Factor corrector del área de entrada al ciclón =

$= (A_i/\bar{A}_i)^{0,15}$; $A_{iSTD.} = \bar{A}_i$ (Ver *)

(*) NOTA: Valores Típicos de $\bar{D}_o$, $\bar{A}_i$ y K_1, son:

$\bar{D}_o$ = $0,40\ D_c$ (≃ 40% Diámetro Interno del Ciclón)

$\bar{A}_i$ = $0,05\ D^2$ (≃ 5% Diámetro Ciclón elevado al Cuadrado)

K_1 = 16,098 · (Dependiente del mineral)·

2.— Ecuación del Tamaño d_{50} Corregido

$$d_{50}(c) = K_D \cdot D_c^{-0,28} \cdot D_o^{0,64} \cdot A_i^{0,14} \cdot (53-\phi)^{-1,37} \cdot (\rho_s-1)^{-0,5} \cdot p^{-0,25} \cdot D_u^{-0,5} \cdot h_1^{-0,5} \cdot \mu^{0,5} \quad (16)$$

Donde:

$$K_d = \begin{cases} 85.582,4\,[1-1,618\ \exp.(-0,227\ D_c)];\ \text{para}\ D_c \geq 6" \\ 34.223\ \text{para}\ D_c < 6" \end{cases}$$

El valor de K_D indicado en esta ecuación constituye sólo una primera estimación para calcular el valor de $d_{50}(c)$. Normalmente se deberá usar simultáneamente las Ecuaciones 15 y 16 para garantizar el tamaño de corte deseado, utilizando un método de convergencia iterativo (programa de Computación CIMMHIDRO, desarrollado para tal efecto).

3.— Ecuación de Capacidad

Esta ecuación es una correlación entre la capacidad volumétrica de alimentación al ciclón y las variables de diseño y operación más importantes.

$$Q = K_Q \cdot D_c^{0,271} \cdot p^{0,5} \cdot (1 + 4,461 \times 10^{-3}\ \phi^{1,28}) \cdot D_o^{0,982} \cdot A_i^{0,323} \quad (17)$$

Donde:

$$K_Q = a_o + a_1 D_c + a_2 D_c^2 + a_3 D_c^3 + a_4 D_c^4 + a_5 D_c^5$$

siendo:

$$a_0 = 2,321;\ a_1 = -2,187 \times 10^{-1};\ a_2 = 1,553 \times 10^{-2}$$

$$a_3 = -4,534 \times 10^{-4};\ a_4 = 5,944 \times 10^{-6};\ a_5 = -2,868 \times 10^{-8}$$

4.— Ecuación de Recuperación de Agua en la Descarga

Para caracterizar el fenómeno real de clasificación, se debe cuantificar el efecto de by-pass de partículas de la alimentación que debido al arrastre del agua aparecen en la descarga. La siguiente ecuación relaciona esta fracción de partículas en cortocircuito con diversas variables de operación del hidrociclón:

$$B_p = \frac{(100-P_{su})\,P_{sf} \sum_{i=1}^{n} Y_{ci}\,f_i/100}{100\,(P_{su}-P_{sf}) + (100-P_{su})\,P_{sf} \sum_{i=1}^{n} Y_{ci}\,f_i/100} \quad (18)$$

5.– **Eficiencia de Clasificación Real y Corregida**

$$Y_{ci} = [\exp.(\alpha X_i)-1] / [\exp.(\alpha X_i) + \exp.(\alpha)-2] \quad (19)$$

Siendo $X_i = di/d_{50}(c)$; $i = 1,2,\ldots, n$

$$Y_i = (1-B_p)Y_{ci} + B_p \ ; \ i = 1, 2, \ldots, n \quad (20)$$

6.– **Ecuación del Diámetro del Apex**

A partir de numerosos datos experimentales y basándose en el método propuesto por Krebs, se desarrolló la siguiente ecuación empírica para calcular el diámetro del Apex necesario para una operación característica con hidrociclones:

$$D_u = 1{,}7242 - 0{,}0174\, P_{su}^{\ *} + 0{,}0591 \ln M_{su}^{\ *} + 0{,}1624 (\ln M_{su}^{\ *})^2 \quad (21)$$

Siendo:

$$P_{su}^{\ *} = 265\, P_{su}/[2{,}65\, P_{su} + \varrho_s(100-P_{su})]$$

$$M_{su}^{\ *} = 2{,}9211\, M_{su}/(\varrho_s \cdot N_H)$$

con las siguientes restricciones prácticas:

$D_u \geqslant 3/8"$ y $D_u < D_o$

Simulación de Circuitos de Molienda/Clasificación

Para la simulación de circuitos múltiples de molienda/clasificación es necesario ligar los dos tipos de modelo antes mencionado (molienda y clasificación), a través de un balance de materiales efectuado para cada nodo del circuito estudiado. Dado que generalmente la alimentación al molino depende de la descarga del ciclón y viceversa, el balance deberá resolverse en forma iterativa hasta lograr alcanzar la condición de convergencia deseada (será necesario definir un margen de tolerancia preestablecido; Ej.: Diferencia entre los tonelajes secos de alimentación fresca al circuito de molienda y del producto final obtenido, deberá ser $<$ cierto nivel de tolerancia seleccionado). En caso que no se logre convergencia después de un cierto número preestablecido de iteraciones, el programa deberá tener una salida de emergencia, señalando tal situación (inestabilidad del circuito). En este último caso, deberán modificarse las variables de diseño y/o de operación del sistema, hasta lograr conseguir la condición deseada de convergencia (ajuste de variables de diseño y/o de operación). A continuación se presenta un ejemplo típico de simulación de circuitos de molienda/clasificación.

EJEMPLO DE APLICACION.– "Dimensionamiento de un circuito industrial de molienda/clasificación, basándose en técnicas de modelación matemática".

El ejemplo de aplicación presentado en este trabajo corresponde al dimensionamiento de un circuito industrial de molienda/clasificación para procesar un mineral de fosfato apa-

títico, proveniente de Anitápolis, Brasil.

La capacidad de procesamiento del circuito de molienda deberá ser 810 ton/h de sólidos, y el tamaño de corte deseado en los ciclones es 95-99% pasante 65 mallas Tyler (es decir, $d_{95} \simeq$ 210 micrones, en el flujo de rebalse).

Se desea dimensionar correctamente el equipamiento necesario (cantidad y tamaño de molinos de bolas e hidrociclones) y determinar las condiciones de operación más apropiadas al circuito. El Indice de Trabajo del mineral de Apatita es W_I =9 KWh/ton corta, utilizando 65 mallas como tamaño de corte a escala laboratorio (método standard de Bond). La densidad del sólido (método del picnómetro) es ρ_s =2,8 g/cm^3.

Como el material es blando y al triturarlo contiene aproximadamente un 40% en peso pasante 65 mallas Tyler, se prevé utilizar un circuito de molienda tipo invertido (ver Figura 2). Este esquema evitará una sobremolienda innecesaria de las partículas finas al efectuar una clasificación previa de la carga fresca antes de entrar al molino. El rebalse del clasificador constituye el producto final molido a una granulometría deseada de 95-99% pasante 210 µm.

El procedimiento a seguir se resume a continuación:

1. Estudio preliminar de molienda a escala de laboratorio sobre la alimentación fresca, a objeto de determinar la función Selección del mineral correlacionándola con la dureza del mineral, tamaño de partícula y con parámetros de diseño y operacionales del molino de bolas de laboratorio.
2. Estudio de molienda/clasificación a nivel planta piloto, incluyendo ensayos con trazadores. El objeto de este estudio será determinar la función Selección del mineral y parámetros característicos de clasificación a escala piloto, incluyendo parámetros N y τ de la distribución de tiempos de residencia en el molino. Estos últimos parámetros deberán correlacionarse con variables operacionales y parámetros de diseño del circuito piloto.
3. Toma de una muestra representativa de descarga del clasificador (alimentación al molino de bolas piloto), a fin de someterla a pruebas de molienda batch en el laboratorio, bajo condiciones operacionales idénticas a las utilizadas en el molino piloto. Ello permitirá correlacionar los valores de S_i obtenidos a escala de laboratorio y planta piloto, chequeando a la vez la expresión matemática obtenida en el item 1.
4. Simulación matemática de las condiciones operacionales usadas en planta piloto, a fin de chequear la ecuación de escalamiento obtenida para S_i en el item 3. Se utilizará la curva de eficiencia real del clasificador determinada a escala piloto y el modelo simplificado de molienda continua descrito anteriormente.
5. Chequeo final del cálculo de parámetros, ecuaciones de escalamiento y del grado de precisión y detalle de los modelos matemáticos utilizados.
6. Realización de pruebas de ciclonaje sobre la muestra de rebalse del clasificador piloto, a fin de chequear el modelo Gutiérrez-Oblad para clasificación con hidrociclones, cálculo de parámetros de clasificación (incluyendo valor de α, en modelo de Lynch-Rao, para describir la curva de eficiencia reducida), etc. El tamaño de hidrociclón a utilizar no es crítico, puesto que la mayoría de las variables de diseño están incluidas en el modelo propuesto. El mismo criterio vale para la granulomemetría de alimentación al hidrociclón.
7. Dimensionamiento del Circuito Industrial de Molienda/Claisficación, usando como primera estimación el W_I del mineral y la capacidad a instalar, los que definirán aproximadamente la cantidad y dimensiones de los molinos de bolas a ser instalados en la planta industrial. El tamaño y número de ciclones requeridos será estimado inicialmente a base a las restricciones de capacidad/ciclón y el tamaño de corte deseado.

8. Simulación en el computador del circuito industrial de molienda/clasificación a dimensionar, usando las ecuaciones de escalamiento de parámetros y modelos matemáticos apropiados para caracterizar molinos de bolas e hidrociclones (modelo simplificado de molienda continua y modelo Gutiérrez-Oblad para clasificación con hidrociclones).
9. Análisis de sensibilidad del diseño realizado, a fin de prever cambios imprevistos en las características del mineral, variaciones en condiciones operacionales y/o aumentos programados en capacidad del circuito a futuro (posibilidades de expansión).
10. Selección de la mejor alternativa de diseño, incluyendo factores de seguridad correspondientes al diseño.

A continuación se resumen las condiciones operacionales y resultados principales obtenidos de las pruebas de laboratorio y planta piloto, incluyendo las correlaciones matemátias de interés.

Estudio de Molienda a Escala Laboratorio

– **Pruebas Preliminares de Molienda**

En la Tabla 1 se reumen las condiciones operacionales de molienda batch de laboratorio utilizadas sobre una muestra de alimentación fresca al circuito de molienda piloto. En dichas pruebas se varió el % de sólidos (40 a 60% sólidos en peso), velocidad de rotación del molino (50 a 70% velocidad crítica) y volumen aparente de las bolas (30 a 50% del volumen del molino), obteniéndose la siguiente expresión matemática para la función Selección en función de las variables operacionales y de diseño del molino:

$$S_i(\text{min}^{-1}) = 2{,}42 \times 10^{-5} \times (\%\ \text{loading})^{0{,}461} \times N_c{}^{1{,}505} \times (\%\ \text{sólidos})^{-1} \times d_i{}^{0{,}854} \quad (1)$$

– **Pruebas Adicionales de Molienda**

En la Tabla 2 se resumen las condiciones operacionales de molienda utilizadas sobre una muestra de descarga del clasificador espiral (tomada en planta piloto). Dichas condiciones trataron de duplicar aquellas usadas en planta piloto, a fin de analizar preferentemente el efecto del diámetro del molino (D) sobre la función Selección (manteniendo constante los valores de % loading, N_c y % sólidos en Ecuación 1). En la Figura 1 se muestran los análisis granulométricos de alimentación y descarga del molino para 1, 3, 5 y 10 minutos de molienda respectivamente.

TABLA 1. Condiciones Operacionales para Pruebas Preliminares de Molienda.

Tipo de Molino	: De Bolas, 12 litros de capacidad.
Tamaño del Molino	: D x L = 24,1 cm x 26,5 cm
Muestra	: Alimentación Fresca al Circuito de Molienda.
% de Sólidos en la Molienda	: Variable (40 a 60% Sólidos en peso).
Carga de Material Sólido	: 2600 gramos en cada prueba.
Velocidad de Rotación del Molino	: Variable (43-60 rpm); 50 a 70% de Velocidad Crítica (≃ 86 rpm).
Carga de Bolas	: Variable (13166 a 21943 gramos); correspondiente a 30-50% del Volumen del Molino. Valor Típico = 15360 g (≃ 35% Vol. Molino con tamaño de bolas variando entre 3/4" y 2" (balanceada).
Tiempo de Molienda	: 1, 3, 5 y 10 minutos, respectivamente.

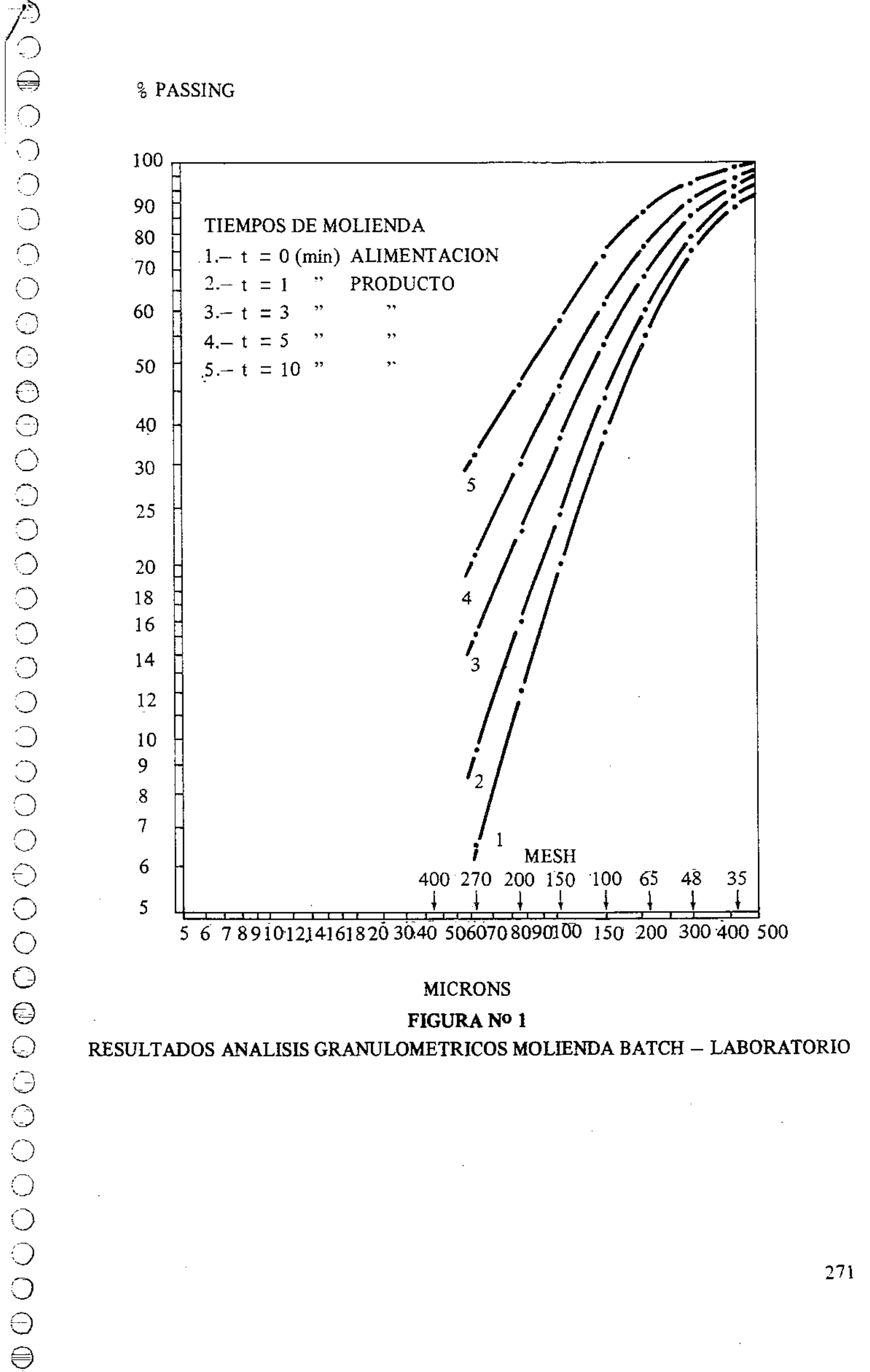


FIGURA Nº 1

RESULTADOS ANALISIS GRANULOMETRICOS MOLIENDA BATCH – LABORATORIO

TABLA 2. Condiciones Operacionales para Pruebas Adicionales de Molienda.

Tipo de Molienda	: Idem a Tabla 1.
Tamaño del Molino	: Idem a Tabla 1.
Muestra	: Descarga del clasificador Espiral, obtenida por muestreo realizado en planta piloto.
% Sólidos en la Molienda	: 55% en peso.
Carga de Material Sólido	: Idem a Tabla 1.
Velocidad de Rotación del Molino	: 53 rpm (≃ 62% Veloc. Crítica).
Carga de Bolas	: 15360 gramos, con tamaños de bolas variando entre 3/4"y 2". Vol. Aparente 35% Vol. Molino.
Tiempo de Molienda	: 1, 3, 5 y 10, respectivamente. (Ver resultados de estas Pruebas en Fig. 1).

— **Estudio de Molienda/Clasificación a Escala Piloto**

Consistió fundamentalmente en las siguientes etapas:

- Pruebas de molienda continua a escala piloto.
- Ensayos con trazador en el molino piloto.
- Determinación de correlaciones empíricas.
- Simulación del Circuito Piloto.

En la Tabla 3, se resumen las condiciones operacionales utilizadas en las pruebas de molienda continua a nivel piloto. El circuito de molienda utilizado y un balance de masas promedio resumido para tres muestreos simultáneos efectuados en el circuito piloto, se ilustran en la Figura 2. Los análisis granulométricos de alimentación y descarga del molino y de los demás flujos del circuito cerrado de molienda, se presentan en la Figura 5.

Paralelamente a las pruebas de molienda continua, se programó un ensayo con trazador (1 lt. de solución de $CuSO_4$ al 10%), el cual fue aplicado como "función impulso" a la entrada del molino, tomándose muestras de pulpa a la salida del mismo, a intervalos de tiempo previamente establecidos; dichas muestras fueron analizadas por ppm de Cu, con los resultados mostrándose graficados en la Figura 4. Simultáneamente con la realización de esta prueba, se midieron los caudales de pulpa y sólido a la salida del molino, para obtener un valor de referencia en la simulación. Los resultados anteriores permitieron calcular el tiempo promedio de residencia en el molino piloto bajo las condiciones operacionales pre-establecidas y el valor de N (número de reactores en serie), factores importantes a utilizar en el cálculo de la función Selección y para simular la molienda continua.

Los valores de S_i calculados de las pruebas de molienda batch (laboratorio) y molienda continua a escala piloto, se presentan graficados en la Figura 3. De dicha figura, se observa que las curvas "S_i versus d_i" graficadas en papel log-log son prácticamente paralelas para $d_i < 44$ micrones.

TABLA 3. Condiciones Operacionales para Pruebas de Molienda a Escala Piloto.

Tipo de Molienda	: Molino de Bolas (de 3 compartimientos).
Tamaño del Molino	: D x L = 16" x 32".
Muestra de Alimentación	: Descarga del Clasificador Espiral.
% de Sólidos en la Molienda	: 55% en peso.
Tipo de Circuito	: Invertido (ver Figura 2).
Velocidad de Rotación del Molino	: 42 rpm (≃ 63% Veloc. Crítica).

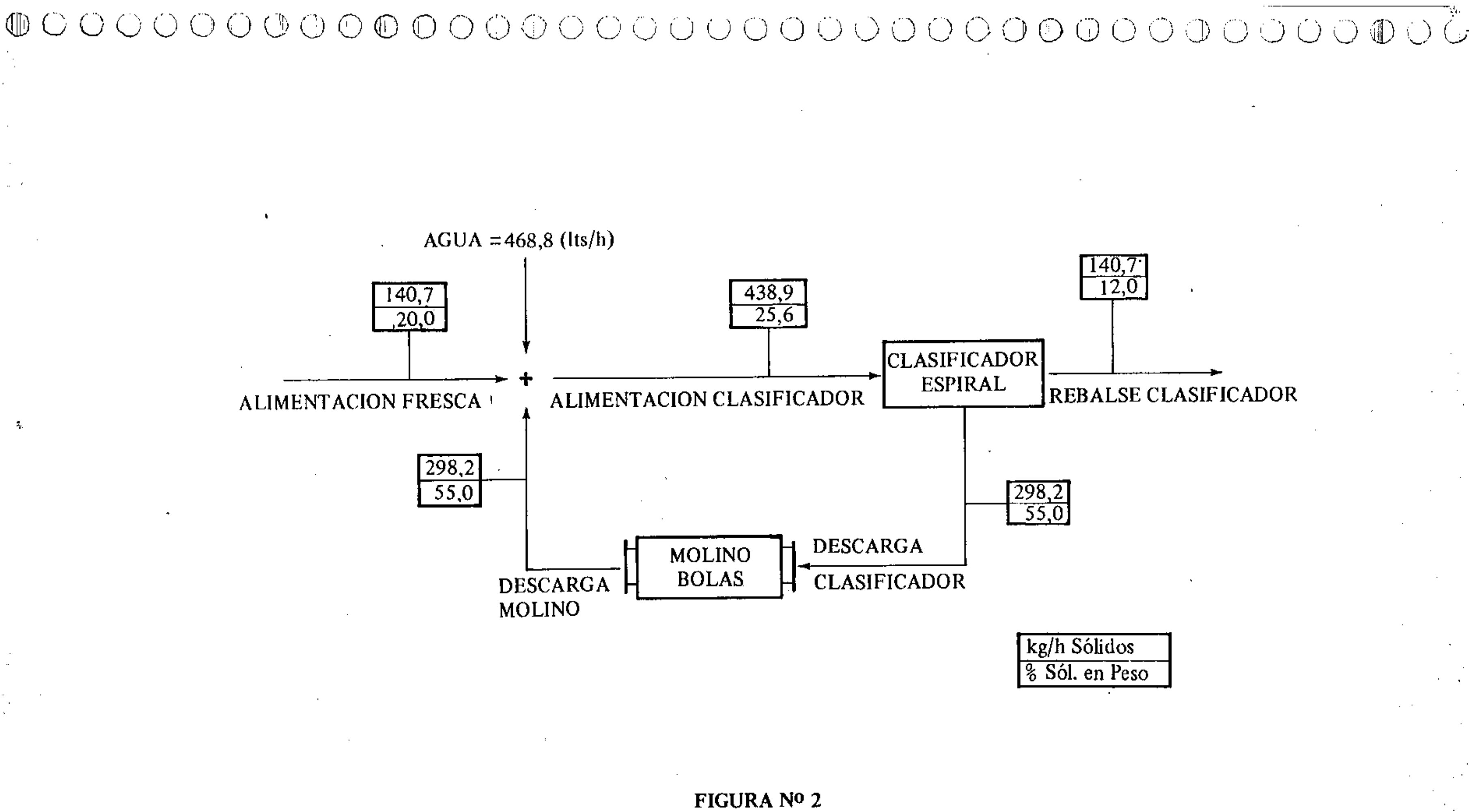


FIGURA Nº 2
FLOW-SHEET PRUEBAS DE MOLIENDA CONTINUA EN PLANTA PILOTO (BALANCE DE MATERIALES)

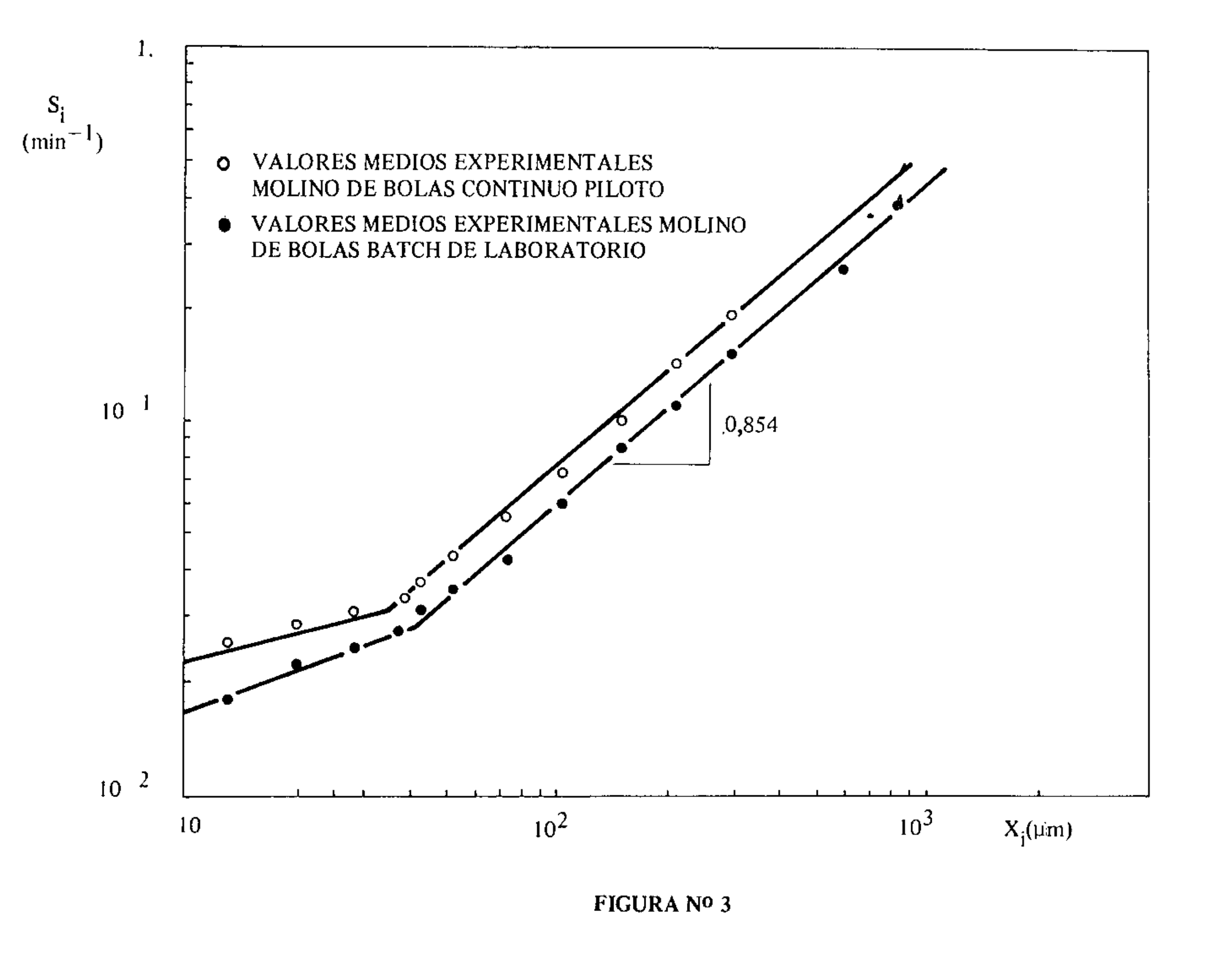

S_i
(min^-1)
1.
10 1
10 2
VALORES MEDIOS EXPERIMENTALES
MOLINO DE BOLAS CONTINUO PILOTO
VALORES MEDIOS EXPERIMENTALES MOLINO
DE BOLAS BATCH DE LABORATORIO
0,854
10
10^2
10^3
X_i(µm)

FIGURA Nº 3

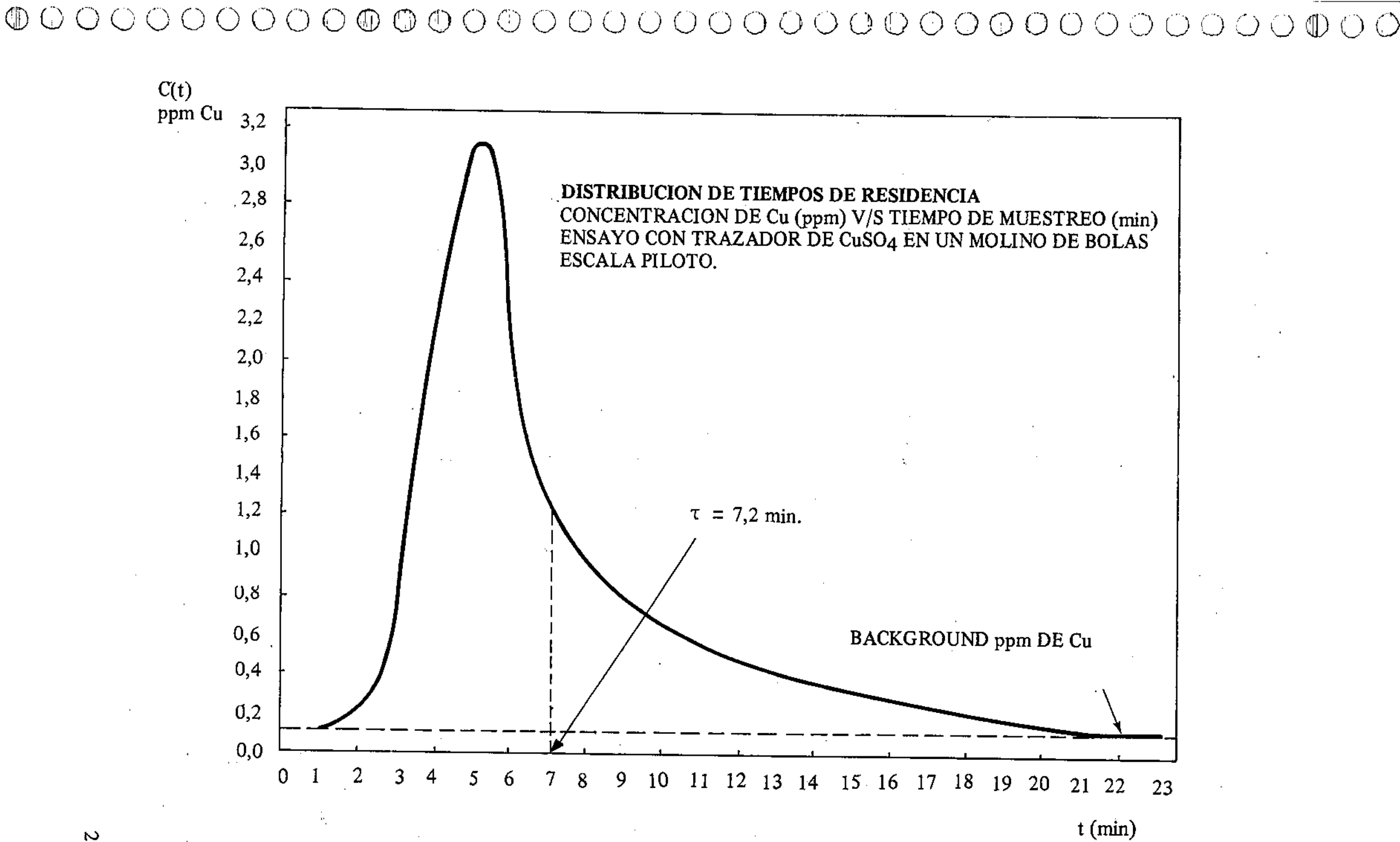

C(t)
ppm Cu
3,2
3,0
2,8
2,6
2,4
2,2
2,0
1,8
1,6
1,4
1,2
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0,0
DISTRIBUCION DE TIEMPOS DE RESIDENCIA
CONCENTRACION DE Cu (ppm) V/S TIEMPO DE MUESTREO (min)
ENSAYO CON TRAZADOR DE CuSO4 EN UN MOLINO DE BOLAS
ESCALA PILOTO.
τ = 7,2 min.
BACKGROUND ppm DE Cu
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
t (min)

FIGURA Nº 4

Carga de Bolas : 166 kg., con tamaños variando en 2" y 3/4", y con la misma distribución en peso usada en el molino de bolas de laboratorio. Volumen aparente bolas 35% del volumen interno del molino.

Tiempo medio de Residencia en el Molino : 7,2 minutos; correspondiente a 4,97 kg/min. sólidos en la descarga del molino.

De la Figura 3, se observa que la siguiente expresión general permite describir la función Selección para las pruebas de molienda realizadas a escalas de laboratorio y planta piloto:

$$S_i\,(min^{-1}) = 2{,}721 \times 10^{-5} \times D^{0,5} \times (\%\ loading)^{0,461} \times N_c^{\,1,505} \times (\%\ solids)^{-1} \times \times d_i^{\,0,854} \qquad (2)$$

Otras correlaciones importantes obtenidas, fueron:

$$\tau\,(min) = 2{,}34 \times 10^{-2} \times D^2 \times L \times (\%\ loading) \times (\%\ solids) \times (\%\ CC)^{-1} \times (N_S)^{-1} \qquad (3)$$

$$N = 2{,}59\,(L/D) - 1{,}59 \qquad (4)$$

Los resultados del ensayo con trazador mostraron que, de acuerdo a las características geométricas del molino piloto utilizado (L/D = 2), éste podía ser representado por 4 reactores en serie perfectamente mezclados (N = 3,59 ≃ 4), con un tiempo promedio de residencia en el molino equivalente a 7,16 minutos, para un caudal medio de sólidos a la salida ≃ 4,97 kg/min. Las ecuaciones (3) y (4) fueron obtenidas de pruebas adicionales, bajo condiciones operacionales diferentes a la estándar, permitiendo su utilización en la simulación matemática del circuito industrial a ser diseñado.

Finalmente, se procedió a simular el circuito cerrado de molienda/clasificación a escala piloto, utilizándose las ecuaciones siguientes:

$$R_{pi} = R_{fi} \times [1 + (\tau/N)\,S_i\,]^{-N} \qquad (5)$$

$$S_i = 2{,}721 \times 10^{-5} \times D^{0,5} \times (\%\ loading)^{0,461} \times N_c^{\,1,505} \times \times (\%\ Solids)^{-1} \times d_i^{\,0,854}$$

Como "modelo de clasificación" se utilizó simplemente la curva de eficiencia real del clasificador espiral de la planta piloto, ya que el objetivo fundamental de esta simulación fue simplemente chequear la validez de las ecuaciones de molienda (2) y (5). En la Figura 5, se presenta una comparación entre las distribuciones granulométricas experimentales y las predichas por el modelo. Se observa el excelente ajuste obtenido, demostrando la confiabilidad y precisión de dichas ecuaciones (la ecuación 2 permite escalar la función Selección desde el laboratorio a una mayor escala). En la Tabla 4, se presenta también una comparación entre los valores experimentales y predichos por el modelo referente a flujos másicos, % de sólidos, etc., siendo el error relativo promedio en este caso de apenas 5 por ciento.

Para efecto de calcular los parámetros de clasificación y comprobar el modelo de hidrociclones, se efectuaron pruebas de ciclonaje sobre muestras en pulpa del rebalse del clasificador espiral. Dichas pruebas se efectuaron en un ciclón Krebs-CIMAQ D6B-12°–838, variando la presión de alimentación, % de sólidos en la alimentación y diámetro del apex. El modelo propuesto funcionó bastante bien (R^2 ≃ 0,99, para la mayoría de las ecuaciones ajustadas), determinándose el parámetro α = 3,3 (Modelo de Lynch-Rao), que permite descri-

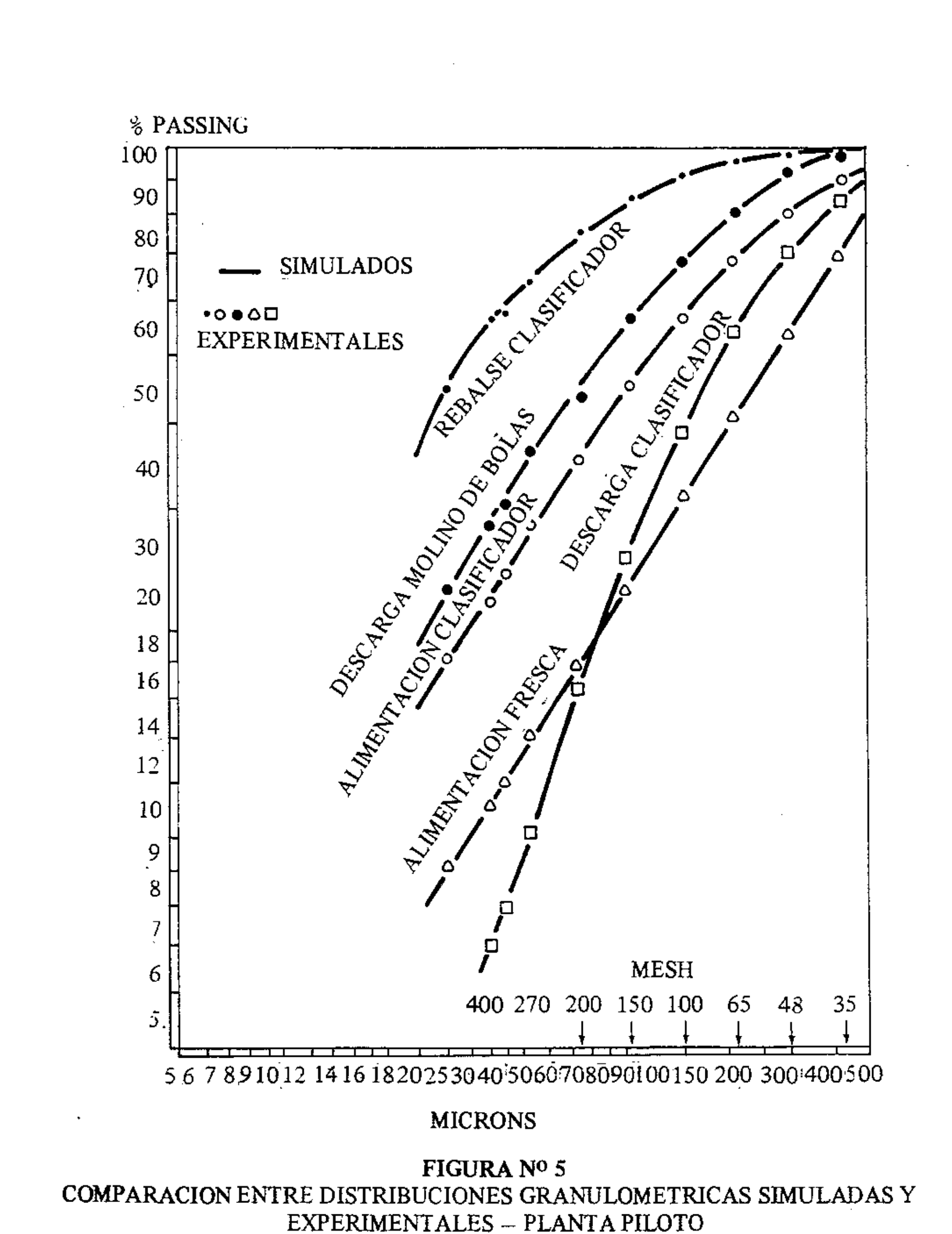


FIGURA Nº 5
COMPARACION ENTRE DISTRIBUCIONES GRANULOMETRICAS SIMULADAS Y EXPERIMENTALES – PLANTA PILOTO

bir la curva de eficiencia reducida del material. La densidad de sólido (ρ_s = 2,8 g/cm³) fue también determinada mediante el método del picnómetro. Estos valores y las ecuaciones del modelo Gutiérrez-Oblad, fueron entonces incorporadas en un programa de computación general que permitiera dimensionar el circuito de molienda industrial.

TABLA 4. Simulación del Circuito Piloto de Molienda/Clasificación

ITEM / COMPARACION	VALOR EXPERIMENTAL (V_e)	VALOR SIMULADO (V_s)	% ERROR $=100 \times \left(\frac{V_s-V_e}{V_e}\right)$
ALIMENTACION FRESCA (en pulpa)			
– kg/h Sólidos	140,7	–	–
– kg/h Pulpa	703,5	–	–
– % Sólidos en Peso	20,0	–	–
– lt/h AGUA FRESCA	468,8	431,9	–7,9
ALIMENTACION CLASIFICADOR			
– kg/h Sólidos	438,9	421,2	–4,0
– kg/h Pulpa	1714,5	1645,4	–4,0
– % Sólidos en Peso	25,6	25,6	0,0
– lt/h Pulpa	1432,3	1374,6	–0,4
REBALSE DEL CLASIFICADOR			
– kg/h Sólidos	140,7	140,6	–0,1
– kg/h Pulpa	1172,5	1135,2	–3,2
– % Sólidos en Peso	12,0	12,4	+3,3
DESCARGA DEL CLASIFICADOR			
– kg/h Sólidos	298,2	280,6	–5,9
– kg/h Pulpa	542,2	510,3	–5,9
– % Sólidos en Peso	55,0	55,0	0,0
DESCARGA DEL MOLINO			
– kg/h Sólidos	298,2	280,6	–5,9
– kg/h Pulpa	542,2	510,3	–5,9
– % Sólidos en Peso	55,0	55,0	0,0
% CARGA CIRCULANTE	212	200	-5,7
PROMEDIO	–	·	4,7%

Simulación del Circuito de Molienda-Clasificación a Escala Industrial

En la Tabla 5, se presenta un resumen de las condiciones operacionales más apropiadas y las especificaciones de diseño de los equipos de molienda/clasificación requeridos. En dicha tabla se incluye además un balance de masas completo del circuito. Esta información es útil no solamente para dimensionar la cantidad y tamaño de hidrociclones y molinos de bolas requeridos, sino que también permite diseñar bombas, pipe-line, etc. a utilizar en el circuito de molienda, demostrando así la ventaja del método de simulación propuesto.

La primera estimación del Nº de molinos requeridos y dimensiones de los mismos, se obtuvo del Work Index del mineral ($W_I \simeq 9$ KWh/ton corta) y de la capacidad de instalación proyectada (810 TPH sólidos). El tamaño y número de ciclones fue estimado inicialmente en base a las restricciones de capacidad/ciclón y el tamaño de corte deseado (d_{95} $\simeq$210 μm). Las condiciones de diseño fueron obtenidas desde un total de 30 simulaciones efectuadas en un microcomputador HP-9830 A (Lenguaje Basic), incluyendo un análisis de sensibilidad detallado del diseño realizado.

Tabla 5. Dimensionamiento del Circuito Molienda/Clasificación a Escala Industrial

– **Especificaciones de los Molinos:**

Cantidad de Molinos de Bolas	:	2
Dimensiones del Molino	:	D x L = 15 x 18 pies
Carga de Bolas	:	35-40% en volumen
Velocidad del Molino	:	12 rpm (≃ 62% Vel. Crítica)
% Sólidos en Molienda	:	68-72% en peso
Nº Reactores en Serie	:	2,154

– **Especificaciones de los Hidrociclones:**

Número de Ciclones	:	10
Diámetro del Ciclón	:	26"
Diámetro del Vortex Finder	:	12"
Diámetro del Apex	:	5 1/4 a 5 1/2"
Area Entrada	:	45 pulg^2
Presión Alimentación	:	5-8 psig
% Sólidos en alimentación	:	50 a 52% en peso
Altura libre Vortex Finder (h)	:	75 pulg.
Viscosidad Pulpa Alim.	:	2 centipoises
Parámetro Alfa	:	3,3

– **Balance de Materiales del Circuito** (Caso Típico)

TPH Sólidos Alimentación Fresca		:	810,00
TPH Pulpa	" "	:	2294,62
% Sólidos	" "	:	35,30

TPH Sólidos Alimentación Clasificador		:	2834,27
TPH Pulpa	" "	:	5668,73
% Sólidos	" "	:	50,00
m^3/h Pulpa	" "	:	3728,49

TPH Sólidos Rebalse Clasificador	:	805,92
TPH Pulpa " "	:	2851,45
% Sólidos " "	:	28,26
TPH Sólidos Descarga Clasificador	:	2028,44
TPH Pulpa " "	:	2817,28
% Sólidos " "	:	72,00
TPH Sólidos Descarga Molino	:	2028,44
TPH Pulpa " "	:	2817,28
% Sólidos " "	:	72,00
% Carga Circulante	:	250,43
Tiempo Prom. Residencia	:	2,35 min.
Diámetro Apex Ciclones	:	4,95 pulg.
Partición Global Sólidos (Us/Fs)	:	71,57%
Presión Alimentación (psig)	:	6
m^3/h Agua Agregada al Circuito	:	562,50

TABLA 5. Análisis Grnulométricos Circuito Molienda-Clasificación

TAMAÑO	CLASIFICACION			MOLIENDA	
MICRONES	ALIMENTACION	REBALSE	DESCARGA	ALIMENTACION	DESCARGA
1674	5,37	–	7,51	18,54	0,11
1184	1,84	–	2,57	5,91	0,21
837	2,92	–	4,08	8,69	0,61
590	4,09	–	5,71	10,38	1,57
420	5,66	–	7,91	11,18	3,46
297	6,60	0,01	9,22	7,28	6,34
210	10,87	0,48	15,00	8,38	11,88
149	14,26	4,64	18,08	6,46	17,40
105	14,32	14,89	14,09	5,33	17,93
74	10,75	18,63	7,62	3,55	13,63
- 74	23,31	61,34	8,20	14,30	26.88

CONCLUSIONES

El ejemplo tipico de simulacion en el computador, presentado en este trabajo, permite demostrar algunas de las ventajas de utilizar modelos matemáticos para el dimensionamiento y optimización de circuitos industriales de molienda/clasificación. Dicho método no sólo permite dimensionar correctamente la cantidad y tamaño de molinos e hidrociclones requeridos para una aplicación en particular, sino que también prevé los efectos que determinadas alteraciones operacionales y/o del mineral podrían causar sobre el producto final del circuito de molienda. La cantidad de información suministrada por el computador es suficiente además como para diseñar bombas, pipe-line, etc., requeridas en el circuito, superando así con creces las limitaciones del método convencional de F. Bond.

Es interesante destacar que los factores de escalamiento de los parámetros de molienda se ajustan perfectamente al pasar de escala laboratorio a nivel planta piloto, garantizando así la confiabilidad del modelo propuesto para predecir la perfomance de circuitos industriales de molienda. El modelo de clasificación utilizado presenta también algunas ventajas evidentes frente a otros citados en la literatura, desde el punto de vista de diseño de circuitos.

Resumiendo, la técnica de modelaje presentada podrá ser utilizada para los siguientes fines prácticos:

- Dimensionamiento óptimo de instalaciones industriales de molienda/clasificación.
- Optimización de condiciones operacionales existentes en circuitos industriales de molienda.
- Análisis de Sensibilidad del circuito frente a cambios improvistos.
- Definición del sistema de control más apropiado para mantener los niveles óptimos de operación del circuito.

SIMBOLOGIA

W	=	Carga de material sólido dentro del molino [M]
$f_i(t)$	=	Fracción en peso de material con tamaño en el rango d_i a d_{i+1}, existente dentro del molino en el instante t.
S_i	=	Función Selección, o velocidad específica de molienda del material de tamaño d_i a d_{i+1} $[T^{-1}]$
b_{ij}	=	Función de ruptura, o fracción de los fragmentos de las partículas de tamaño d_j a d_{j+1}, que al molerse reportan al rango d_i a d_{i+1}; siendo $i > j$.
$F_i(t)$	=	Fracción en peso acumulado pasante en la i-ésima malla del producto molido en el instante t.
B_{ij}	=	Función de ruptura acumulada $= \sum_{k=i}^{n} b_{kj}$
$R_i(t)$	=	$[R_i(t)]_{BATCH}$; fracción en peso acumulada, retenida sobre la i-ésima malla del producto molido, en el instante $t = 1 - F_i(t)$.
$R_i(0)$	=	Fracción en peso retenida acumulada, sobre la i-ésima malla de la alimentación al molino (para $t = 0$).
t	=	Tiempo de Molienda [T].
i	=	Subíndice que varía de 1 a n. Siendo 1 el valor referido al tamaño más grueso y n a la malla más fina.
S_i^E	=	Función Selección reducida para la i-ésima malla, dependiente solamente del material [ton/kwh].
P	=	Consumo de potencia neta en el molino [KW].
D	=	Diámetro interno del molino (pies).

L = Largo interno del Molino (pies).

% Loading = Porcentaje en volumen de la carga de bolas en el molino. Es decir, volumen aparente de las bolas, expresada como porcentaje del volumen interno del molino (%).

N_c = Velocidad de rotación del molino, expresada como % de la velocidad crítica (%). Ecuación 6.

%C.C. = % Carga circulante del circuito de molienda.

N_s = TPH sólidos en alimentación fresca.

% Sólids = % en peso de sólidos usado en la molienda (%).

d_i = Tamaño en micrones, de la abertura del tamiz correspondiente a la i-ésima malla.

$\bar{E}$ = Pt/W, consumo específico de energía en la molienda. Potencia consumida por tonelada alimentada al molino (carga fresca más circulante); (KWh/ton).

$f_i(\bar{E})$ = Idem que $f_i(t)$, pero considerando $\bar{E}$ como variable independiente en lugar del tiempo de molienda.

$R_i(\bar{E})$ = $[R_i(\bar{E})]_{BATCH}$; idem que $R_i(t)$, pero considerando $\bar{E}$ como variable independiente.

t_e = Tiempo requerido para alcanzar condiciones de equilibrio en la molienda continua [T].

$E(t)$ = Distribución de tiempos de residencia en el molino continuo $[T^{-1}]$.

N = Número de reactores perfectamente mezclados en serie.

τ = Tiempo promedio de residencia del material sólido en el molino [T].

R_{pi} = Fracción en peso acumulada, retenida sobre a i-ésima malla del producto de molienda en el estado estacionario $= R_i(t_e)$.

R_{fi} = Fracción en peso acumulada, retenida sobre la i-ésima malla de alimentación al molino en el estado estacionario.

A_i = Area de entrada de alimentación al ciclón ($pulg^2$).

$\overline{A_i}$ = Valor medio de $\overline{A}_i$, standard para cada modelo y tamaño de hidrociclón ($pulg^2$).

B_p = Fracción de agua alimentada que se recupera en la descarga (0/1).

d_{95} = Tamaño de corte en el ciclón (μm).

$d_{50(c)}$ = Tamaño d_{50} corregido (μm).

D_c = Diámetro interno de sección cilíndrica del ciclón (pulg).

D_o = Diámetro del Vortex (pulg.)

$\overline{D}_o$, = Valor medio de $\overline{D_o}$, standard para cada modelo y tamaño de ciclón utilizado (pulg).

D_u = Diámetro del Apex (pulg).

f_i = % retenido parcial en i-ésima malla, en la alimentación al ciclón (i = 1, 2, ..., n).

h_1 = Distancia comprendida entre el centro del área de entrada al ciclón y la parte superior del Apex (pulg).

ρ_s = Densidad del sólido (g/cm^3).

Q = Caudal volumétrico de pulpa de la alimentación, (m^3/h).

M_{su}, M_{sf} = TPH sólidos en la descarga y alimentación del hidrociclón, respectivamente (ton/h).

P_{su}, P_{sf} = % de sólidos en peso en la descarga y alimentación del hidrociclón, respectivamente (%).

P = Presión de alimentación al ciclón (psig).

Φ = Porcentaje de sólidos en volúmen alimentado al hidrociclón (%).

P_{su}^* = % de sólidos en peso equivalente, en la descarga del ciclón, para un material con $\rho_s = 2{,}65$ (g/cm^3).

M_{su}^* = TPH sólidos equivalente en la descarga de los ciclones, para un mineral con $\rho_s = 2{,}65$ (g/cm^3).

N_H = Número de hidrociclones a usar.
Y_{ci} = Eficiencia de clasificación corregida para partículas de tamaño d_i (0/1), i =1, 2, ..., n.
Y_i = Eficiencia real de clasificación para partículas de tamaño d_i (0/1); i = 1, 2, ..., n.
α = Parámetro de eficiencia global de clasificación (modelo de Lynch-Rao), característico del material a clasificar.
X_i = $d_i/d_{50(c)}$; tamaño adimensional de partícula para la i-ésima malla.
K_1, KD, K_Q = Constantes de ecuaciones 15, 16 y 17, respectivamente.
$a_0, a_1, .., a_5$ = Constantes polinómicas para estimar valor de K_Q (Ec. 17).
μ = Viscosidad aparente de la pulpa de alimentación al ciclón; (centipoises).
$f_1, f_2, ..., f_5$ = Factores de ρ_s, ϕ p, D_0 y A_i, respectivamente, definidos en Ecuación 15.

BIBLIOGRAFIA

1. Bond, F.C.; "The Third Theory of Comminution"; trans., AIME, **193**, 1952. p. 484 494.
2. Bond, F.C.; "Crushing and Grinding Calculations"; Milwaukee, Wis.; Allis Chalmers Publ., 1962, 16 p.
3. Bond, F.C.; "Confirmation of the 3rd Theory", Trans., AIME, **217**, 1960, p. 139-153.
4. Blaskett, K.S.; "Estimation of the Power Consumption in Grinding Mills, in Mineral Processing and Ext. Metall."; London, IMM, 1970, p. 631-649.
5. Grandy, G.A. et. al.; "A Critical Evaluation of the Use of Bond Grindability Tests for Mill Design". Paper presented at AIME, 100 th Annual Meeting, N.Y., 1971.
6. Fujinaka, et. al.; "Grinding Energy Study using a New Laboratory Tumbling Mill Assembly", Canadian Met. Quarterly, Vol. 10, Nº 3, 1971, p. 245-252.
7. Horst, W.E. and Bassarear, J.H.; "Use of Simplified Ore Grindability Technique to Evaluate Plant Performance". Paper presented at the SME Fall Maeting, Salt Lake City, Utah, Sept. 10-12, 1975, p. 1-14.
8. Agar, G.E. and Gutiérrez, L.; "Standard Procedure to Scale-Up Energy Consumption on Grinding using Mathematical Modelling Techniques and a Lab. Torque Ball Mill". Internal Report (Unpublished), JRGRL, INCO Metals, Canadá, 1976 (30 p.).
9. Herbst, J.A. et. al.; "Population Balance Models for Desing of Continous Grinding Mills", 10th IMPC, 1973, London, p. 23-45.
10. Kelsall, D.F. and Reid, K.J.; "The Derivation of a Mathematical Model for Breakge in a Small Continuous Wet Ball Mill", Paper 4.2, Joint AICHE- Institute of Chem. Eng. Meeting, London, 1965, p. 13.
11. Gutiérrez, L.; "Simulación de la Molienda Continua", Tesis de Grado (Ing. Civil Metalúrgico), Univ. de Concepción, Chile, 1971, p. 1-26.
12. Herbst, J.A.; Grandy, G.A. and Mika, T.S.; "On the Development and Use of Lumped Parameter Models for an Open and Closed-Circuit Grinding", Trans. Inst. Min. Met., Section C, Vol. 77, 1968, p. 193.
13. Plitt, L.R.; "A Mathematical Model of the Hydrocyclone Classifier", CIM Bulletin, Dec. 1976, p. 114-123.
14. Gutiérrez, L. and Oblad, E.A.; "Avaliação da Performance de Ciclones", VI Encontro Nac. de Trat. de Minérios e Hidrometalurgia, UFRJ, Río de Janeiro, Brasil, Sept. 1979.

15. Gutiérrez, L. and Oblad, E.A.; "Simulação en Computador de Circuitos de Moagen - Classificação", VI Encontro Nac. de Trat. de Minérios e Hidromet., UFRJ, R. Janeiro, Brasil, Sept. 1979.
16. Herbst, J.A. and Fuerstenau, D.W.; "The Zero Order Production of Fine Sizes in Comminution and its Implications in Simulation"; AIME Trans.; Vol. 241, Dec. 1968, p. 538-458.
17. Rajamani, K.; "Optimal Control of Closed Circuit Ball Mill Grinding", Ph. D. Disertation, Univ. of Uthah, 1979.
18. Malghan, S.G.; "The Scale-Up of Ball Mills Using Population Balance Models", Dissertation, Univ. of California, Berkeley, 1976.
19. Austin, L.G.; Klimpel, R.R. and Beattie, A.N.: "Solutions of Equations of Grinding", Zerkleinen 2nd European Symposium on Comminution, Amsterdam, 1966; Dechama-Monographien, Vol. 57, Pt. 1, 1967, p. 281.
20. Herbst, J.A., and Fuerstenau, D.W.; "Mathematical Simulation of Dry Ball Milling Using Specific Power Unformation"; AIME Trans., Vol. 254, 1973, p. 373.
21. Herbst, J.A.; Rajamani, K., and Kinneberg, D.; "ESTIMILL, A Computer Program for the Simulation of Grinding Circuits", Univ. of Utah, 1977.
22. Lynch, A.J. and Rao, T.C.; "Modelling and Scale-Up of Hydrocyclone Classifiers", 11 th Int. Min. Proc. Congress, Cagliari, 1975.

6 5. "Optimización de un Circuito Industrial de Molienda/Clasificación, incluyendo la Evaluación de un Sistema de Doble Ciclonaje".

OBJETIVOS DEL ESTUDIO

Maximinar el Tonelaje Procesado* en un Circuito Industrial de Molienda/Clasificación manteniendo la Granulometría Actual del Producto (80% – 100 # Ty), y el porcentaje de Sólidos requerido en la pulpa alimentada a flotación (33 a 38%), mediante los siguientes procedimiento alternativos:

1.– Optimización de las condiciones operacionales actuales (etapa de ciclonaje simple).

2.– Evaluación e implementación de un sistema de doble ciclonaje en el circuito actual de molienda.

FASES DEL ESTUDIO

FASE 1: Evaluación Preliminar por Simulación Computacional (usando Datos de Planta).

FASE 2: Evaluación Experimental a Escala Piloto CIMM (Planta Piloto THST de CIMM)

FASE 3: Evaluación Experimental en Planta Industrial (Según Conclusiones derivadas de Fases 1 y 2)

(*) **Restricciones Operacionales**

- % sólidos producto > 33% y ≤ 40%
- p < 15 psi (C. simple)
- Capac. Molino Max. = 1500 TPH (seco)
- % sólidos descarga ciclones ≤ 80%
- DC = 20' (para cicloneo simple solamente)

- En Planta Industrial, actualmente existen 5 Ciclones Krebs D20B.
- N_S = 162 TPH Sólidos
- VF = 6 3/4"; SPIG = 3 3/4"

FIGURA 1. Representación Esquemática de un Circuito de Molienda y Clasificación con Doble Ciclonaje.

DESCRIPCION TEORICA

A.– MODELOS MATEMATICOS DE LA MOLIENDA

– MOLIENDA BATCH

Balance de Masas por Malla (en función del tiempo)

$$\frac{d}{dt}\left[Hm_i(t)\right] = -S_i\,Hm_i(t) + \sum_{j=1}^{i} b_{ij}S_jHm_j(t) \qquad (1)$$

$$i = 1, 2, ..., n$$

Estudios sobre la materia han demostrado que, en un buen número de aplicaciones, es posible plantear la relación:

Hipótesis de Producción de finos a veloc. constante

$$B_{ij}S_j = S_j \qquad (2)$$

Esto lleva a una simple solución del sistema de Ecuaciones:

Solución de (1) Caso Particular en función del tiempo molienda

$$\left\{1 - F(d_i, t)\right\}_{BATCH} = \left\{1 - F^{IN}(d_i)\right\} \exp(-S_i t) \qquad (3)$$

$$i = 1, 2, ..., n$$

Hipótesis Empíricas

1.– $S_i = S_i^E \left(\frac{P}{H}\right)$ (4)

2.– La función de ruptura $\underline{b}$ es invariante frente a cambios en las dimensiones y variables operacionales del molino.

La incorporación de estas relaciones a la Ecuación (1), reconociendo que (Pt/H) representa el consumo específico de energía por unidad de masa $\bar{E}$, lleva a la expresión:

$$\frac{d}{d\bar{E}} m_i(\bar{E}) = -S_i^E\, m_i(\bar{E}) + \sum_{j=1}^{i} b_{ij}S_j^E m_j(\bar{E}) \qquad (5)$$

y para el caso especial de la Ecuación (3):

$$\left\{1 - F(d_i, \bar{E})\right\}_{BATCH} = \left\{1 - F^{IN}(d_i)\right\} \cdot \exp(-S_i^E\bar{E}) \qquad (6)$$

Estas dos últimas relaciones reafirman el concepto generalizado de que **la energía específica es el parámetro controlante de la molienda.**

– MOLIENDA CONTINUA

$$\left\{1 - F(d_i, t)\right\} = \int_0^{\infty} \left\{1 - F(d_i, t)\right\}_{BATCH} E(t)\, dt \qquad (7)$$

$$E(t) = \frac{N^N (t/\tau)^{N-1}}{\tau\, \Gamma(N)} \exp\left(-\frac{Nt}{\tau}\right) \qquad (8)$$

$$\left\{1 - F(d_i)\right\} = \left\{1 - F^{IN}(d_i)\right\} \left\{1 + \frac{S_i^E \bar{E}}{N}\right\}^{-N} \qquad (9)$$

$$S_i^E = \frac{N}{E} \left[\left(\frac{1 - F^{IN}(d_i)}{1 - F(d_i)} \right)^{1/N} - 1 \right] \qquad (10)$$

donde: H = Carga de material en el molino

$m_i(t)$ = Fracción del material con tamaño en el rango d_i a d_{i+1}, al tiempo t.

S_i = Función selección; denota la velocidad fraccional a la cual se quiebra el tamaño de material de tamaño d_i a d_{i+1}

$B_{ij} = \sum_{k=1}^{n} b_{kj}$ = Fracción de los fragmentos de las partículas de tamaño d_j a d_{j+1} más finos que el tamaño d_i

b_{ij} = Función de ruptura; denota la fracción de los fragmentos de las partículas de tamaño d_j a d_{j+1} que reportan al rango d_i a d_{i+1}

Por conveniencia, se define d_1 como el tamaño más grueso y d_n como el más fino.

$E(t)$ = Distribución de tiempos de residencia en el molino.

τ = Tiempo medio de residencia de los sólidos en el molino.

N = Parámetro de la distribución, aproximadamente igual a la razón (Largo/Diámetro) del molino cuando esta varía en el rango de 1 a 2.

$F(d_i, t)$ = Fracción del material bajo el tamaño d_i al tiempo t

$F^{IN}(d_i)$ = Fracción del material bajo el tamaño d_i en la alimentación (distribución granulométrica de la alimentación)

P = Potencia neta consumida por el molino

S_i^E = Función selección específica, constante independiente de las dimensiones del molino y demás variables dentro de rangos normales de operación (excepto, al parecer, por la distribución de tamaños de bolas)

B.– MODELO MATEMATICO DE CLASIFICACION CON HIDROCICLONES

ECUACIONES DE PLITT

CURVAS DE EFICIENCIA CORREGIDA Y REAL.

$$Y_{ci} = 1 - \exp \left\{ -0{,}693 \, (d_i/d_{50_c})^m \right\} \qquad (11)$$

$$Y_i = (1 - B_p) \times Y_{ci} + B_p \qquad (12)$$

ECUACION DE d_{50} CORREGIDO:

$$d_{50_c} = \frac{A_o \, D_c^{A_1} \cdot D_i^{A_2} \cdot D_o^{A_3} \cdot \exp(A_4 \phi)}{D_u^{A_5} \cdot h^{A_6} \cdot Q^{A_7} \cdot (\rho_s - 1)^{A_8}} \qquad (13)$$

ECUACION DEL PARAMETRO DE EFICIENCIA DE SEPARACION

$$\ell n \, m = k_o + k_1 (1 - R_v) + k_2 \, \ell n (D_c^2 \, h/Q) \qquad (14)$$

donde: $R_v = \frac{Q_u}{Q} = \frac{S}{1+S}$; $S = \frac{Q_u}{Q_o}$

ECUACION DE PARTICION DE CAUDALES DE PULPA

$$S = \frac{B_o \cdot (D_u/D_o)^{B_1} \cdot (h)^{B_2} \cdot (D_u^2 + D_o^2)^{B_3} \cdot \exp(B_4 \cdot \phi)}{H^{B_5} \cdot D_c^{B_6}} \qquad (15)$$

$$H = 2{,}31 \, P/\rho$$

ECUACION "PRESION VS. CAPACIDAD"

$$P = \frac{C_o \cdot Q^{c_1} \cdot \exp(C_2 \cdot \phi)}{D_c^{c_3} \cdot D_i^{c_4} \cdot h^{c_5} \cdot (D_u^2 + D_o^2)^{c_6}} \qquad (16)$$

$$Q = E_o \cdot P^{E_1} \cdot D_c^{E_2} \cdot D_i^{E_3} \cdot h^{E_4} \cdot (D_u^2 + D_o^2)^{E_5} \cdot \exp(-E_6 \phi) \qquad (17)$$

donde:
- Y_{ci} : Eficiencia corregida de clasificación para i-ésima fracción granulométrica
- Y_i : Eficiencia real de clasificación para i-ésima malla
- B_p : By-pass de agua a la descarga
- d_i : i-ésimo tamaño de partícula (micrones)

$d50_c$: d_{50} corregido (micrones)

m : Parámetro de eficiencia de separación

$A_o, A_1, ..., A_8$: Constantes ecuación 13

D_c : Diámetro interno del ciclón (plgd)

D_i : Diámetro equivalente de alimentación (plgd) $= (4\ A_i/\ \pi\ )^{0,5}$

D_o : Diámetro de abertura del rebalse (plgd)

D_u : Diámetro de abertura de la descarga (plgd)

h : Altura libre del ciclón (plgd)

Q : Caudal volumétrico de alimentación (m^3/hr).

ρs : Gravedad específica del sólido

ϕ : Fracción de sólidos en volumen de la pulpa de alimentación

k_o, k_1, k_2 : Constantes de ecuación 14

R_v : Q_u/Q = Caudal pulpa descarga/caudal alimentación

S : Q_u/Q_o = Caudal pulpa descarga/caudal de rebalse

$B_o, B_1, ..., B_6$: Parámetros de ecuación 15

H : Presión de alimentación expresada en pies de pulpa

P : Presión de alimentación (psi)

$C_o, C_1, ..., C_6$: Constantes de ecuación (16)

Además:

$$B_p = \frac{R_v - R_{sc} \cdot \phi}{1 - R_{sc} \cdot \phi} \qquad (18)$$

donde:

$$R_{sc} = \sum_{i=1}^{n} f_i Y_{ci} \qquad (19)$$

C. Simulación del Circuito de Molienda/Clasificación

Para la simulación de distintas configuraciones alternativas, es necesario ligar los dos modelos arriba mencionados (molienda y clasificación) a través de un balance de materiales para cada nodo del circuito. Dado que la alimentación al molino depende de la descarga del ciclón y viceversa, el balance debe resolverse en forma iterativa. A grandes rasgos, el algoritmo

utilizado es el siguiente: (Ver Figura 1).

1.– **Especificaciones:**

- Dimensiones y parámetros de las unidades operativas
- Gravedad específica de los sólidos
- Tonelaje seco y granulometría de alimentación fresca (Flujo 1)
- Porcentaje sólidos de alimentación fresca (Flujo 1), alimentación a ciclones A (Flujo 5) y alimentación a flotación (Flujo 12)
- Estimación inicial de la carga circulante. CL (Flujo 6)

2.– **Relación de Nodo 1:** (Alimentación Molino)

Flujo 2 = Flujo 1 + Flujo 6

3.– **Modelo de la Molienda:**

En base a la Ecuación (9), conocida la alimentación (Flujo 2) se calcula la descarga del molino (Flujo 3).

4.– **Relación de Nodo 2:** (Cajón de la Bomba A)

Flujo 5 = Flujo 3 + Flujo 4 + Flujo 10

Puesto que el porcentaje sólidos de alimentación a Ciclones A está especificado, es posible calcular la cantidad de agua fresca necesaria (Flujo 4). En la primera iteración se supone que la pulpa recirculada (Flujo 10) es nula.

5.– **Modelo Ciclones A:**

En base al modelo de clasificación propuesto, conocido el Flujo 5, se evaluán los Flujos 6 y 7.

6.– **Modelo Ciclones B:**

En base al mismo modelo, conocido el Flujo 7, se evalúan los Flujos 8 y 9.

7.– **Relación de Nodo 3:**

Flujo 12 = Flujo 8 + Flujo 11

Puesto que el porcentaje sólidos de alimentación a flotación está especificado, es posible calcular la fracción del rebalse Ciclones B (Flujo 9) que debe enviarse a flotación (Flujo 11) para diluir la descarga (Flujo 8) y conformar la alimentación (Flujo 12).

8.– **Relación de Nodo 4:**

Flujo 10 = Flujo 9 – Flujo 11

9.– **Convergencia:**

Si el tonelaje seco de alimentación a flotación (Flujo 12) coincide (dentro de un margen de tolerancia preestablecido) con el tonelaje seco de alimentación fresca (Flujo 1), se logró la condición de convergencia deseada. Si no es así, se repiten los cálculos a partir del Punto 2.

TABLA 1.– Cálculo de la Función Selección Reducida, S_i^E; Datos de la Fase 1

i	Malla Tyler	Abertura, µm	Porc. sobre la Malla Alimentación	Porc. sobre la Malla Descarga	Función Selección Reducida, ton/KWh
1	3	6700,	15,86	8,04	0,286
2	4	4750,	21,98	11,87	0,254
3	6	3350,	27,00	14,65	0,252
4	8	2360,	31,30	17,38	0,241
5	10	1700,	35,17	20,13	0,226
6	14	1180,	38,99	23,22	0,208
7	20	850,	43,96	27,40	0,187
8	28	600,	50,07	32,92	0,163
9	35	425,	58,15	40,70	0,136
10	48	300,	68,93	51,58	0,108
11	65	212,	76,40	60,27	0,087
12	100	150,	81,14	66,91	0,070
13	150	106,	83,72	71,25	0,058
14	200	74,	85,39	74,25	0,050
15	270	53,	86,83	76,67	0,044
16	325	45,	87,52	78,10	0,040
17	400	37,			0,037(2)
18	600	26,			0,032(2)
19	900	18,			0,027(2)
20	1200	13,			0,024(2)

(1) $N = L/D = 1{,}75$
$\bar{E} = 2190$ KW/749,6 tph = 2,96 KWh/ton

(2) Valores extrapolados en papel log-log.

RESULTADOS DE FASE 1

TABLA 2.– Comparación entre Valores Experimentales y Simulados a Escala Industrial

Condición	1 Real	1 Simulado	2 Real	2 Simulado
Tonelajes: Alim. Fresca, tph	162,0	162,0	188,0	188,0
Caudal de Pulpa a Ciclones, m^3/hr	681,0	761,7	872,5	871,4
Porc. Sólidos: Alim. Ciclones	64,0	64,0	65,3	65,3
Desc. Ciclones	75,0	74,2	76,8	77,0
Rebalse Ciclones	42,0	40,9	40,0	39,9
Presión de Alimentación, psi	9,0	9,1	11,4	11,4
Tamaño de Corte corregido, µm	223,4	181,0	197,3	198,4
By-pass de Agua a la Descarga, %	46,3	49,6	46,0	45,6
By-pass de Finos a la Descarga, %	46,7	45,3	42,0	41,6
Carga Circulante	357,6	411,0	423,0	421,7
Granulometría de Rebalse, % – 100 #	78,9	83,9	79,4	80,0

PROGRAMA DE PRUEBAS – FASE II

Total Pruebas: 74

Nº Variables : 5 (% sólidos; P, D_c, D_o, D_u)

Diseño Factorial : 2^5 (64 pruebas a dos niveles c/u) (para Ciclonaje 1ario y 2ario).

Nº Repeticiones : 10

Nº Pruebas eliminadas : 4

Nº Total Pruebas Efectivas: 71 (Ver Figuras 2 y 3)

Mediciones: P, Q, % sólidos de Alimentación, Rebalse, Descarga
Granulometrías (idem)

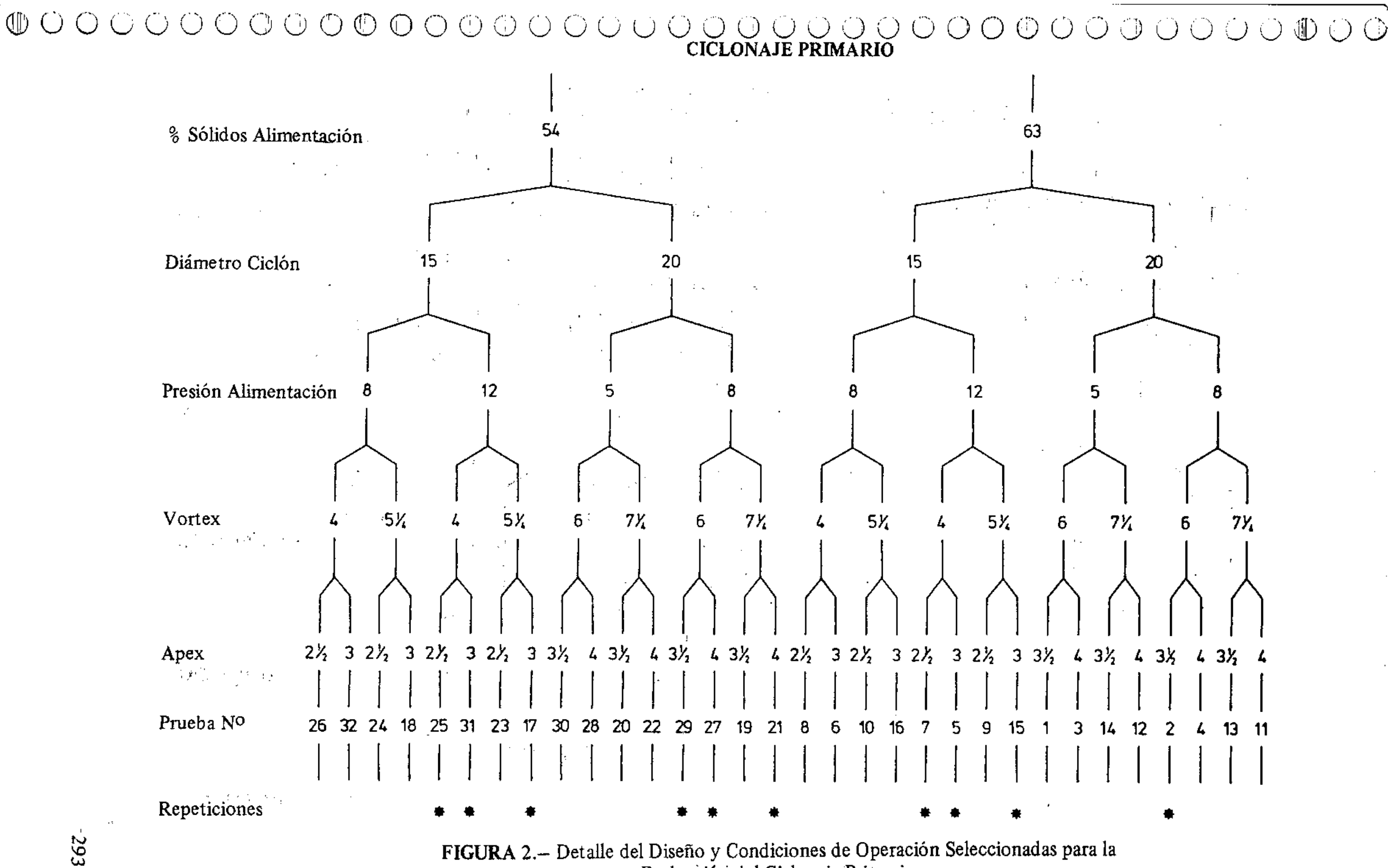


FIGURA 2.– Detalle del Diseño y Condiciones de Operación Seleccionadas para la Evaluación del Ciclonaje Primario

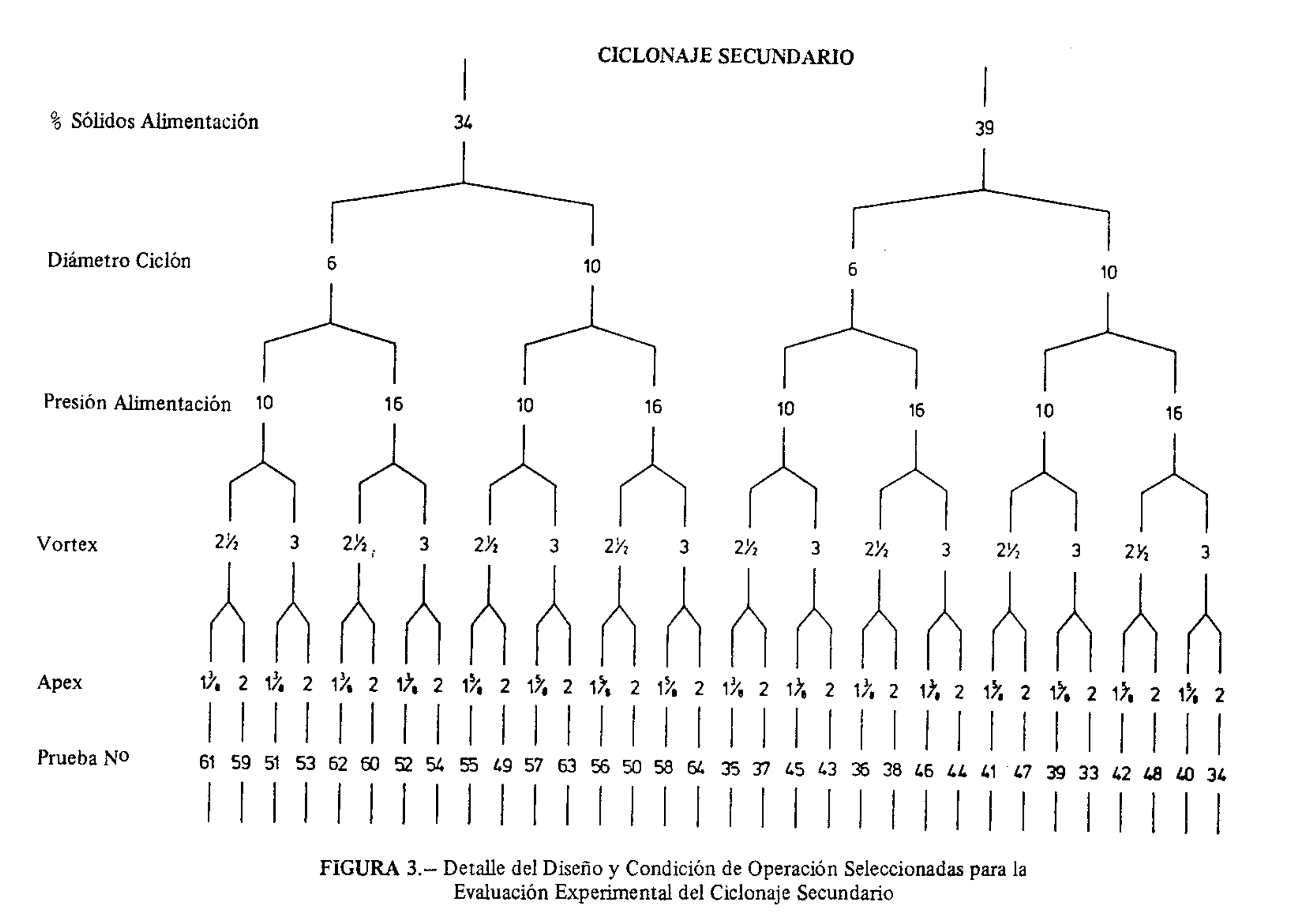


FIGURA 3.– Detalle del Diseño y Condición de Operación Seleccionadas para la Evaluación Experimental del Ciclonaje Secundario

– ECUACIONES AJUSTADAS (MODELO CORREGIDO DE PLITT)

Tamaño de Corte Corregido (d_{50}^{c})

$$d_{50_c} = 15{,}33 \frac{D_c^{0,44}\, D_i^{0,58}\, D_o^{1,91}\, f^{1,55} \exp(11{,}12\, \phi)}{D_u^{0,80}\, h^{0,37}\, Q^{0,44}\, (\rho_s - 1)^{0,5}}$$

$r^2 = 0{,}972$

Presión de Alimentación

$$H = 8{,}24 \frac{Q^{1,46}\, f^{0,05} \exp\left|-7{,}63\phi + 10{,}79\,\phi^2\right|}{D_c^{0,20}\, h^{0,15}\, D_i^{0,51}\, D_o^{1,65}\, D_u^{0,53}}$$

$r^2 = 0{,}892$

Partición de Pulpa

$$S = \frac{Q_u}{Q_o} = 7{,}84 \frac{h^{0,19}\, (D_u/D_o)^{2,64} \exp\left|-4{,}33\,\phi + 8{,}77\,\phi^2\right|}{H^{0,54}\, D_c^{0,38}\, (f)^{0,71}},$$

$r^2 = 0{,}837$

Eficiencia de Clasificación Real y Corregida

De acuerdo a las formulaciones propuestas por Plitt, la eficiencia de clasificación del hidrociclón está dada por una expresión del tipo:

$$Y_{ci} = 1 - \exp\left\{-0.693\,(d_i/d_{50_c})^m\right\}$$

$$m = \exp\left|1{,}09 - 1{,}58\,R_v\right| \left(\frac{D_c^2 h}{Q}\right)^{0,15}$$

(se mantuvo ecuación original de Plitt)

$B_{p_s} = 0{,}921\, B_{p_w} - 0{,}0041;$ $\qquad r^2 = 0{,}944$

Donde B_{p_w} está definida en Ecuación 18

$$B_{p_w} = (R_v - R_{sc} \cdot \phi) \,/\, (1 - R_{sc} \cdot \phi)$$

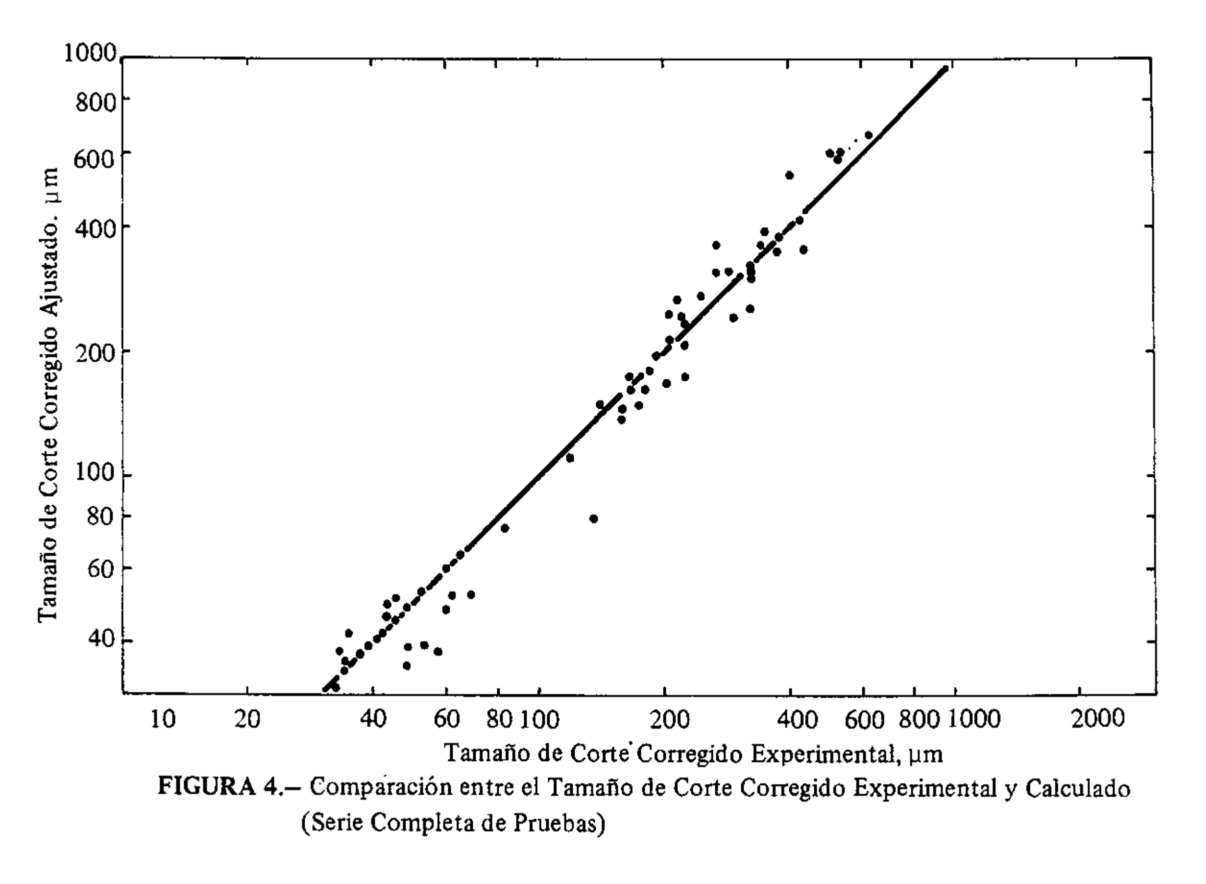


FIGURA 4.– Comparación entre el Tamaño de Corte Corregido Experimental y Calculado (Serie Completa de Pruebas)

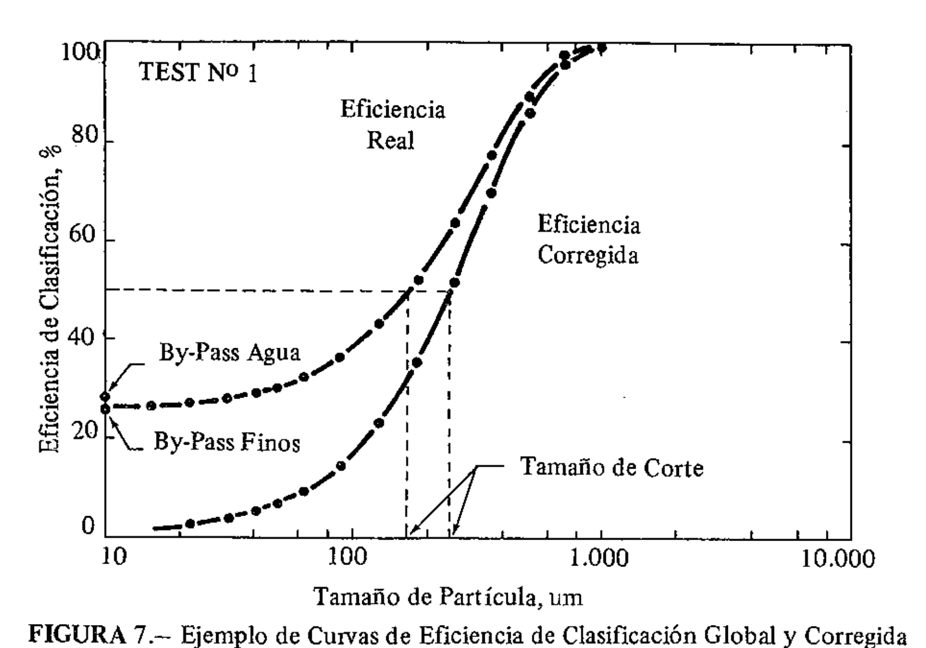


FIGURA 7.– Ejemplo de Curvas de Eficiencia de Clasificación Global y Corregida

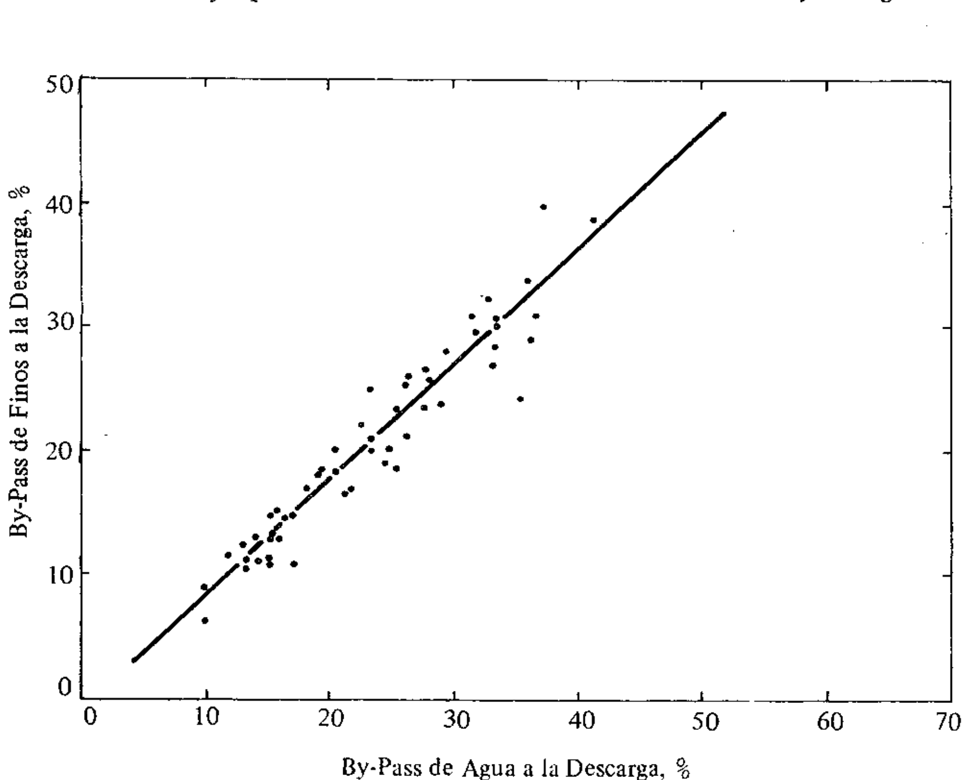


FIGURA 8.– Relación entre el ByPass de Agua y el By-Pass de Finos a la Descarga para la Serie Completa de Pruebas.

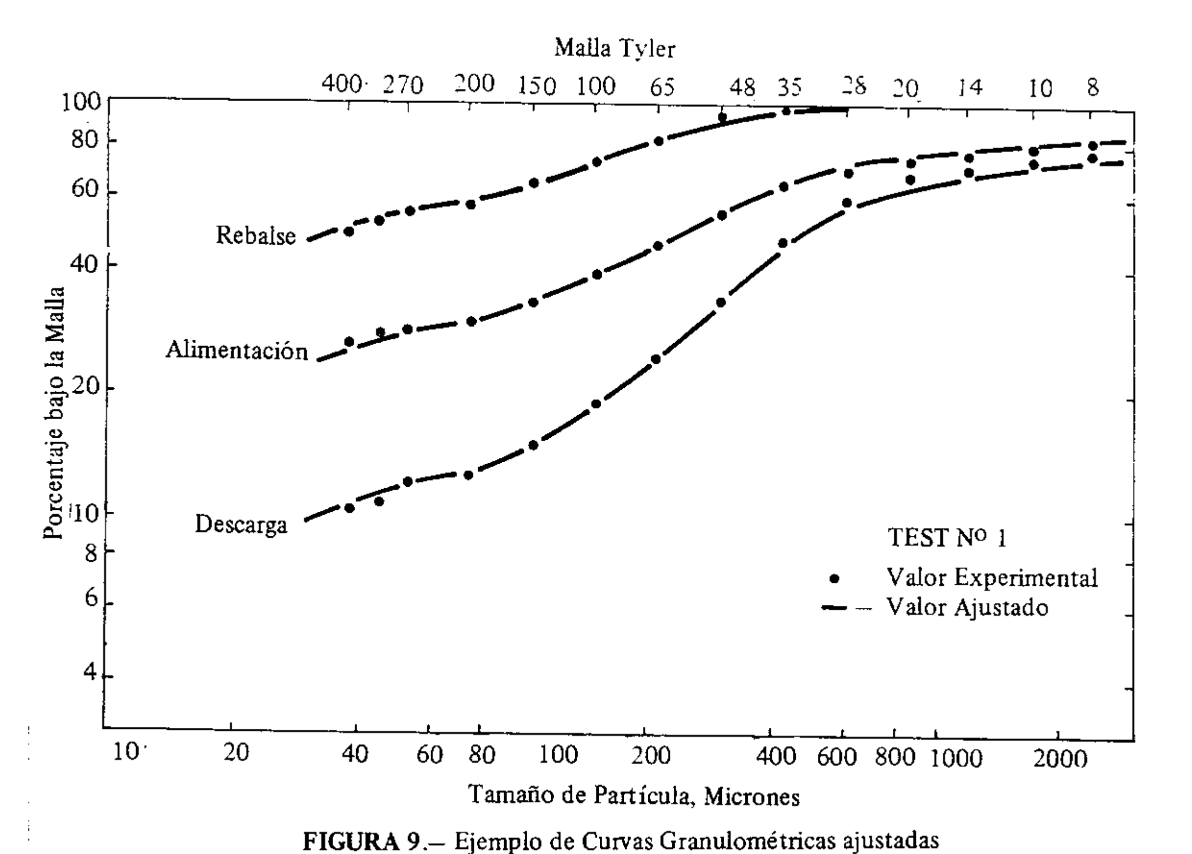


FIGURA 9.– Ejemplo de Curvas Granulométricas ajustadas

TABLA 3.– Simulaciones de Interés Referentes al Actual Circuito de Procesamiento con Ciclonaje Simple

Simulación Nº	Tonelaje Alim., tph	Nº Cicl.	Vortex plgd.	Apex plgd.	% – 100#	% Sol. a Flotación
* 251(1)	162	5	6,75	3,75	83,9	40,9
* 250(2)	188	5	6,75	3,75	80,0	39,9
254	205	6	7,50	4,00	79,1	32,6
256	210	6	7,50	3,75	77,1	34,2
264	250	12	7,50	3,75	69,4	33,0

(*) Experiencias de Planta (Nºs 1 y 2)

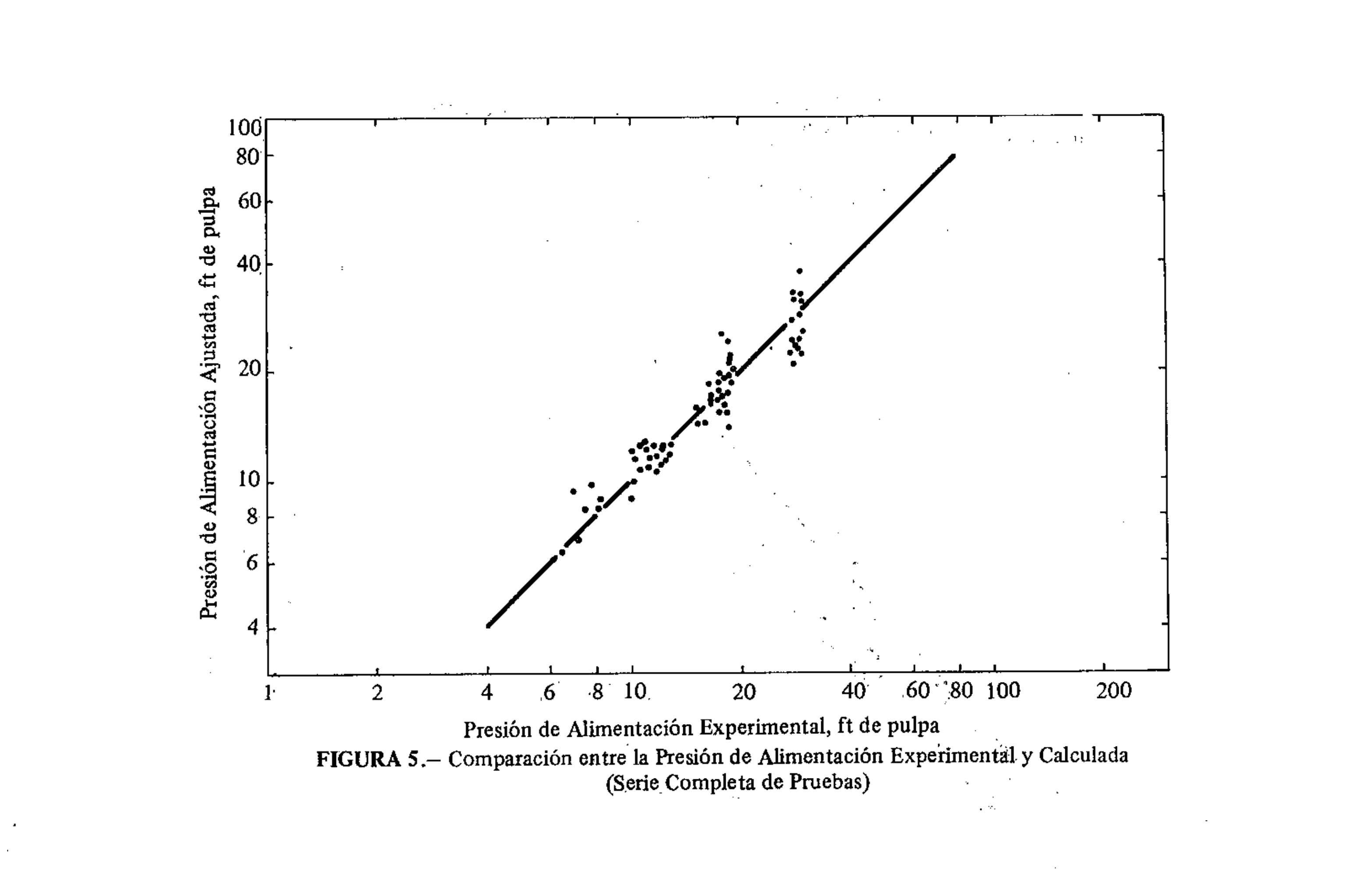


FIGURA 5.– Comparación entre la Presión de Alimentación Experimental y Calculada (Serie Completa de Pruebas)

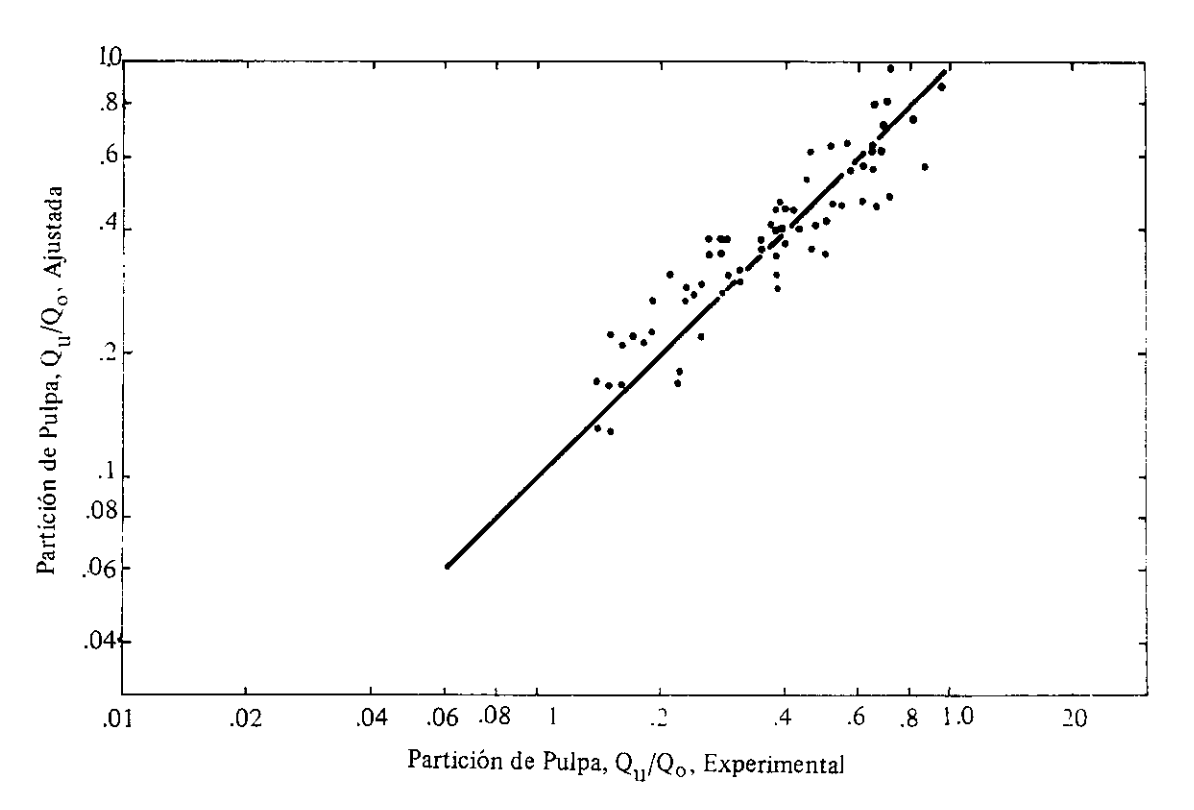


FIGURA 6.– Comparación entre la Partición de Pulpa, Q_u/Q_o, Experimental y la Calculada para la serie Completa de Pruebas.

TABLA 4.– Resultados de Simulaciones Comparativas entre un Circuito con Ciclonaje Doble (Sim. 305) y la Condición Optima de Ciclonaje Simple (Sim. 254)			
Condición	Ciclonaje Simple		Ciclonaje Doble
	(2) (Sim. 250)	Optimo (Sim. 254)	(Sim. 305)
1. **Dimensiones de las Baterías, plgd.**:			
Batería A:			
Número de Ciclones	5	6	6
Diámetro	20	20	30
Vortex	6,75	7,50	11,50
Apex	3,75	4,00	4,25
Batería B:			
Número de Ciclones	–	–	10
Diámetro	–	–	10
Vortex	–	–	4,25
Apex	–	–	2,75
2. **Tonelajes Secos, tph**:			
Alimentación Fresca	188,0	205,0	210,0
Alimentación Molino	980,7	1260,4	1197,4
Alimentación Ciclones A	980,7	1260,4	1319,4
Descarga Ciclones A	792,7	1055,5	987,4
3. **Caudales de Pulpa, m^3/hr**:			
Alimentación Ciclones A	871,4	1159,2	1550,7
Alimentación Ciclones B	–	–	1005,0
Agua al Pozo	221,0	354,8	319,9
4. **Porcentajes de Sólido**:			
Alimentación Ciclones A	65,3	64,0	55,0
Rebalse Ciclones A	39,9	32,6	27,2
Alimentación a Flotación	39,9	32,6	35,0
5. **Presiones de Alimentación; psi**:			
Batería A (20" ϕ)	11,4	10,4	5,1
Batería B (10" ϕ)	–	–	25,4
6. **Granulometrías (% – 100 mallas)**:			
Alimentación Ciclones A	27,3	21,2	26,3
Descarga Ciclones A	14,7	10,0	5,9
Rebalse Ciclones A	80,0	79,1	87,1
Alimentación a Flotación	80,0	79,1	79,5

CONCLUSIONES

1.– El ajuste matemático del modelo de clasificación (Plitt), a todos los resultados experimentales de planta piloto TSHT de CIMM, fue bastante apropiado.

2.– Las simulaciones efectuadas para el circuito completo de molienda/clasificación concordaron con los posteriores resultados obtenidos en planta, garantizando así la buena calidad predictiva de los modelos de molienda y clasificación en conjunto.

3.– Referente al circuito actual de molienda/clasificación en planta (ciclonaje simple), el modelo predice aumentos en capacidad de la sección de molienda de hasta un 26,5% (205 TPH) referente a la actual (162 TPH), con granulometría del producto de rebalse ≃ 79-80%<100 #, dependiendo del % sólidos de rebalse permisible. Estas predicciones fueron verificadas por el propio personal de planta. Al extremo, se podría procesar hasta 250 TPH pero con producto de rebalse más grueso (≃ 69-70% <100 #). Estas condiciones se lograrían con un hidrociclón de 20" adicional, abriendo el vortex a 7,5" y el apex a 4,0", requiriéndose también de una **bomba de velocidad variable** para tales efectos.

4.– En el caso de la alternativa de doble ciclonaje se proyecta un aumento de sólo 2,4% con respecto a la condición optimizada del ciclonaje simple (205 TPH), lo que hizo disminuir el interés por tal alternativa considerando que sería necesario incorporar al circuito una segunda batería de ciclones y aumentar los costos de energía por concepto de bombeo, llegando a una operación significativa más compleja.

5.– Resulta interesante observar en la Figura 10, la interrelación existente entre el contenido de sólidos en el flujo de rebalse y la granulometría del producto a flotación. Se observa, que para un diseño geométrico de la batería dado, se puede aumentar el tonelaje fresco alimentado a la sección, manteniendo la granulometría del producto esencialmente constante, pero debiendo para ello disminuirse el porcentaje de sólidos en el rebalse. Ello sería posible gracias a que la bomba del circuito es de **velocidad variable**. Se concluye entonces que el % sólidos en el rebalse debe ser el más bajo permisible para así garantizar la máxima capacidad del circuito de molienda.

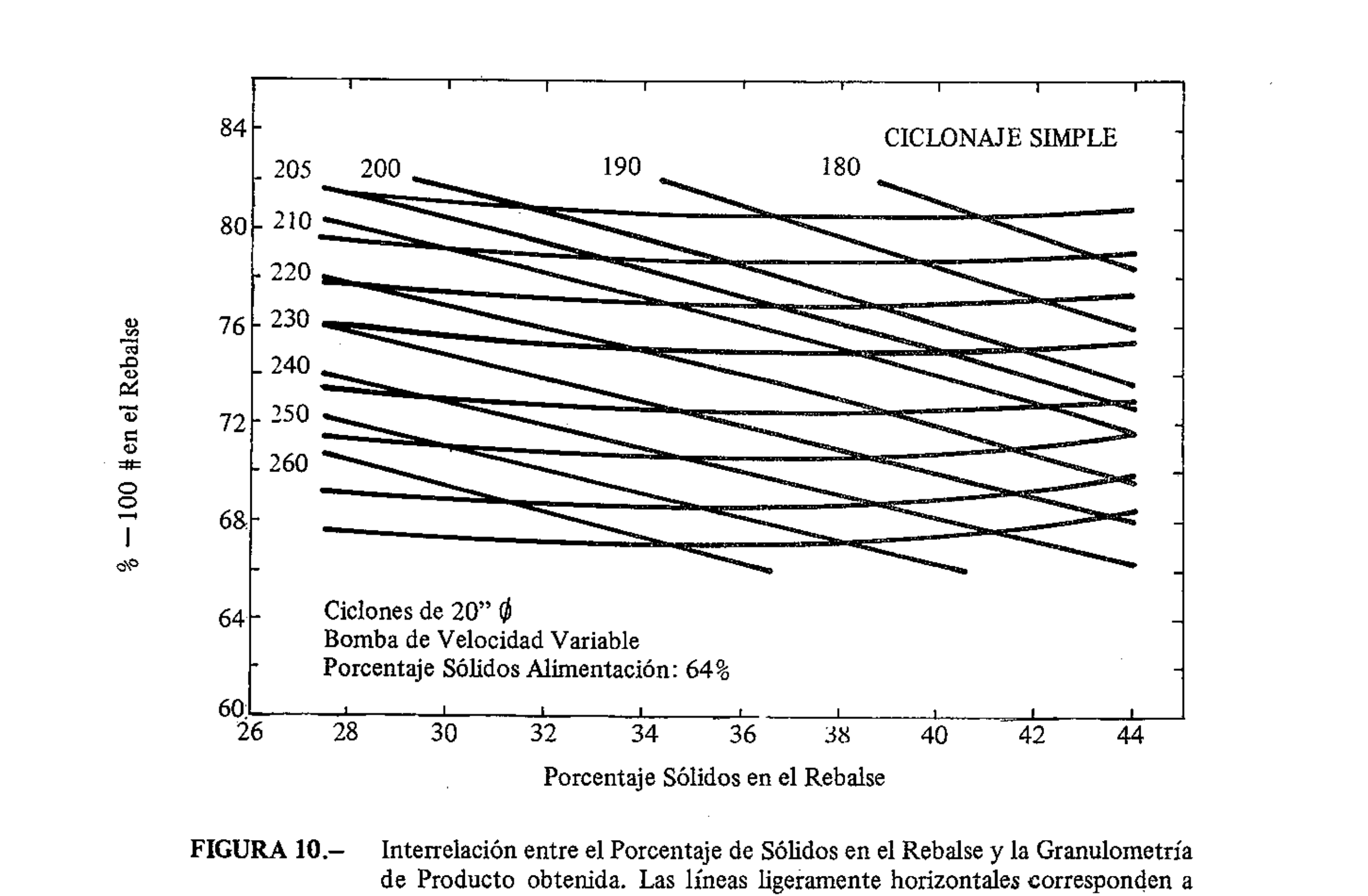


FIGURA 10.– Interrelación entre el Porcentaje de Sólidos en el Rebalse y la Granulometría de Producto obtenida. Las líneas ligeramente horizontales corresponden a curvas de diseño de la batería constante. Las líneas diagonales corresponden a curvas de tonelaje de alimentación fresca (tph) constante según valor indicado.

6.6. Simulación Matemática de Circuitos de Flotación mediante la Técnica de los Split Factors.

SIMULACION MATEMATICA DE CIRCUITOS DE FLOTACION A ESCALA DE LABORATORIO. (*)

por: Leonel L. Gutiérrez
Jaime E. Sepúlveda

División Mineralurgia, S.D.I.,
Centro de Investigación Minera
y Metalúrgica (C.I.M.M.)
Santiago, Chile

Uno de los métodos experimentales normalmente utilizados en la evaluación y diseño de nuevos circuitos de flotación a escala de laboratorio, es la realización de pruebas de ciclos ("Locked Cycle Flotation Tests") en los cuales se pretende simular **experimentalmente** y mediante pruebas de flotación batch, el comportamiento de una planta de flotación continua.

Considerando el excesivo trabajo experimental que este tipo de pruebas involucra, resulta altamente atractiva la posibilidad de simular **matemáticamente** dichos resultados.

En repetidas ocasiones, los autores han tenido oportunidad de evaluar la aplicabilidad de un método particular de simulación matemática de pruebas de ciclo: El **método de los factores de distribución** ("Split Factors Procedure"). En este trabajo se presentan los fundamentos teóricos del método con ejemplos de aplicación y se resumen sus ventajas, limitaciones y posibles métodos alternativos.

(*) Publicación realizada en Anales del 50º Congreso del Inst. de Ingenieros de Minas sobre Minería de Cobres Porfídicos; Vol. 1, 23 al 29 Nov. 1980; Stgo. de Chile; págs. 239-258.

INTRODUCCION

Las técnicas de modelación matemática constituyen una herramienta de cálculo poderosa para el diseño óptimo de circuitos de flotación, permitiendo al Ingeniero Metalurgista resolver los siguientes problemas:

(a) Selección del circuito de flotación más apropiado para el tratamiento metalúrgico de una mena en particular y
(b) Optimización de los tiempos de flotación y condiciones experimentales asociadas a cada etapa del proceso.

Paralelamente, dichas técnicas proveen al Ingeniero de Procesos de una metodología adecuada para optimizar eficiencias de circuitos industriales ya instalados, permitiendo así maximizar recuperaciones globales de especies útiles y mejorar la calidad del concentrado final.

La resolución de los items (a) y (b) antes mencionados generalmente debe realizarse en forma sistemática, lo que implica un largo y costoso trabajo experimental, en el cual podemos distinguir cuatro etapas fundamentales:

(1) Realización de pruebas batch a escala laboratorio, para determinar y estandarizar condiciones óptimas de trabajo. Para tal efecto, se estudian normalmente a nivel laboratorio los efectos de: % de sólidos, pH, grados de molienda primaria y de remolienda, tipo y dosificación de reactivos, efecto de aireación, etc. sobre la relación "Recuperación versus Ley" del concentrado final. En algunos casos, se incluye, además un estudio cinético de flotación del mineral durante cada etapa del proceso, i.e., flotaciones Rougher, Cleaner, Scavenger, etc.

(2) Simulación **experimental** de circuitos de flotación continua a nivel de laboratorio, utilizando la conocida técnica de pruebas de ciclo ("Locked Cycle Test") y las mejores condiciones experimentales determinadas en la etapa anterior.

(3) Realización de pruebas contínuas de flotación a escala planta piloto, tendientes a verificar, complementar y/o extrapolar los resultados metalúrgicos alcanzados durante las dos etapas previas de laboratorio. En general, se deberá determinar los factores apropiados de escalamiento, correlacionando empíricamente los resultados obtenidos a escalas de laboratorio y planta piloto.

(4) Realización de campañas experimentales a gran escala, para ajustar en la Planta Industrial misma, las condiciones operacionales óptimas de carácter definitivo. Generalmente, el diseño de circuitos industriales de flotación, se basa en la información empírica acumulada de las tres etapas anteriores.

De la discusión anterior, resulta evidente que la extrapolación de resultados metalúrgicos desde las etapas (2) y (3) y (3) a (4), involucra utilizar factores de escalamiento, los que a su vez, dependen de ciertas variables operacionales y de diseño, entre las que vale la pena destacar las siguientes: (i) Diseño del equipamiento (geometría de las celdas de flotación, acondicionadores de reactivos, etc.) y (ii) Factores hidrodinámicos de cierta relevancia (distribución de tiempos de residencia de las partículas flotables y no flotables, en las celdas contínuas de flotación a escalas piloto e industrial, etc.).

No obstante las limitaciones anteriores, resulta obvio por otra parte, que las **pruebas de ciclo** proporcionan al menos una **respuesta anticipada** de flotación contínua del mineral, a escalas de laboratorio y planta piloto, suponiendo eso sí, que las condiciones operacionales y flowsheets de tratamiento se mantengan relativamente similares, en ambos casos considerados. Lo anterior cobra real importancia, si consideramos que debido al **efecto de Reciclado** las curvas de "Recuperación Global versus Ley del Concentrado Final" obtenidas en pruebas de ciclo difieren normalmente de aquellas obtenidas durante pruebas batch de laboratorio, justificando así la realización experimental de la etapa (2) o alternativamente, **simulando matemáticamente** dichos resultados.

Debido al esquema de convergencia iterativo inherente al desarrollo experimental de las pruebas de ciclos, se generan altas cargas de trabajo sobre el personal de laboratorio encargado de dichas pruebas. Todo ello, viene a incrementar significativamente el costo y tiempo total de desarrollo del proyecto. En este artículo se evalúa la aplicabilidad de un método alternativo de **simulación matemática** de pruebas de ciclo, conocido como método de los factores de distribución, el cual fue originalmente descrito por Agar y Kipkie (1). En los siguientes párrafos se presentan los fundamentos teóricos del método con ejemplos de aplicación y se resumen sus ventajas, limitaciones y posibles modificaciones.

DESCRIPCION DEL METODO

El método de simulación matemática basado en los factores de distribución (1), consiste en asignar un valor númerico ("Split Factor") a cada componente del sistema y en cada etapa de separación considerada. Como **componentes del sistema**, podríamos citar en el caso típico de un mineral de cobre porfírico: Cu, Mo, Fe e insolubles. En este contexto, el

peso total de sólidos se acostumbra considerarlo como un componente adicional del sistema. Como **etapas de separación**, las más usuales a ser citadas son: Flotación Rougher, Scavenger, Cleaner, Recleaner, Cleaner-Scavenger, etc.

El concepto de "Split Factor", representa la fracción en peso de cada componente alimentado a una etapa, que aparece junto con el concentrado de la etapa en cuestión; es decir, corresponde a la recuperación parcial de dicho componente en el concentrado obtenido durante cada etapa de separación (expresada dicha recuperación como fracción en peso).

La magnitud de los factores de distribución depende principalmente del tiempo de flotación, de las condiciones físico-químicas existentes en la pulpa y de las propiedades de flotabilidad de las partículas (i.e. tamaño de las partículas, grado de liberación, etc.).

El proceso de separación en cada etapa puede sér caracterizado a través de un vector del tipo:

$$\underline{S}_j = (S_{1j}, S_{2j}, \ldots\ldots, S_{ij}, \ldots\ldots, S_{nj}, S_{n+1,j})^T \qquad (1)$$

Donde:

S_{ij} = Factor de distribución del i-ésimo componente en el j-ésimo separador ($i = 1,2,3,\ldots, n$)

$S_{n+1,j}$ = Factor de distribución del peso total de sólidos en el j-ésimo separador

n = Número de componentes (siendo el componente $(n + 1)$ = peso total de sólidos).

Existen varias técnicas alternativas para determinar los valores de los S_{ij}, pero, al parecer, la más simple y apropiada se basa en los resultados de un sólo ciclo abierto (o prueba de flotación batch), según se discute más adelante. En contadas excepciones y cuando la carga circulante en el sistema es relativamente alta, la estimación de los factores de distribución en el equilibrio podría ser inferida desde los primeros **dos o tres** ciclos de una prueba de ciclos incompleta, según se discute también más adelante.

Paralelamente, se define el vector:

$$\underline{W}_k = (W_{1K}, W_{2K}, \ldots\ldots, W_{iK}, \ldots\ldots, W_{n+1,K})^T \qquad (2)$$

W_{iK} = Peso (contenido de fino) del componente i en el flujo K ($i = 1, 2, 3,\ldots, n$)

$W_{n+1,K}$. = Peso total de sólidos en el flujo K.

Estas simples definiciones permiten simular los siguientes dos tipos de operaciones comúnmente encontradas en circuitos de flotación (ver Figura 1):

a.– **Uniones**: Dados los flujos K_1 y K_2:

$$\underline{W}_{K3} = \underline{W}_{K1} + \underline{W}_{K2} \qquad (3)$$

b.– **Separadores**: Dado el flujo K_1 y el vector $\underline{S}_j$ de factores de distribución correspondiente:

$$\underline{W}_{K3} = \underline{S}_j \otimes \underline{W}_{k1} \quad (4)$$

$$= (S_{1j}\, W_{1K1}, S_{2j}\, W_{2K1}, \ldots\ldots, S_{n+1,j}\, W_{n+1,K1})^T$$

y también:

$$\underline{W}_{K2} = \underline{W}_{K1} - \underline{W}_{K3} \quad (5)$$

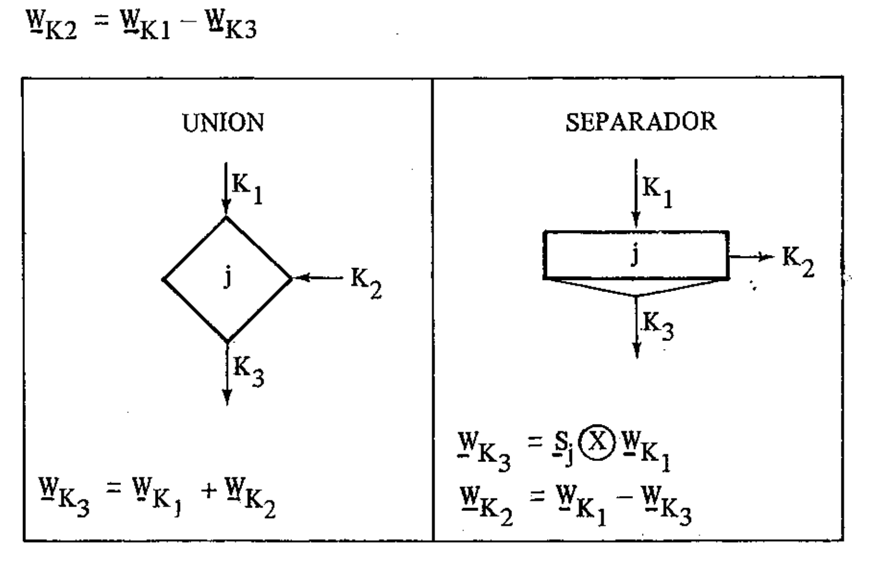


FIGURA 1.– Módulos Típicos de Operación en Circuitos de Flotación

La aplicación de estas tres últimas ecuaciones a un circuito de flotación en particular, resulta en un sistema de ecuaciones lineales que puede ser resuelto mediante técnicas convencionales. Sin embargo y con el propósito de mejorar la eficiencia y generalidad del método de cálculo, se ha confeccionado un programa modular de computación de gran flexibilidad, el cual utilizando un método de convergencia iterativo, permite simular las condiciones de equilibrio de circuitos de flotación operando con cualquier combinación de uniones y separadores.

La determinación de los vectores $\underline{W}_K$ para cada uno de los flujos, permite calcular a su vez los siguientes parámetros metalúrgicos de interés:

a. **Leyes**

$$\underline{G}_K = (\underline{W}_K / W_{n+1,K}) \times 100 \quad (6)$$

Donde:

$$\underline{G}_K = (g_{1K}, g_{2K}, \ldots\ldots, g_{iK}, \ldots\ldots, g_{nK})^T$$

g_{iK} = Ley del componente i en el flujo K, (%).
($i = 1, 2, 3, \ldots\ldots, n$)

b. **Distribuciones**

$$R_{iK} = (W_{iK} / W_{i1}) \times 100 \quad (7)$$

Donde:

R_{iK} = % de distribución del componente i en el flujo k; siendo i = 1, 2, 3, ..., n

K = 1, corresponde al flujo de cabeza; i.e., a la alimentación fresca del circuito de flotación.

EJEMPLOS DE APLICACION

A fin de ilustrar la aplicabilidad del método de simulación matemática basado en los factores de distribución, se entregan a continuación 3 ejemplos típicos de aplicación:

Ejemplo Nº 1: Diagrama de proceso esquematizado en la Figura 2. El proceso consiste de una etapa de flotación primaria (rougher), seguida de una remolienda del concentrado primario y dos etapas posteriores de limpieza del mismo (cleaner y recleaner), incluyendo una etapa de flotación scavenger con los relaves de la primera limpieza.

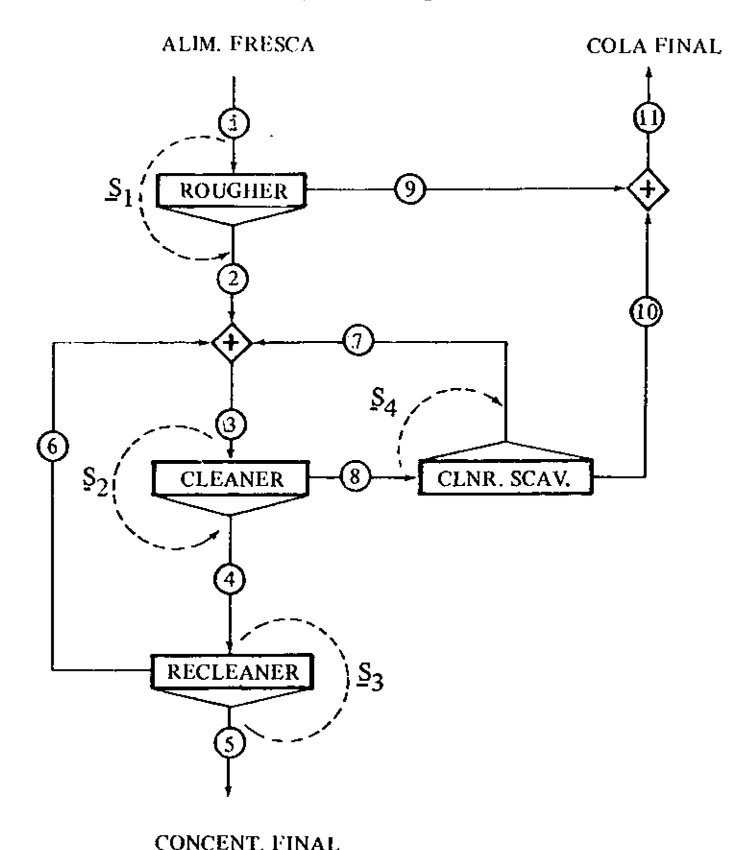


FIGURA 2.– Diagrama Esquemático de Tratamiento para Pruebas de Ciclos. (Ejemplo Nº 1)

El objetivo del estudio, fue verificar la aplicabilidad del método de simulación matemática antes expuesto, a un circuito de flotación como el de la Figura 2, con la consiguiente economía en costo y tiempo de experimentación. Para tal efecto, se realizaron las siguientes pruebas experimentales:

(a) Test Nº 1: Pruebas de flotación batch (abierta, 1 ciclo)
(b) Test Nº 2: Prueba de ciclos incompleta (2 ciclos)
(c) Test Nº 3: Prueba de ciclos completa (6 ciclos)

Como se indicara anteriormente, el objetivo de estas 3 pruebas fue el de comparar los resultados experimentales del test de ciclos completo (Test Nº 3), con aquellos simulados por el método de los factores de distribución; i.e., los split factors fueron determinados a partir de las pruebas de ciclos incompletas (Tests Nºs 1 y 2) para simular la respuesta experimental del Test completo Nº 3. El sistema de ecuaciones pertinentes establecido para tal efecto, fue el siguiente (ver Figura 2):

– **FLOTACION PRIMARIA**:

$$\underline{W}_2 = \underline{S}_1 \otimes \underline{W}_1 \quad (8)$$

$$\underline{W}_9 = \underline{W}_1 - \underline{W}_2 \quad (9)$$

– **UNIONES DE FLUJOS 2, 6 Y 7**:

$$\underline{W}_3 = \underline{W}_2 + \underline{W}_6 + \underline{W}_7 \quad (10)$$

– **PRIMERA LIMPIEZA**:

$$\underline{W}_4 = \underline{S}_2 \otimes \underline{W}_3 \quad (11)$$

$$\underline{W}_8 = \underline{W}_3 - \underline{W}_4 \quad (12)$$

– **SEGUNDA LIMPIEZA**:

$$\underline{W}_5 = \underline{S}_3 \otimes \underline{W}_4 \quad (13)$$

$$\underline{W}_6 = \underline{W}_4 - \underline{W}_5 \quad (14)$$

– **SCAVENGER RELAVES PRIMERA LIMPIEZA**:

$$\underline{W}_7 = \underline{S}_4 \otimes \underline{W}_8 \quad (15)$$

$$\underline{W}_{10} = \underline{W}_8 - \underline{W}_7 \quad (16)$$

– **UNIONES DE FLUJOS 9 Y 10**:

$$\underline{W}_{11} = \underline{W}_9 + \underline{W}_{10} \quad (17)$$

En este caso, se obtiene un sistema lineal de 10 ecuaciones y 10 incógnitas (pues flujo 1 es conocido), cuya solución es la siguiente:

$$
\begin{aligned}
\underline{W}_1 &= \underline{W}_1 \text{ (conocido*)} \\
\underline{W}_2 &= \underline{S}_1 \otimes \underline{W}_1 \\
\underline{W}_3 &= \left\{ \underline{1} - \underline{S}_2 \otimes (\underline{1} - \underline{S}_3) - (\underline{1} - \underline{S}_2) \otimes \underline{S}_4 \right\}^{-1} \times \underline{W}_2 \\
\underline{W}_4 &= \underline{S}_2 \otimes \underline{W}_3 \\
\underline{W}_5 &= \underline{S}_3 \otimes \underline{W}_4 \\
\underline{W}_6 &= (\underline{1} - \underline{S}_3) \otimes \underline{W}_4 \\
\underline{W}_7 &= (\underline{1} - \underline{S}_2) \otimes \underline{S}_4 \times \underline{W}_3 \\
\underline{W}_8 &= (\underline{1} - \underline{S}_2) \otimes \underline{W}_3 \\
\underline{W}_9 &= (\underline{1} - \underline{S}_1) \otimes \underline{W}_1 \\
\underline{W}_{10} &= (\underline{1} - \underline{S}_2) \otimes (\underline{1} - \underline{S}_4) \otimes \underline{W}_3 \\
\underline{W}_{11} &= \underline{W}_9 + \underline{W}_{10}
\end{aligned}
\qquad (18)
$$

donde:

$$\underline{1} = (1, 1, \ldots, 1)^T \qquad (19)$$

y la operación inversa de un vector se define por:

$$\underline{X}^{-1} = (X_1, X_2, \ldots, X_n)^{-1} = (1/X_1, 1/X_2, \ldots, 1/X_n) \qquad (20)$$

(*) Como datos de entrada, se consideró las siguientes características asociadas al flujo 1 (alim. fresca al circuito):

– **LEYES DE CABEZA:**

% Cu	% Mo
1,62	0,022

– **% DISTRIBUCIONES EN PESO:**

Peso Total	Cu	Mo
100,0	100,0	100,0

La Tabla Nº 1 resume los factores de distribución calculados de los Tests Nºs 1, 2 y 3, respectivamente:

TABLA Nº 1.– Resumen de Factores de Distribución Calculados de Tests Nºs 1, 2 y 3 (Ejemplo Nº 1)

ETAPA DE FLOTACION	TEST Nº	Cu	Mo	Peso Total
Rougher	1	0,9269	0,8307	0,1177
	2	0,9273	0,8664	0,1118
	3	0,9285	0,8339	0,1078
Cleaner	1	0,9807	0,9361	0,5168
	2	0,9721	0,9238	0,5064
	3	0,9767	0,9377	0,5513
Recleaner	1	0,9904	0,9588	0,8803
	2	0,9878	0,9563	0,8767
	3	0,9849	0,9467	0,8492
Scavenger	1	0,4688	0,5660	0,1534
	2	0,4933	0,6324	0,1589
	3	0,5669	0,6525	0,1798

Como se indicara anteriormente, la simulación se puede llevar a cabo basada en los resultados del test de ciclo abierto (Test Nº 1) o alternativamente, en base a los resultados de los primeros dos ciclos (Test Nº 2). Los valores de los $\underline{S}_i$'s correspondientes se presentarán en la Tabla Nº 2. Los resultados simulados se comparan con los experimentales (Test Nº 3) en la Tabla Nº 2, donde se observan diferencias poco significativas entre ellos. Dichos resultados ratifican lo anteriormente expuesto; es decir, las predicciones obtenidas mediante el método de simulación aquí descrito son suficientemente precisas como para hacer la ejecución de pruebas de ciclos completas prácticamente innecesaria. Un estudio estadístico detallado del comportamiento del sistema no fue posible con la información disponible, pero al parecer, bastaría realizar sólo un ciclo abierto para simular el circuito bajo consideración.

– **TABLA 2.**– Comparación entre Resultados Experimentales y Simulados (Fig. 2 - Ejemplo Nº 1)

SIMULACION BASADA EN TEST DE CICLOS ABIERTO (TEST Nº 1)

PRODUCTO	SIMULADO/EXPERIMENTAL				
	% Distribuc. Peso Total	Cobre (%)		Molibdeno (%)	
		Ley	Distribuc.	Ley	Distribuc.
Concentrado Final	6,20/ 6,03	24,01/ 24,70	91,72/ 91,88	0,280/ 0,290	80,58/ 81,41
Relave Final	93,80/ 93,97	0,143/ 0,140	8,28/ 8,12	0,0044/ 0.0043	19,42/ 18,59

SIMULACION BASADA EN LOS PRIMEROS 2 CICLOS (TEST Nº 2)

PRODUCTO	SIMULADO/EXPERIMENTAL				
	% Distribuc. Peso Total	Cobre(%)		Molibdeno (%)	
		Ley	Distribuc.	Ley	Distribuc.
Concentrado Final	5,78/ 6,03	25,65/ 24,70	91,38/ 91,88	0,312/ 0,290	83,98/ 81,41
Relave Final	94,22/ 93,97	0,148/ 0,140	8,62/ 8,12	0,0037/ 0,0043	16,02/ 18,59

Ejemplo Nº 2: Selección del circuito de flotación más apropiado para el tratamiento metalúrgico de un mineral típico de Cu porfírico (leyes de cabeza: 1,0% Cu, 0,015 % Mo y 77,6% de Insolubles).

En la Figura Nº 3, se ilustran 3 alternativas diferentes de tratamiento metalúrgico, para un mineral típico de cobre porfírico. Los "Split Factors" para cada componente, fueron obtenidos de 1 solo ciclo abierto en cada caso, y los datos de entrada a la simulación se entregan en la Tabla Nº 3. Los resultados simulados se resumen en la Tabla Nº 4, concluyéndose de dicha tabla lo siguiente:

(1) El Circuito Nº 3 proporciona el menor contenido de insolubles en el concentrado final (5,8% Insolubles), comparado con los resultados entregados por los Circuitos Nº 1 (22,3% Ins.) y Nº 2 (12,2% Ins.), respectivamente.

(2) El Circuito Nº 3 proporciona un concentrado de más alta ley de cobre (32,9% Cu), comparado con los correspondientes resultados entregados por los Circuitos Nº 1 (29,4% Cu) y Nº 2 (26,7% Cu).

(3) No obstante el % de recuperación global de Cu entregado por el Circuito Nº 3 (88,5%), es levemente inferior a los correspondientes valores entregados por los Circuitos Nº 1 (89,4%) y Nº 2 (90,2%), el valor correspondiente al Circuito Nº 3 podría ser mejorado por simple alteración de los tiempos de flotación utilizados en las etapas de Cleaner Scavenger y de 3ª limpieza.

(4) Se decidió seleccionar entonces el Circuito Nº 3 como el más apropiado en este caso, y la posterior realización experimental de un test de ciclos completo con la misma muestra de cabeza, entregó los siguientes resultados:

	% Recuperación Global	**Ley Concentrado Final (%)**
Cu	88,8	30,5
Mo	60,6	0,24
Insolubles	0,4	10,7

Los resultados anteriores garantizan razonablemente la validez de la técnica de simulación empleada, pudiendo las diferencias observadas atribuirse exclusivamente al error experimental asociado al desarrollo de las pruebas de flotación, análisis químicos, etc.

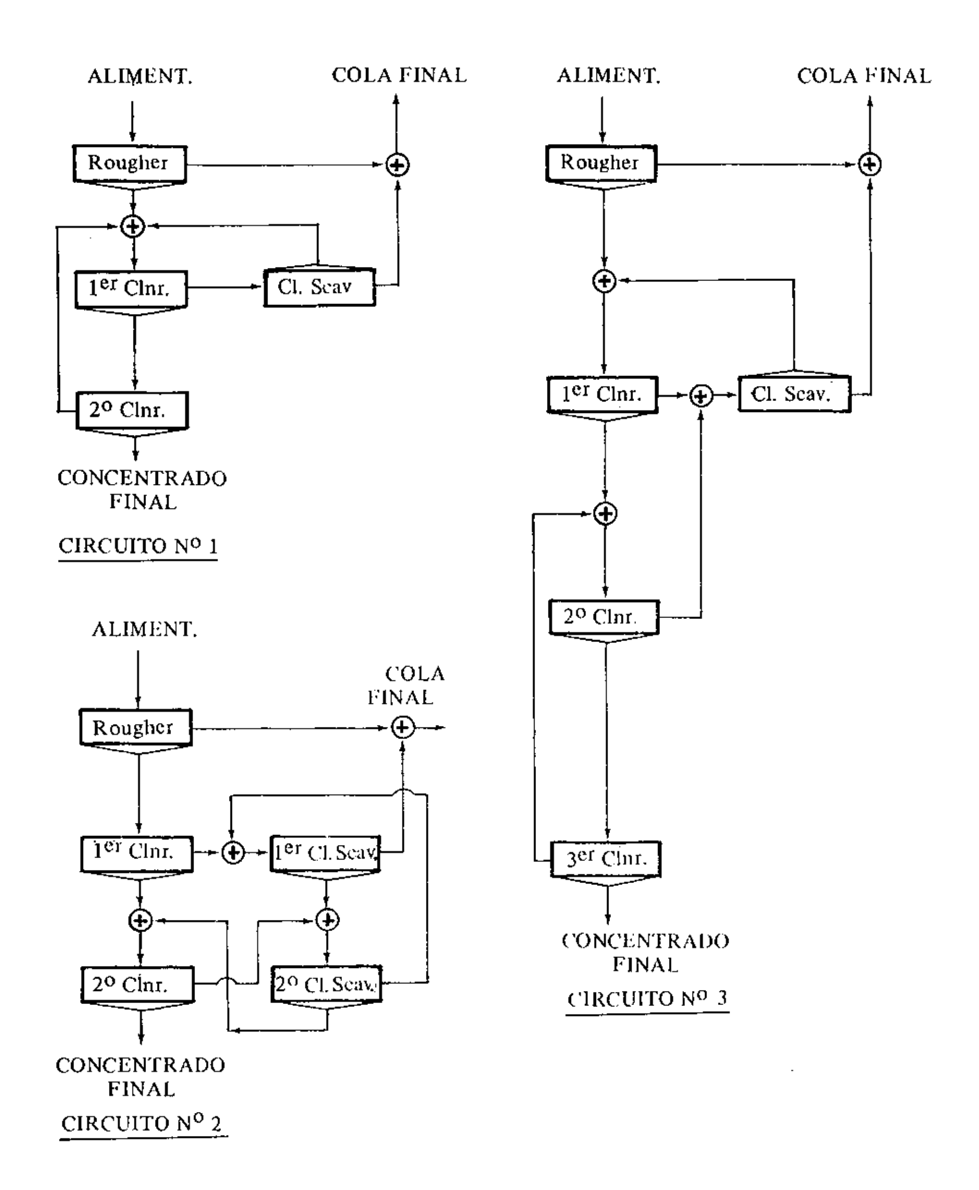


FIGURA Nº 3.– Circuitos Alternativos de Flotación para el Tratamiento de un Mineral de Cobre Porfírico (Ejemplo Nº 2).

TABLA Nº 3.– Resumen de Datos de Entrada a la Simulación de Circuitos Nºs 1, 2 y 3 (Ejemplo Nº 2)

1.– **LEYES DE CABEZA:** 1,0% Cu; 0,015%Mo y 77,6% Insolubles

2.– **FACTORES DE DISTRIBUCION:**

CIRCUITO Nº 1

Etapa de Flotación	Peso Total	% Distrib. Cu	% Distrib. Mo	% Distrib. Insolubles
Rougher	0,1401	0,9215	0,7356	0,0803
1er Cleaner	0,2621	0,8632	0,6473	0,1326
Clnr. Scav.	0,1286	0,8143	0,8013	0,0981
2º Scavenger	0,6801	0,9547	0,7769	0,7224

– **CIRCUITO Nº 2**

Etapa de Flotación	Peso Total	% Distrib. Cu	% Distribu. Mo	% Distrib. Insolubles
Rougher	0,1464	0,9291	0,7356	0,0930
1er Cleaner	0,2789	0,8726	0,6055	0,1511
1er Cl. Scav.	0,2266	0,8786	0,8366	0,1970
2º Cleaner	0,6441	0,8841	0,5871	0,2362
2º Cl. Scav.	0,3922	0,8384	0,4668	0,2946

– **CIRCUITO Nº 3**

Etapa de Flotación	Peso Total	% Distrib. Cu	% Distrib. Mo	% Distrib. Insolubles
Rougher	0,1401	0,9239	0,9145	0,0803
1er Cleaner	0,2623	0,8632	0,5653	0,1326
Clnr. Scav.	0,1320	0,8226	0,7756	0,1052
2º Cleaner	0,6759	0,9319	0,7250	0,2921
3er Cleaner	0,8940	0,9713	0,8323	0,4879

TABLA Nº 4.– Resumen de Resultados Simulados - Circuitos Nºs 1, 2 y 3 (Ejemplo Nº 2)

Circuito Nº	% Recuperación Global			% Ley-Concentrado Final		
	Cu	Mo	Insolubles	Cu	Mo	Insolubles
1	89,4	62,5	0,87	29,4	0,251	22,3
2	90,2	61,0	0,62	26,7	0,231	12,2
3	88,5	67,6	0,20	32,9	0,265	5,8

Ejemplo Nº 3.– Simulación de curvas "% Recuperación Global versus Ley de Cobre" en el concentrado final, para un circuito de flotación escala piloto utilizado en el tratamiento metalúrgico de un mineral de Cu porfírico (Ley de cabeza: 1,17% Cu_T).

En la Figura Nº 4, se muestra una representación esquemática del diagrama de flujo utilizado en el tratamiento metalúrgico de un mineral de Cu porfírico, procesado a escala planta piloto. Los factores de distribución para Cu y peso total fueron obtenidos de las curvas cinéticas de flotación Rougher, Cleaner, Cleaner-Scavenger y Recleaner en función del tiempo promedio de residencia utilizado en cada banco de celdas.

El objetivo de simular el circuito de flotación esquematizado en la Figura Nº 4, fue obtener una región de operación óptima, permitiendo alcanzar una ley de Cu en el concentrado final no inferior a 27% Cu_T, con recuperaciones globales de Cu superiores a 89%. Los resultados de la simulación se presentan en la Figura Nº 5.

Dos curvas diferentes de "Recuperación vs. Ley" han sido generadas, asumiendo una proporción constante entre los diversos tiempos de residencia por banco. La curva A, fue generada considerando el tiempo de flotación Rougher equivalente al del Cleaner-Scavenger e igual al tiempo total (Cleaner + Recleaner), permitiéndose entonces al tiempo de flotación Rougher aumentar o disminuir. La curva B, fue generada similarmente, pero esta vez suponiendo el tiempo de flotación Cleaner-Scavenger igual a la mitad del tiempo de flotación Rougher. Tal como se indica en la Figura Nº 5, varias condiciones simuladas permitieron ubicarse dentro de la región de operación deseada (Ley de Cu$>$27% Cu_T, % $R_{Cu}>89$%). La Tabla Nº 5 resume los resultados correspondientes a una de las simulaciones efectuadas, utilizándose un tiempo de flotación Rougher = 25 minutos, t flot. Cleaner Scavenger = 25 minutos, t flot. Cleaner = 15 minutos y tiempo de flotación Recleaner = 10 minutos, lográndose en tal caso un concentrado con 27,4% Cu_T y una recuperación global de Cu igual a 90,3%. Las condiciones óptimas no obstante, podrían ser un tanto mejores a las arriba indicadas, para lo cual sería necesario proseguir la búsqueda de dicho "Valor Optimo" en el computador.

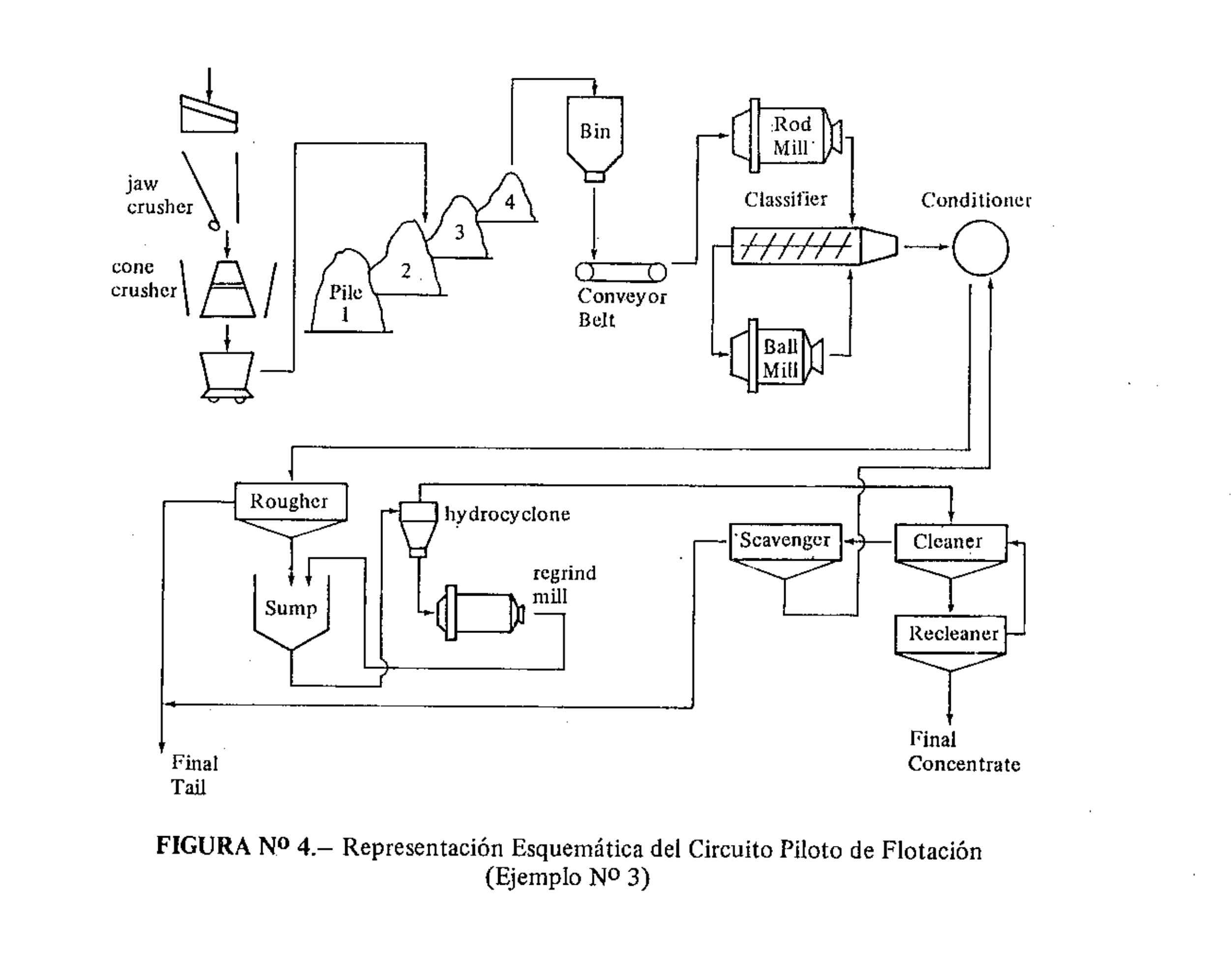


FIGURA Nº 4.– Representación Esquemática del Circuito Piloto de Flotación (Ejemplo Nº 3)

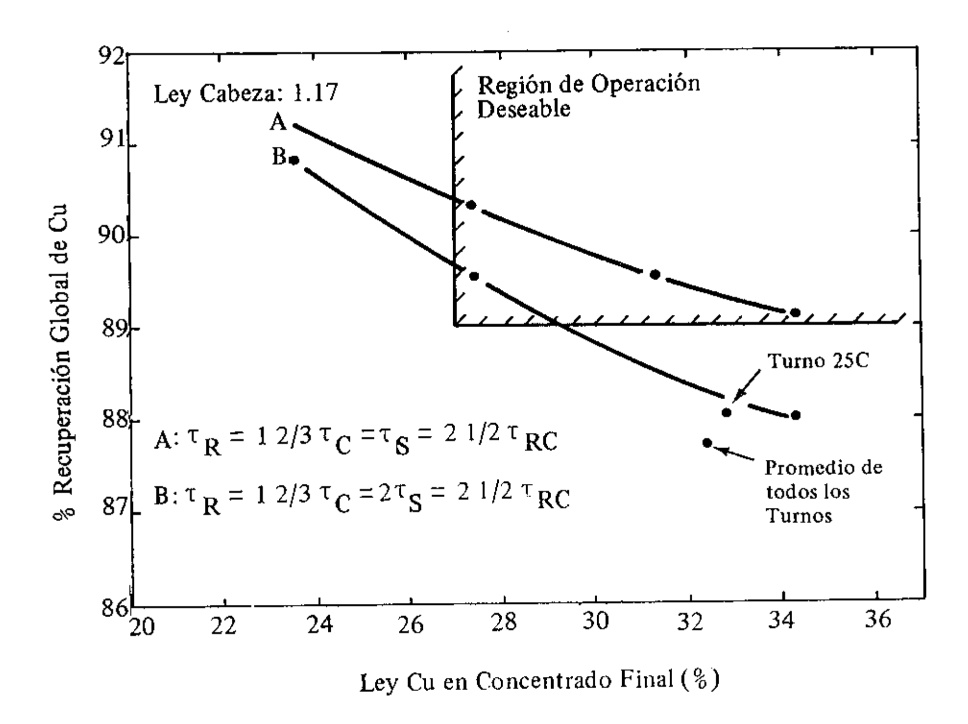


FIGURA Nº 5.– Curvas Simuladas "Recuperación vs. Ley de Cobre", para dos Combinaciones Diferentes de Tiempos de Residencia por Etapa de Flotación

TABLA Nº 5.– Condiciones "Optimas" del Circuito Piloto de Flotación Simulado.

1.– **Tiempos Promedios de Residencia:**

Rougher	:	25 min.
Cleaner	:	15 min
Recleaner	:	10 min.
Clnr.-Scav.	:	25 min.

2.– **Balance de Masas Simulado:**

Flujo	**% Dist. Peso Total**	**Ley Cobre (%)**	**% Dist. Cu**
Alim. Planta	100,0	1,17	100,0
Alim. Rougher	104,2	1,20	107,1
Conc. Rougher	15,1	7,64	99,1
Cola Rougher	89,1	0,104	8,0
Alim. Cleaner	20,1	7,78	134,1
Conc. Cleaner	8,9	16,53	125,5
Cola Clenaer	11,3	0,90	8,7
Conc. Recleaner	3,8	27,35	90,3
Cola Recleaner	5,0	8,20	35,2
Conc. Scavenger	4,2	1,94	7,0
Cola Scavenger	7,0	0,27	1,6
Cola Final	96,2	0,116	9,7

CONCLUSIONES

Los ejemplos ilustrados, demuestran que el método de simulación basado en factores de distribución es suficientemente preciso para reemplazar las pruebas de ciclos convencionales a nivel de laboratorio. Las economías en tiempo y dinero resultantes de tal reemplazo son evidentes.

En general, puede decirse que la técnica de simulación empleada será válida para sistemas de flotación en que las cargas circulantes se mantengan dentro de niveles moderados, del orden de un 10% , lo cual fue en parte demostrado por Agar y Kipkie (1). La técnica además puede ser utilizada con éxito en la selección y optimización de circuitos de flotación, tanto a escalas de laboratorio como planta piloto.

Sin embargo, aún cuando la simulación de tests de ciclos fuese "exacta", la utilización de la información resultante para el eventual diseño de una planta de flotación contínua es todavía materia de profundas discusiones. En la opinión de muchos investigadores, el traspaso de información del laboratorio a planta debe incolucrar el uso de técnicas de simulación más sofisticadas que la descrita en el presente trabajo. Estas técnicas están actualmente en conocimiento del personal de la División de Mineralurgia y el Grupo de Ingeniería de Procesos de CIMM.

REFERENCIAS

1. Agar, G.E. y Kipkie, W.B., "Predicting Locked Cycle Flotation Tests Results from Batch Data", CIMM Bulletin, November 1978, p. 119-125.

